

朱永军 ● 著

有效矩方法的 理论研究及其应用

YOUXIAOJU FANGFA DE

LILUN YANJIU JIQI YINGYONG

江西高校出版社

有效矩方法的理论研究及其应用

朱永军 著

江西高校出版社

图书在版编目(CIP)数据

有效矩方法的理论研究及其应用/朱永军著. —南昌:
江西高校出版社, 2008.12

ISBN 978-7-81132-480-8

I. 有... II. 朱... III. 计量经济学-研究 IV
.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008) 第 212547 号

出版发行	江西高校出版社
社 址	江西省南昌市洪都北大道 96 号
邮 政 编 码	330046
总编室电话	(0791)8504319
销 售 电 话	(0791)8511422
网 址	www.juacp.com
印 刷	江西教育印刷厂
照 排	江西太元科技有限公司照排部
经 销	各地新华书店
开 本	787mm×960mm 1/16
印 张	10.5
字 数	166 千字
版 次	2008 年 12 月第 1 版第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-81132-480-8
定 价	15.00 元

摘 要

计量经济学的发展主要得益于经济理论的不断深化,尤其是现代金融理论的蓬勃发展.从时间上来划分的话,按照 Gouriéroux 和 Monfort(1996)的分类计量经济学的发展大体上可以分为三个阶段,其一为 1960 以前,在这个阶段计量模型和方法主要假定为较为容易得到显式的参数估计量,其模型主要有线性模型、线性联立模型,其处理方法主要有最小二乘方法、工具变量方法和指数族的极大似然方法.

20 世纪七十年代、八十年代则为第二阶段,在该阶段估计方法上面并没有很大的进展,但是数值方法尤其是最优算法得到了极大的发展,这些发展一方面提高了计算的精确性也同时提高了计算的速度.在该时期非线性模型如受限模型、非均衡模型和周期模型,时间序列如 ARCH 及其相应的非线性统计推断得到极大的发展.

第三阶段则主要是处理准则函数并没有简单的表示形式的相关方法如本论文考虑的有效矩方法、Gouriéroux 等提出的间接推断方法、模拟似然方法、模拟矩方法、非参数逼近方法,这些方法的一个共同特点是要处理的模型的分布函数没有显式解.这方法的研究目前还有很多地方值得完善.

本书主要是对第三阶段中有效矩方法进行完善,是计量经济学方法的基础理论研究.

本书在系统总结有效矩方法的理论基础上,对数据存在单位根条件下的后果进行了分析.对于有效矩方法的错误设定情况下的极限理论进行了扩展研究,给出了更一般情况下的相关理论结果.关于有效矩方法的结构突变理论,我们研究了一个较为简单的基于有效矩方法的参数稳定检验统计量的分布特征.

在应用方面,首次把有效矩方法应用于深圳 A 股模型的设定分析,该研究对于中国金融衍生产品的定价研究有指导意义,同时也采用有效矩方法研究了上海和深圳两地股市的波动持续性.

Abstract

The development of Econometrics benefit from the development of Economics Theory, especially from that of modern financial theory. According to Gouriéroux and Monfort(1996), it can be divide into three stage.

Before the 1960s, models and estimation methods were assumed to lead to analytical expressions of the estimators. This is the period of the linear model, with the associated least squares approach, of the multivariate linear simultaneous equations, with the associated instrumental variable approaches, and of the exponential families for which the maximum likelihood techniques are suitable.

The introduction of numerical optimization algorithms characterized the second period (1970s and 1980s). It then became possible to derive the estimations and their estimated precisions without knowing the analytical form of the estimators. This was the period of nonlinear models for micro data (limited dependent variable models, duration models, etc.), for macro data (e. g. disequilibrium models, models with cycles), for time series (ARCH models, etc.), and of nonlinear statistical inference.

The last stage is concerned with the third generation of problems in which the econometric models and the associated inference approaches lead to criterion functions without simple analytical expression. The method, such as EMM discussed by this paper, Indirect Inference proposed by Gouriéroux, simulated likelihood, simulated moments and nonparameter, is all included in the third stage.

