# 1993年
# 研究生入学考试
# 数学模拟试题

罗小伟　谢　宇　等主编

江西高校出版社

# 1993年研究生入学考试数学模拟试题



罗小伟　谢　宇　等编
张秀平　邓崇云

(赣)赣新登字第007号

书名：1993年研究生入学考试数学模拟试题
作者：罗小伟、谢宇、张秀平、邓崇云
出版发行：江西高校出版社（南昌市洪都北大道16号）
经销：各地新华书店
印刷：江西青年报社印刷厂
开本：787×1092　1/32
印张：12.75
字数：293千
印数：13000
版次：1992年8月第1版第1次印刷
定价：5.00元
ISBN 7—81033—195—7/Z·6

邮政编码：330046　电话：331257、332093
（江西高校版图书凡属印刷、装订错误，请随时向承印厂调换）

# 前言

为帮助参加研究生入学数学考试的考生复习应考，我们根据近几年国家教委制定的全国工学、经济学硕士研究生入学考试数学大纲的要求，依照(Ⅰ)至(Ⅴ)类数学的划分，选编了一批题目，每一类各12套，共组织成60套模拟题，每套题的解题时间约为3小时。题目内容覆盖了大纲要求的范围，各部分知识所占比例及题型结构均按大纲要求编排。

本书取材广泛。撰写时，参考了大量教科书及习题集，对近几年考题作了仔细的分析研究，编排的模拟题实战性、针对性强，对考研的考生准备数学考试无疑是大有裨益的。

为节省篇幅，数学(Ⅰ)—(Ⅴ)类除第一套题外，均未给出试题的详细解题要求。试题的解答，有的给出提示、略解，有的仅给出答案。书中的符号、概念均按照一般教科书中所使用的给出，故不另作说明。

参加本书(Ⅰ)、(Ⅱ)、(Ⅲ)类数学模拟题编写工作的有北京大学、北京师范大学、中央民族学院、北京理工大学从事高等数学教学的罗小伟、邓崇云等同志，北京师范大学的谢宇、张秀平、壬昭顺、张慧欣等参加了(Ⅳ)、(Ⅴ)类数学模拟题的编写工作。由于时间仓促和编者水平有限，书中难免有不妥之处，恳请同志们指正。

编者

1992年8月

# 目　录

## 试题部分

### 数学(Ⅰ)模拟试题



### 数学(Ⅱ)模拟试题



### 数学(Ⅲ)模拟试题



### 数学(Ⅳ)模拟试题

数学(Ⅳ)模拟试题



数学(Ⅴ)模拟试题

# 数学（Ⅰ）模拟试题

**数学（Ⅰ）考试内容**：高等数学、线性代数、概率论或复变函数，其中概率论与复变函数两门中由考生自选一门应试.

**高等数学包括**：1. 函数、极限、连续；2. 一元函数的微分学；3. 一元函数积分学；4. 向量代数和空间解析几何；5. 多元函数微分学；6. 多元函数积分学；7. 无穷级数；8. 常微分方程.

**线性代数包括**：1. 行列式；2. 矩阵；3. 向量；4. 线性方程组；5. 矩阵的特征值和特征向量；6. 二次型.

**概率论包括**：1. 随机事件和概率；2. 随机变量及其概率分布；3. 二维随机变量及其概率分布；4. 随机变量的数字特征；5. 大数定理和中心极限定理.

**复变函数包括**：1. 复数和复变函数；2. 复变函数的积分；3. 级数与留数；4. 保角映射.

**试卷内容比例为**：高等数学约 68%，线性代数约 20%，概率论或复变函数约 12%.

**题型比例为**：填空题与选择题约 30%，解答题（包括证明题）约 70%.

# 数学（Ⅰ）第Ⅰ套题

**一、填空题**（本题满分 15 分，每小题 3 分，只要求直接填写结果）

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\dfrac{1}{x}}{\sin x}=$ ________.

(2) 设 $F(x)=xf(\dfrac{1}{x})$，其中 $f$ 为可微函数，则 $F'(x)=$ ________.

(3) 函数 $\sin^2 2x$ 的周期是________.

(4) 已知 $f(0)=1, f(2)=3, f'(2)=5$，则 $\int_0^1 f''(2x)dx=$ ________.

(5) 已知 $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}, \vec{b}=\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}, \vec{c}=\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k}$，则 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 的混合积是________.

**二、选择题**（本题满分 15 分，每小题 3 分，每一小题都给出代号为 (A)，(B)，(C)，(D) 的四个结论，其中只有一个是正确的，把你认为正确的结论的代号写在题后的圆括号内，每一小题选对得 3 分，不选或选错一律得 0 分）.

(1)、设 $f(x)=\sqrt[3]{1-x^3}$，则函数 $f(x)$（　　）.

