

1993年 研究生入学考试 数学模拟试题

罗小伟 谢 宇 等主编



江西高校出版社

01-44

118

1993 年研究生入学考试
数学模拟试题

江苏工业学院图书馆
藏书章

罗小伟 谢宇 等编
张秀平 邓崇云

赣新登字第 007 号

书名：1993 年研究生入学考试数学模拟试题

作者：罗小伟、戴宇、张秀平、邓崇云

出版：江西高校出版社（南昌市洪都北大道 16 号）
发行

经销：各地新华书店

印刷：江西青年报社印刷厂

开本：787×1092 1/32

印张：12.75

字数：293 千

印数：13000

版次：1992 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

定价：5.00 元

ISBN 7-81033-195-7/Z·6

邮政编码：330046 电话：331257、332093

（江西高校版图书凡属印刷、装订错误，请随时向承印厂调换）

前言

为帮助参加研究生入学数学考试的考生复习应考,我们根据近几年国家教委制定的全国工学、经济学硕士研究生入学考试数学大纲的要求,依照(I)至(V)类数学的划分,选编了一批题目,每一类各12套,共组织成60套模拟题,每套题的解题时间约为3小时。题目内容覆盖了大纲要求的范围,各部分知识所占比例及题型结构均按大纲要求编排。

本书取材广泛。撰写时,参考了大量教科书及习题集,对近几年考题作了仔细的分析研究,编排的模拟题实战性、针对性强,对考研的考生准备数学考试无疑是大有裨益的。

为节省篇幅,数学(I)~(V)类除第一套题外,均未给出试题的详细解题要求。试题的解答,有的给出提示、略解,有的仅给出答案。书中的符号、概念均按照一般教科书中所使用的给出,故不另作说明。

参加本书(I)、(II)、(III)类数学模拟题编写工作的有北京大学、北京师范大学、中央民族学院、北京理工大学从事高等数学教学的罗小伟、邓崇云等同志,北京师范大学的谢宇、张秀平、壬昭顺、张慧欣等参加了(IV)、(V)类数学模拟题的编写工作。由于时间仓促和编者水平有限,书中难免有不妥之处,恳请同志们指正。

编者

1992年8月

目 录

试题部分

数学(I)模拟试题

数学(I)第1套题	(2)	数学(I)第7套题	(24)
数学(I)第2套题	(7)	数学(I)第8套题	(27)
数学(I)第3套题	(9)	数学(I)第9套题	(31)
数学(I)第4套题	(12)	数学(I)第10套题	(35)
数学(I)第5套题	(16)	数学(I)第11套题	(38)
数学(I)第6套题	(20)	数学(I)第12套题	(42)

数学(II)模拟试题

数学(II)第1套题	(46)	数学(II)第7套题	(60)
数学(II)第2套题	(48)	数学(II)第8套题	(63)
数学(II)第3套题	(51)	数学(II)第9套题	(65)
数学(II)第4套题	(53)	数学(II)第10套题	(68)
数学(II)第5套题	(55)	数学(II)第11套题	(70)
数学(II)第6套题	(57)	数学(II)第12套题	(73)

数学(III)模拟试题

数学(III)第1套题	(77)	数学(III)第7套题	(91)
数学(III)第2套题	(79)	数学(III)第8套题	(94)
数学(III)第3套题	(81)	数学(III)第9套题	(96)
数学(III)第4套题	(84)	数学(III)第10套题	(98)
数学(III)第5套题	(86)	数学(III)第11套题	(101)
数学(III)第6套题	(88)	数学(III)第12套题	(103)

数学(IV)模拟试题

数学(Ⅳ)第1套题	 (107)
数学(Ⅳ)第2套题	 (110)
数学(Ⅳ)第3套题	 (112)
数学(Ⅳ)第4套题	 (115)
数学(Ⅳ)第5套题	 (118)
数学(Ⅳ)第6套题	 (121)

数学(Ⅳ)第7套题	 (124)
数学(Ⅳ)第8套题	 (127)
数学(Ⅳ)第9套题	 (130)
数学(Ⅳ)第10套题	 (132)
数学(Ⅳ)第11套题	 (136)
数学(Ⅳ)第12套题	 (138)