We mainly discusses EMM and belongs to the basic theory research of the method of econometrics.

Based on a systematic survey of the theory of EMM, this book analysis the result when the data is unstationary. When the model is misspecified, we give a more generally result. For the theory of structural break of EMM, we proof another simple result, this result can be used more efficiently.

Besides, we makes an applied study of financial asset model specified of Chi-

na, The finding is that the Log – Normal model with an added stochastic volatility factor provides a good characterization of return of Shenzhen stock exchange index. This result may be helpful for financial pricing in China.

Keywords: Efficient method of moments
Seminonparametric

Misspecified
Structural break

目 录

第一章 概论	1
第一节 一般参数估计方法的介绍	2
1.1.1 最小二乘方法	2
1.1.2 极大似然方法	3
1.1.3 广义矩方法	5
第二节 有效矩方法的介绍	7
1.2.1 有效矩方法的提出与发展	7
1.2.2 有效矩方法原理及其步骤	9
第三节 有效矩方法文献综述	11
1.3.1 有效矩方法与数据的平稳性	11
1.3.2 有效矩方法的一些有限样本研究	12
1.3.3 对参数稳定性检验的极限理论研究	12
1.3.4 对模型错误设定的极限理论研究	13
1.3.5 对其他方面的理论研究	14
1.3.6 有效矩方法的应用研究	14
1.3.7 有待解决的问题及其解决方法	17
第四节 本书研究的意义、创新点及其主要内容	18
1.4.1 研究的意义	18
1.4.2 本书的主要内容	18
第二章 有效矩方法与数据的平稳性	20
第一节 单位根检验定义	20
第二节 单位根检验方法及极限理论	21
2.2.1 DF 检验及其极限理论	21
2.2.2 ADF 检验及其极限理论	23
2.2.3 PP 检验及其极限理论	24

第三节 有效矩方法中存在单位根时的后果	26
2.3.1 AR(1)的有效矩估计	26
2.3.2 随机波动情况下的单位根的有效矩方法估计	28
第四节 有效矩方法接近单位根的后果	29
第三章 正确设定条件下的有效矩方法理论	32
第一节 有效矩方法基本方法及其假设	32
3.1.1 引言	32
3.1.2 有效矩方法主要适用范围	34
3.1.3 有效矩方法中的矩条件及其处理方法	35
3.1.4 有效矩方法的主要假设	36
3.1.5 有效矩方法的权重矩阵处理	42
第二节 有效矩方法的极限理论	43
3.2.1 有效矩方法的极限理论	43
3.2.2 有效矩方法的设定检验的证明	45
3.2.3 有效矩方法中辅助模型的设定检验方法	47
第三节 有效矩方法的一些性质	48
3.3.1 有效矩方法的相对效率	48
3.3.2 有效矩方法的稳健性	50
第四节 有效矩方法的有限样本性质	53
3.4.1 同 GMM 的比较	53
3.4.2 同间接推断的比较	55
3.4.3 同 QMLE, MLE 方法比较	59
第四章 错误设定条件下的有效矩方法及约束的有效矩估计方法	63
第一节 错误设定的定义及其相关结果	63
4.1.1 错误设定的定义	63
4.1.2 极大似然估计方法下的错误设定结果	66
4.1.3 广义矩估计方法下的错误设定结果	68
第二节 错误设定下的有效矩方法极限理论	70
4.2.1 文献综述	70