(A) 在区间 $(-\infty,0)$ 及 $(1,+\infty)$ 上是凹函数而在区间 $(0,1)$ 上是凸函数；

(B) 在区间 $(-\infty,0)$ 及 $(1,+\infty)$ 上是凸函数而在区间 $(0,1)$ 上是凹函数；

(C) 在区间 $(-\infty,0)$ 上是凹函数，在 $(0,+\infty)$ 上是凸函数；

(D)在区间$(-\infty,0)$上是凸函数,在区间$(0,+\infty)$上是凹函数.

(2)曲线 $y=-x^3$ 在横坐标为 $x=1/2$ 的点处的曲率为(    ).

(A) $\frac{163}{125}$;  (B)$\frac{192}{125}$;  (C)$\frac{194}{125}$;  (D)$\frac{2}{3}$.

(3)直线 $\begin{cases}x-2y+z-1=0,\\x-2y+z+1=0\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x-y-z-1=0;\\x-y+2z+1=0\end{cases}$ 间的夹角为(    ).

(A)$\frac{\pi}{6}$;  (B)$\frac{5\pi}{6}$;  (C)$\frac{2}{3}\pi$;  (D)$\frac{\pi}{4}$.

(4)设

$$T=\begin{pmatrix}3 & 2 & -1\\ -2 & -2 & 2\\ 3 & 6 & 2\end{pmatrix},$$

则 $T$ 的特征值为(    ).

(A) 2,4,0;  (B) 2,−4,0;

(C) 2,−4,−4;  (D) 2,2,−4.

(5)设 $S,T$ 为 $n$ 阶实方阵,则下列说法中正确的是(    ).

(A)$ST=TS$;  (B)$(ST)'=S'T'$;

(C)若 $ST=SQ$ 则 $T=Q$;(D)若 $ST$ 可逆,则 $S$、$T$ 均可逆.

三、(本题满分 15 分,每小题 5 分)

(1) 求$\int_0^r \sqrt{r^2-x^2}dx$;

(2)试论一般项为 $u_n=\frac{1}{4.2^n-3}$的级数的敛散性;

(3)已知 $y=x\sqrt{1+x^2}$,求 $y''$.

四、(6 分) 已知方程$\int_0^x xydx=x^2+y$,求满足条件 $y|_{x=0}=1$ 的特解.

**五**、(8 分) 计算$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$,其中$\Omega$是曲面$x^2+y^2=2z$,$z=2$所围成的区域.

**六**、(7 分) 若$0<b\leqslant a$,试证：

$$\frac{a-b}{a}\leqslant \ln\frac{a}{b}\leqslant\frac{a-b}{b}.$$

**七**、(8 分) 设

$$A=\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix},$$

及$f(x)=ax^2+bx+c$,其中$a$, $b$, $c\in C$(复数域). 求证$\det A=f(1)f(\omega)f(\omega^2)$,其中$\omega$是 1 的三次立方根.

**八**、(7 分) 在$R^4$中利用 Schmidt 正交化方法将$\alpha_1=(1,1,1,0)$,$\alpha_2=(0,1,2,0)$,$\alpha_3=(2,0,3,0)$正交化,并把它们单位化为标准正交组.

**九**、(7 分) 已知矢量$|\vec{p}|=2$,$|\vec{q}|=3$,$(\vec{p},\vec{q})=\frac{\pi}{3}$,试求以矢量$\vec{A}=3\vec{p}-4\vec{q}$,$\vec{B}=\vec{p}+2\vec{q}$为两边的平行四边形的周长及面积.

(下面概率论或复变函数由考生自选一门应试,每门有 2 个大题,题号同为第十和第十一,两门都做只按概率论一门的成绩记分)

## 概率论

**十、填空题**(本题满分 6 分,每小题 2 分,只要求直接写出结果)

(1)已知在 10 个灯泡中有 7 个正品和 3 个次品,每一次任取其中一个灯泡,接连取两次,第一次取出的灯泡不放回. 则取出的灯泡正品和次品各一个的概率为________.

(2)设随机变量 $\xi$ 服从正态分布 $N(0,1)$，则 $P(-0.78<\xi\leqslant 1.36)=$__________.

(3) 设随机变量 $\xi$ 服从指数分布：

$$\varphi(X)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0;\\ 0, & x\leqslant 0.\end{cases}$$

则随机变量 $\eta=\sqrt{\xi}$ 的数学期望 $E_\eta=$______，方差 $D_\eta=$______.

**十一、**(6 分)在每次试验中，事件 $A$ 发生的概率为 0.5，利用切比雪夫不等式估计在 1000 次独立试验中，事件 $A$ 发生的次数在 400 次到 600 次之间的概率.

## 复变函数

**十、填空题**(6 分，每小题 2 分)

(1)复数 $1-\cos\theta+i\sin\theta$ 的三角形式与指数形式分别是________和________.