数学(V)模拟试题

数学(V)第1套题	 (143)
数学(V)第2套题	 (146)
数学(V)第3套题	 (148)
数学(V)第4套题	 (151)
数学(V)第5套题	 (154)
数学(V)第6套题	 (157)

数学(V)第7套题	 (159)
数学(V)第8套题	 (162)
数学(V)第9套题	 (165)
数学(V)第10套题	 (168)
数学(V)第11套题	 (171)
数学(V)第12套题	 (174)

提示与解答

数学(I)模拟试题

第1套题(177)
第2套题(181)
第3套题(186)
第4套题(192)

第5套题(196)
第6套题(201)
第7套题(206)
第8套题(211)

第9套题(215)
第10套题(220)
第11套题(224)
第12套题(228)

数学(Ⅱ)模拟试题

第1套题(233)
第2套题(235)
第3套题(239)
第4套题(242)

第5套题(245)
第6套题(248)
第7套题(250)
第8套题(254)

第9套题(256)
第10套题(260)
第11套题(262)
第12套题(266)

数学(Ⅲ)模拟试题

第1套题(269)
第2套题(271)

第3套题(274)
第4套题(276)

第5套题(280)
第6套题(283)

第 7 套题(285)

第 8 套题(288)

第 9 套题(290)

第 10 套题(293)

第 11 套题(295)

第 12 套题(298)

数学(Ⅳ)模拟试题

第 1 套题(300)

第 2 套题(304)

第 3 套题(308)

第 4 套题(313)

第 5 套题(317)

第 6 套题(321)

第 7 套题(326)

第 8 套题(331)

第 9 套题(336)

第 10 套题(341)

第 11 套题(346)

第 12 套题(352)

数学(Ⅴ)模拟试题

第 1 套题(358)

第 2 套题(362)

第 3 套题(366)

第 4 套题(370)

第 5 套题(373)

第 6 套题(377)

第 7 套题(380)

第 8 套题(384)

第 9 套题(387)

第 10 套题(391)

第 11 套题(394)

第 12 套题(397)

数学(I)模拟试题

数学(I)考试内容:高等数学、线性代数、概率论或复变函数,其中概率论与复变函数两门中由考生自选一门应试.

高等数学包括:1. 函数、极限、连续;2. 一元函数的微分学;3. 一元函数积分学;4. 向量代数和空间解析几何;5. 多元函数微分学;6. 多元函数积分学;7. 无穷级数;8. 常微分方程.

线性代数包括:1. 行列式;2. 矩阵;3. 向量;4. 线性方程组;5. 矩阵的特征值和特征向量;6. 二次型.

概率论包括:1. 随机事件和概率;2. 随机变量及其概率分布;3. 二维随机变量及其概率分布;4. 随机变量的数字特征;5. 大数定理和中心极限定理.

复变函数包括:1. 复数和复变函数;2. 复变函数的积分;3. 级数与留数;4. 保角映射.

试卷内容比例为:高等数学约 68%, 线性代数约 20%, 概率论或复变函数约 12%.

题型比例为:填空题与选择题约 30%, 解答题(包括证明题)约 70%.

数学(I)第I套题

一、填空题(本题满分15分,每小题3分,只要求直接填写结果)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) \text{ 设 } F(x) = xf\left(\frac{1}{x}\right), \text{ 其中 } f \text{ 为可微函数, 则 } F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(3) \text{ 函数 } \sin^2 2x \text{ 的周期是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(4) \text{ 已知 } f(0) = 1, f(2) = 3, f'(2) = 5, \text{ 则 } \int_0^1 f''(2x) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(5) \text{ 已知 } \vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}, \text{ 则 } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ 的混合积是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、选择题(本题满分15分,每小题3分,每一小题都给出代号为(A),(B),(C),(D)的四个结论,其中只有一个是正确的,把你认为正确的结论的代号写在题后的圆括号内,每一小题选对得3分,不选或选错一律得0分)。

$$(1) \text{ 设 } f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}, \text{ 则函数 } f(x) \text{ ()}.$$

(A) 在区间 $(-\infty, 0)$ 及 $(1, +\infty)$ 上是凹函数而在区间 $(0, 1)$ 上是凸函数;

(B) 在区间 $(-\infty, 0)$ 及 $(1, +\infty)$ 上是凸函数而在区间 $(0, 1)$ 上是凹函数;

(C) 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是凹函数,在 $(0, +\infty)$ 上是凸函数;

(D)在区间 $(-\infty, 0)$ 上是凸函数,在区间 $(0, +\infty)$ 上是凹函数.