4.2.2	Tauchen 错误设定条件下的结果	71
4.2.3	Aguirre-Torres 和 Toribio 的错误设定分析	73
4.2.4	存在错误设定情况下的修正——bootstrap 方法	74
4.2.5	错误设定条件下进一步的结果	75
第三节	约束条件下的有效矩方法	81
第五章	有效矩方法的参数稳定性研究	84
第一节	关于辅助模型的结构突变检验	85
5.1.1	辅助模型结构突变的检验统计量	85
5.1.2	模拟得分检验	86
第二节	有效矩估计的后样本结构突变检验	87
5.2.1	介绍	87
5.2.2	GMM 的 PSP 检验统计量	87
5.2.3	有效矩方法的 PSP 检验	89
第三节	Ghysels 和 Guay 的结构突变检验	91
第四节	有效矩方法中参数稳定检验的一个方法	93
5.4.1	引言	93
5.4.2	模型描述及估计方法	94
5.4.3	辅助模型的参数估计量的一致性问题	96
5.4.4	辅助模型参数结构突变检验	99
5.4.5	结构模型的参数估计量的一致性	100
5.4.6	结构模型参数的结构突变检验统计量	101
第六章	有效矩方法在金融中的应用	104
第一节	应用于深证 A 股指数动态模型比较分析	104
6.1.1	引言	104
6.1.2	模型描述	105
6.1.3	估计方法——有效矩方法	106
6.1.4	数据来源及估计的结果	108
第二节	应用于波动持续性研究	113
6.2.1	引言	113
6.2.2	模型描述	115

6.2.3 数据来源及估计的结果	116
结论	120
第一节 论文的结论	120
第二节 进一步的研究展望	121
参考文献	124
附录	136

第一章 概 论

计量经济学是经济学中重要的一个分支,它是在对社会经济现象作定性分析的基础上,探讨如何运用数学模型方法定量分析和描述具有随机性特征的经济变量关系的应用经济学分支.

计量经济学在二十世纪的发展,从根本上影响着经济学研究的方法与进展.1969年首届诺贝尔经济学奖授予两位宏观计量经济学家,这就已经标志着计量经济学在经济学的理论和经验研究中具有举足轻重的地位;而 J. Heckman 和 D. McFadden 又在 2000 年, R. Engle 和 C. Granger 在 2003 年获得诺贝尔经济学奖,再次表明计量经济学在整个经济学体系中不可或缺的地位.

计量经济学关心统计工具在经济问题与实证分析上的发展和应用,经济学理论则提供经济现象逻辑一致的可能解释.由于人类行为和决策是一个复杂的过程,所以同一个经济议题可能存在多种不同的解释理论.同时,经济学家也无法进行实验室的实验,所以一个理论只能透过其预测与事实的比较来检验,计量经济学即为检验不同的理论和估计经济模型提供统计工具.计量经济学领域的发展立足于统计学的发展,关于计量经济学同统计学的关系, Haavelmo(1944)首次对其进行了详尽的论述,按《计量经济学史》一书的作者 Morgan(1990)的观点, Haavelmo(1944)实际上是计量经济学发展史上的一个分水岭,也奠定了现代计量经济学的理论基础.

计量经济学理论研究目前已经取得了很大的进展,尤其在估计方法上,早期的计量理论常用的方法主要有极大似然方法、最小二乘方法、矩方法、非线性最小二乘方法,随着现代计算技术的高速发展,在 20 世纪 80 年代末、90 年代初出现了以模拟为基础的估计方法,这其中包括了模拟极大似然、模拟拟极大似然方法、模拟矩方法、间接推断方法,这些方法极大地扩大了计量经济学的应用范围.

本书以计量经济学中一个估计方法——有效矩方法为研究对象,主要研

究有效矩方法的部分理论结果,包括:有效矩方法在数据非平稳时的性质、存在错误设定条件下的结果和有效矩方法的参数稳定性理论,其后本书将把有效矩方法应用于中国股票市场的模型设定分析中.有效矩方法实际上极大似然方法同广义矩方法结合的一个产物,为了方便介绍有效矩方法,所以有必要对计量经济学中的一些主要估计方法,尤其是极大似然方法和广义矩方法进行介绍.

本章安排:第一节中介绍计量经济学中一般的参数估计方法,第二节介绍有效矩方法,其中包括有效矩方法的产生、发展及其同其他相关估计方法的关系,第三节中对有效矩方法的相关理论文献进行综述,第四节对本论文的研究意义、研究创新之处及我们的主要内容进行说明.