(2)函数 $\ln(\sqrt{3}+i)=$________.

(3) 函数 $f(z)=(x^2-y^2)+2xyi$ 是否可微？ 答______.

**十一、**(6 分) 试计算 $\oint_C(|z|-e^z\sin^2 z)dz$，

其中 $C:|z|=a, a>0$.

# 数学(Ⅰ)第 2 套题

**一、填空题**(15 分，每小题 3 分)

(1)$\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\dfrac{a_1^x+\cdots+a_n^x}{n}\right)^{\frac{1}{x}}=$________.

(2)若二非零矢量 $\vec{a},\vec{b}$ 的方向余弦分别为 $\{\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma\}$

$\{\cos\alpha_1, \cos\beta_2, \cos\gamma_1\}$，则 $\vec{a},\vec{b}$ 矢量夹角的余弦 $\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=$ ________.

(3)

$$设 \begin{cases} x = \ln(1+\theta^2), \\ y = \theta - \operatorname{arctg}\theta, \end{cases} 则 \frac{d^2\theta}{dx^2}\Big|_{\theta=1} = \_\_\_\_\_\_\_\_.$$

(4) $\int \sin x \ln x dx =$ ________.

(5)设 $A$ 是 $n$ 阶实方阵，那么存在 $n\times n$ 阶实矩阵 $C$ 使 $CC'=A$ 的充要条件为______.

**二、选择题**(15 分，每小题 3 分)

$$(1) 设 f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{|xy|}}{x^2+y^2}\sin(x^2+y^2), & x^2+y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2+y^2 = 0, \end{cases}$$

则 $f(x,y)$(　　).

(A)在(0,0)点连续；(B)在(0,0)点可微；

(C)在(0,0)点不连续；(D)无法判断.

(2)已知矢量 $\vec{a}=\{2,-3,6\}$ 和 $\vec{b}=\{-1,2,-2\}$，矢量 $\vec{c}$ 在矢量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的平分线上，且 $|\vec{c}|=3\sqrt{42}$，则 $c$ 的坐标(　　).

(A)必为$\{-3,15,12\}$；(B)必为$\{3,15,-12\}$；

(C)是$\{-3,15,12\}$或$\{3,-15,12\}$或$\{3,-15,12\}$；

(D)是$\{-3,15,12\}$或$\{-3,-15,-12\}$.

(3) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}dx$ 是瑕积分，则该积分(　　).

(A) 发散；　(B)收敛且为 $\frac{\pi}{2}$；

(C)收敛且为 $-\frac{\pi}{2}$；　(D)收敛，但无法求出.

(4)已给点 $x=3, x=1, x=-1, x=0.5$. 则函数 $y=x^3-3x^2$(

).

(A) 在 $x=3,x=-1$ 是单调增加的，其余两点反之；

(B) 在 $x=3,x=-1$ 是单调减少的，其余两点反之；

(C) 在 $x=3,x=0.5$ 是单调减少的，其余两点反之；

(D) 在 $x=1,x=-1$ 上是单调减少的，其余两点反之.

(5)齐次线性方程组$\begin{cases}a_{11}x_1+\cdots+a_{1n}x_n=0,\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ a_{n1}x_1+\cdots+a_{nn}x_n=0\end{cases}$

有非零解当且仅当其系数矩阵的行列式(　　).

(A) 等于 0；(B) 不等于 0；

(C) 大于 0；(D) 大于等于 0.

三、(15 分，每小题 5 分)

(1) 设 $f(x)=e^x$，$g(x)=\sin x$，

$$求\left.\frac{d[f(g(x))]+d[g(f(x))]}{g\left[\frac{d}{dx}f(x)\right]+f\left[\frac{d}{dx}g(x)\right]}\right|_{x=\frac{\pi}{2}}.$$

(2) 求直线 $x+2y=4,z=0$ 绕 $X$ 轴旋转所得的方程.

(3)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xe^{2x}+xe^x-2e^{2x}+2e^x}{(e^x-1)^3}$.

四、(6 分) 已知 $\omega=f(x-y,y-z,t-z)$，求$\dfrac{\partial w}{\partial x}+\dfrac{\partial w}{\partial y}+\dfrac{\partial w}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial t}$.

五、(8 分) 计算 $I=\oint_l\dfrac{xdy-ydx}{x^2+y^2}$，$l$ 为简单闭曲线.

六、(7 分) 求方程 $y'\cos x=\dfrac{y}{\ln y}$ 的满足初始条件 $y(0)=1$ 的特积分(即以隐函数形式表示的特解).

七、(8 分) 试证：如果函数 $y=f(x)$在一个点 $x_0$ 可导，则函数在这一点一定连续.