(2)曲线 $y = -x^3$ 在横坐标为 $x = 1/2$ 的点处的曲率为().

(A) $\frac{163}{125}$; (B) $\frac{192}{125}$; (C) $\frac{194}{125}$; (D) $\frac{2}{3}$.

(3) 直线 $\begin{cases} x-2y+z-1=0, \\ x-2y+z+1=0 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x-y-z-1=0; \\ x-y+2z+1=0 \end{cases}$ 间的夹角为().

(A) $\frac{\pi}{6}$; (B) $\frac{5\pi}{6}$; (C) $\frac{2}{3}\pi$; (D) $\frac{\pi}{4}$.

(4) 设

$$T = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 2 \\ 3 & 6 & 2 \end{bmatrix},$$

则 T 的特征值为().

(A) $2, 4, 0$; (B) $2, -4, 0$;

(C) $2, -4, -4$; (D) $2, 2, -4$.

(5) 设 S, T 为 n 阶实方阵, 则下列说法中正确的是().

(A) $ST = TS$; (B) $(ST)' = S'T'$;

(C) 若 $ST = SQ$ 则 $T = Q$; (D) 若 ST 可逆, 则 S, T 均可逆.

三、(本题满分 15 分, 每小题 5 分)

(1) 求 $\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx$;

(2) 试论一般项为 $u_n = \frac{1}{4 \cdot 2^n - 3}$ 的级数的敛散性;

(3) 已知 $y = x \sqrt{1+x^2}$, 求 y'' .

四、(6 分) 已知方程 $\int_0^x xy dx = x^2 + y$, 求满足条件 $y|_{x=0} = 1$ 的特解.

五、(8分) 计算 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$, 其中 Ω 是曲面 $x^2 + y^2 = 2z$, $z = 2$ 所围成的区域.

六、(7分) 若 $0 < b \leq a$, 试证:

$$\frac{a-b}{a} \leq \ln \frac{a}{b} \leq \frac{a-b}{b}.$$

七、(8分) 设

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix},$$

及 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 其中 $a, b, c \in C$ (复数域). 求证 $\det A = f(1) f(\omega) f(\omega^2)$, 其中 ω 是 1 的三次立方根.

八、(7分) 在 R^4 中利用 Schmidt 正交化方法将 $\alpha_1 = (1, 1, 1, 0)$, $\alpha_2 = (0, 1, 2, 0)$, $\alpha_3 = (2, 0, 3, 0)$ 正交化, 并把它们单位化为标准正交组.

九、(7分) 已知矢量 $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$, 试求以矢量 $\vec{A} = 3\vec{p} - 4\vec{q}$, $\vec{B} = \vec{p} + 2\vec{q}$ 为两边的平行四边形的周长及面积.

(下面概率论或复变函数由考生自选一门应试, 每门有 2 个大题, 题号同为第十和第十一, 两门都做只按概率论一门的成绩记分)

概率论

十、填空题(本题满分 6 分, 每小题 2 分, 只要求直接写出结果)

(1) 已知在 10 个灯泡中有 7 个正品和 3 个次品, 每一次任取其中一个灯泡, 接连取两次, 第一次取出的灯泡不放回. 则取出的灯泡正品和次品各一个的概率为 _____.

(2) 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(0, 1)$, 则 $P(-0.78 < \xi \leq 1.36) =$ _____.

(3) 设随机变量 ξ 服从指数分布:

$$\varphi(X) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

则随机变量 $\eta = \sqrt{\xi}$ 的数学期望 $E_{\eta} =$ _____, 方差 $D_{\eta} =$ _____.

十一、(6 分) 在每次试验中, 事件 A 发生的概率为 0.5, 利用切比雪夫不等式估计在 1000 次独立试验中, 事件 A 发生的次数在 400 次到 600 次之间的概率.