**八**、(7 分) 设 $A=\begin{pmatrix}-4 & -10 & 0\\ 1 & 3 & 0\\ 3 & 6 & 1\end{pmatrix}$,求 $A$ 的特征值和特征向量.

**九**、(7 分) 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 2 & 0\\ 1 & 4 & 3\end{pmatrix}$,求 $A^{-1}$,$A'A$,$|(4I-A)'(4I-A)|$. 其中 $I$ 为三阶单位阵,$A'$ 为 $A$ 的转置.

## 概率论

**十、填空题**(6 分,每小题 2 分)

(1)设随机变量 $\xi$ 的概率密度为

$$\varphi(x)=\begin{cases}x, & 0\leqslant x\leqslant 1;\\ 2-x, & 1<x\leqslant 2;\\ 0, & x<0 \text{ 或 } x>2.\end{cases}$$

则 $\xi$ 的分布函数 $F(x)=$________.

(2) 秒表的最小刻度差为 0.2 秒,如果计时精度是取最近的刻度值,则使用该秒表计时误差大于 0.5 的概率为________.

(3) 一台试验仪器中有三个元件,各元件发生故障是相互独立的,其概率分别为 0.2,0.3,0.4. 则发生故障的元件数的数学期望和方差分别是________和________.

**十一**、(6 分) 已知随机变量 $X$ 服从二项分布,参数为 $n$ 和 $p$. 求 $X$ 的数学期望.

## 复变函数

**十**、(填空题(6 分,每小题 2 分)

(1) 函数值 $(2i)^i$ 的主值为________.

(2) 设 $C$ 是从 $O(0,0)$ 到 $B(2,1)$ 的直线段,则积分

$$\int_c \mathrm{Re}(z^2 + 2z + 3)dz = \underline{\qquad\qquad}.$$

(3) 函数 $F(z)=\dfrac{2z+3}{(z^2+4)(z-1)^2}$ 的奇点为________其中________是一级奇点，________为二级奇点.

**十一**、(6 分) 试将 $F(z)=\dfrac{1}{3z-2}$ 在(1) $z=0$,(2)$z=2$ 展开为泰勒级数.

# 数学(Ⅰ)第3套题

**一、填空题**(15 分，每小题 3 分)

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sin 2x \cos x} = \underline{\qquad\qquad}$.

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{e^n}{n!} = \underline{\qquad\qquad}$.

(3) 点 $M_0(3,5,-8)$ 到平面 $6x-3y+2z-28=0$ 的距离为________.

(4) 曲面 $xyz=1$ 上任意点 $(\alpha,\beta,\gamma)$ 处的法线方程和切平面方程分别为________和________.

(5) $n$ 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} a & b & \cdots & b \\ b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

的值为________.

**二、选择题**(15 分，每小题 3 分)

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{x-1}$ (　　).

(A) 等于$\frac{\pi}{2}$;(B) 等于$-\frac{\pi}{2}$;

(C) 不存在;(D) 等于无穷大.

(2) 若设$\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}f(x^2+y^2,x^2-y^2)=M$,其中$f$为二次连续可微函数,则(　　).

(A) $M=2x(\frac{\partial f}{\partial u}+\frac{\partial f}{\partial v})$;(B)$M=2x(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$;

(C) $M=2xy(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}-\frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$;(D) $M=4xy(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}-\frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$.

(3) 若$f(x)=max\{2x,x^2\}$,$x\in(0,4)$且知$f'(a)$不存在,$a\in(0,4)$,则必有(　　).

(A) $a=1$;(B) $a=2$;

(C) $a=3$;(D) $a=\frac{1}{2}$.

(4) $A$是$n$阶实方阵,则$A$是正交矩阵的充要条件是(　　).

(A) $AA^{-1}=I$;(B) $A=A'$;

(C) $A^2=A$;(D) $A^{-1}=A'$.

(5) 利用在$0\leqslant x\leqslant\pi$上,$x(\pi-x)$的余弦展开可得$\sum\frac{1}{n^2}$之和为(　　).

(A) $\frac{\pi^2}{3}$;(B) $\frac{\pi^2}{6}$;(C) $\frac{\pi^2}{4}$;(D) $\frac{\pi^2}{12}$.

三、(15分,每小题5分)

(1) 求$\int\frac{dx}{a\sin x+b\cos x}$.

(2) 设可微函数$u(x,y)$,$v(x,y)$是由方程组

$$\begin{cases}x=u^2+v^2+3uv;\\ y=uv^2+vu^2\end{cases}$$

所确定的,求$\frac{\partial u}{\partial x}$,$\frac{\partial u}{\partial y}$,$\frac{\partial v}{\partial x}$,$\frac{\partial v}{\partial y}$.

(3) 求封闭曲面$(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2})^2=c^3z(a,b,c>0)$所围立体的体