复变函数

十、填空题(6 份, 每小题 2 分)

(1) 复数 $1 - \cos\theta + i\sin\theta$ 的三角形式与指数形式分别是 _____ 和 _____.

(2) 函数 $\ln(\sqrt{3} + i) =$ _____.

(3) 函数 $f(z) = (x^2 - y^2) + 2xyi$ 是否可微? 答 _____.

十一、(6 分) 试计算 $\oint_C (|z| - e^{\sin^2 z}) dz$,
其中 $C: |z| = a, a > 0$.

数学(I)第2套题

一、填空题(15 分, 每小题 3 分)

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{a_1^2 + \dots + a_n^2}{n})^{\frac{1}{n}} =$ _____.

(2) 若二非零矢量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的方向余弦分别为 $\{\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma\}$

$\{\cos\alpha_1, \cos\beta_2, \cos\gamma_1\}$, 则 $\vec{a}, \vec{b}$ 向量夹角的余弦 $\cos(\vec{a}, \vec{b}) =$ _____.

(3)

设 $\begin{cases} x = \ln(1 + \theta^2), \\ y = \theta - \arctg\theta, \end{cases}$ 则 $\frac{d^2\theta}{dx^2} \Big|_{\theta=1} =$ _____.

(4) $\int \sin x \ln x dx =$ _____.

(5) 设 A 是 n 阶实方阵, 那么存在 $n \times n$ 阶实矩阵 C 使 $CC' = A$ 的充要条件为 _____.

二、选择题(15分, 每小题3分)

(1) 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{|xy|}}{x^2 + y^2} \sin(x^2 + y^2), & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$

则 $f(x, y)$ ().

(A) 在 $(0, 0)$ 点连续; (B) 在 $(0, 0)$ 点可微;

(C) 在 $(0, 0)$ 点不连续; (D) 无法判断.

(2) 已知矢量 $\vec{a} = \{2, -3, 6\}$ 和 $\vec{b} = \{-1, 2, -2\}$, 矢量 $\vec{c}$ 在矢量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的平分线上, 且 $|\vec{c}| = 3\sqrt{42}$, 则 c 的坐标 ().

(A) 必为 $\{-3, 15, 12\}$; (B) 必为 $\{3, 15, -12\}$;

(C) 是 $\{-3, 15, 12\}$ 或 $\{3, -15, 12\}$ 或 $\{3, -15, -12\}$;

(D) 是 $\{-3, 15, 12\}$ 或 $\{-3, -15, -12\}$.

(3) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ 是瑕积分, 则该积分 ().

(A) 发散; (B) 收敛且为 $\frac{\pi}{2}$;

(C) 收敛且为 $-\frac{\pi}{2}$; (D) 收敛, 但无法求出.

(4) 已给点 $x=3, x=1, x=-1, x=0.5$. 则函数 $y=x^3-3x^2$ (

).

- (A) 在 $x=3, x=-1$ 是单调增加的, 其余两点反之;
(B) 在 $x=3, x=-1$ 是单调减少的, 其余两点反之;
(C) 在 $x=3, x=0.5$ 是单调减少的, 其余两点反之;
(D) 在 $x=1, x=-1$ 上是单调减少的, 其余两点反之.

(5) 齐次线性方程组
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}$$

有非零解当且仅当其系数矩阵的行列式().

- (A) 等于 0; (B) 不等于 0;
(C) 大于 0; (D) 大于等于 0.

三、(15 分, 每小题 5 分)

(1) 设 $f(x) = e^x$, $g(x) = \sin x$,

$$\text{求 } \frac{d[f(g(x))] + d[g(f(x))]}{g\left[\frac{d}{dx}f(x)\right] + f\left[\frac{d}{dx}g(x)\right]} \Bigg|_{x=\frac{\pi}{2}}.$$

(2) 求直线 $x+2y=4, z=0$ 绕 X 轴旋转所得的方程.

(3) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{2x} + xe^x - 2e^{2x} + 2e^x}{(e^x - 1)^3}$.

四、(6 分) 已知 $\omega = f(x-y, y-z, t-z)$, 求 $\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial t}$.

五、(8 分) 计算 $I = \oint_l \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$, l 为简单闭曲线.

六、(7 分) 求方程 $y' \cos x = \frac{y}{\ln y}$ 的满足初始条件 $y(0) = 1$ 的特积分(即以隐函数形式表示的特解).

七、(8 分) 试证: 如果函数 $y = f(x)$ 在一个点 x_0 可导, 则函数在这一点一定连续.

八、(7分) 设 $A = \begin{pmatrix} -4 & -10 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A 的特征值和特征向量.

量.

九、(7分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} , $A' A$,

$|(4I-A)'(4I-A)|$. 其中 I 为三阶单位阵, A' 为 A 的转置.

概率论

十、填空题(6分,每小题2分)

(1) 设随机变量 ξ 的概率密度为

$$\varphi(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1; \\ 2-x, & 1 < x \leq 2; \\ 0, & x < 0 \text{ 或 } x > 2. \end{cases}$$

则 ξ 的分布函数 $F(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 秒表的最小刻度差为 0.2 秒, 如果计时精度是取最近的刻度值, 则使用该秒表计时误差大于 0.5 的概率为 .

(3) 一台试验仪器中有三个元件, 各元件发生故障是相互独立的, 其概率分别为 0.2, 0.3, 0.4. 则发生故障的元件数的数学期望和方差分别是 和 .

十一、(6分) 已知随机变量 X 服从二项分布, 参数为 n 和 p . 求 X 的数学期望.

复变函数

十、(填空题(6分,每小题2分)

(1) 函数值 $(2i)^i$ 的主值为 .

(2) 设 C 是从 $O(0,0)$ 到 $B(2,1)$ 的直线段, 则积分

$$\int_c \operatorname{Re}(z^2 + 2z + 3) dz = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(3) 函数 $F(z) = \frac{2z+3}{(z^2+4)(z-1)^2}$ 的奇点为 其中 是一级奇点, 为二级奇点.

十一、(6分) 试将 $F(z) = \frac{1}{3z-2}$ 在 (1) $z=0$, (2) $z=2$ 展开为泰勒级数.

数学(I)第3套题

一、填空题(15分,每小题3分)

(1) $\int \frac{dx}{\sin 2x \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n}{n!} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(3) 点 $M_0(3, 5, -8)$ 到平面 $6x - 3y + 2z - 28 = 0$ 的距离为 .

(4) 曲面 $xyz=1$ 上任意点 (α, β, γ) 处的法线方程和切平面方程分别为 和 .

(5) n 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} a & b & \cdots & b \\ b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

的值为 .

二、选择题(15分,每小题3分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x-1} (\quad).$

(A) 等于 $\frac{\pi}{2}$; (B) 等于 $-\frac{\pi}{2}$;

(C) 不存在; (D) 等于无穷大.

(2) 若设 $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x^2 + y^2, x^2 - y^2) = M$, 其中 f 为二次连续可微函数, 则().

(A) $M = 2x(\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v})$; (B) $M = 2x(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$;

(C) $M = 2xy(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$; (D) $M = 4xy(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$.

(3) 若 $f(x) = \max\{2x, x^2\}$, $x \in (0, 4)$ 且知 $f'(a)$ 不存在, $a \in (0, 4)$, 则必有().

(A) $a = 1$; (B) $a = 2$;

(C) $a = 3$; (D) $a = \frac{1}{2}$.

(4) A 是 n 阶实方阵, 则 A 是正交矩阵的充要条件是().

(A) $AA^{-1} = I$; (B) $A = A'$;

(C) $A^2 = A$; (D) $A^{-1} = A'$.

(5) 利用在 $0 \leq x \leq \pi$ 上, $x(\pi - x)$ 的余弦展开可得 $\sum \frac{1}{n^2}$ 之和为().

(A) $\frac{\pi^2}{3}$; (B) $\frac{\pi^2}{6}$; (C) $\frac{\pi^2}{4}$; (D) $\frac{\pi^2}{12}$.

三、(15 分, 每小题 5 分)

(1) 求 $\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x}$.

(2) 设可微函数 $u(x, y), v(x, y)$ 是由方程组

$$\begin{cases} x = u^2 + v^2 + 3uv; \\ y = uv^2 + vu^2 \end{cases}$$

所确定的, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$.

(3) 求封闭曲面 $(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2})^2 = c^3 z$ ($a, b, c > 0$) 所围立体的体