第一节 一般参数估计方法的介绍

1.1.1 最小二乘方法

最小二乘方法最早的研究大部分是同欧洲的天文学家及数学家研究天体物理,尤其是行星的运动轨道、地球的形状密切相关.一般认为最早提出并以文字的方式发表的是法国数学家 Legendre,他在 1805 年正式比较系统的提出了最小二乘方法,当然历史上 Gauss 也被认为早在 18 世纪末就使用了该方法,但是后者并没有正式公开发表相应的结果.美国统计学家 Stigler(1986, p11)在《统计学史》一书上指出最小二乘法之于数理统计学,有如微积分之于数学,这并非夸张之辞. Stigler 认为,19 世纪的数理统计学史,就是最小二乘法向各个应用领域拓展的历史,如席卷了统计学大部分应用的几个分支——相关回归分析,方差分析和线性模型理论等,它们的灵魂都在于最小二乘法;不少近代的统计学研究是在最小二乘法的基础上衍生出来的,或者作为它的进一步发展或者是更正它的不足之处而采取的对策,这包括回归分析中一序列修正最小二乘法而得到的估计方法.

最小二乘方法是一类依赖样本信息,从最小二乘原理出发的参数估计方法,其概念清楚、方法简单,是经典线性计量经济学模型主要的估计方法.例如,在经典线性计量经济学模型满足基本假说时采用的普通最小二乘方法,在经典线性计量经济学模型存在序列相关时采用的广义最小二乘方法,在经典

线性计量经济学模型存在异方差时采用的加权最小二乘方法,在经典线性计量经济学模型存在随机解释变量时采用的工具变量方法,估计经典线性联立计量经济学模型的二阶段最小二乘方法、三阶段最小二乘方法等等.关于最小二乘方法极限理论结果,现在一般的计量经济学教材都有描述,如 Green (2002), Hayashi (2002), 他们大多假设误差项为独立同分布的情形,而 White (1984)对此进行了详细的分析,并且把原来假设误差项与解释变量为独立同分布的情况推广到了要求其满足强混合(或弱相依, strong mixing)①条件.

1.1.2 极大似然方法

极大似然法最早是由 Gauss 提出的,后来 Fisher 在 1922 年的一篇文章中重新提出,并研究了这个方法的一些性质,极大似然估计这一名称也是由 Fisher(费歇)给出的,这是目前仍然得到广泛应用的一种估计方法②,它建立在极大似然原理的基础上,即:一个随机试验下有若干个可能的结果 A、B、C、……,如在一次试验中,结果 A 出现了,那么可以认为 $P(A)$ 较大.

一般来说对于连续型总体 X , 设 X 的概率密度为 $f(x; \theta)$, 其中 θ 是待估参数,对于给定的一组样本值 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 把 $L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$ 称作样本 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的似然函数,在形式上,似然函数就是样本的联合密度,在这里,把 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 看作常数,把待估参数 θ 看作 L 的自变量.

对于离散型随机变量 X , 设 X 的分布律为 $P\{X=x\} = p(x; \theta)$, 对于给定的一组样本值,把 $L(\theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i; \theta)$ 也称作样本的似然函数.

① 强混合的定义如下:假设随机变量 $\{V_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ 定义于在一个完备的概率空间 (Ω, F, P) 上,其对应的 σ -代数 $F_m^{\infty} = \sigma(V_m, V_{m+1}, \dots, V_n)$ 且 $V_t, t = m, m+1, \dots, n$ 是可测的,如果

$$\alpha_m = \sup_t (F_{-\infty}^t, F_{t+m}^{\infty}) = \sup_{F \in F_{-\infty}^t, G \in F_{t+m}^{\infty}} |P(FG) - P(F)P(G)|$$

收敛于 0, 当 m 趋于无穷时, 那么称这样的随机变量满足强混合条件. 这里只是介绍了强混合的一种形式, 这种形式的强混合也称为 α 强混合, 实际上还有很多其它形式的混合, 请参见 White (1984), Gallant (1987) 或中文文献陆传荣、林正炎 (1997). Gallant (1987) 在第 495 页中介绍了一般的强混合过程, 如时间序列中的平稳 ARMA(p, q) 模型是强混合过程. 另外, 当 α_m 为 0 时强混合实际上就是最简单的相互独立假设.

② 比如, 简单的线性回归模型在误差项假设为独立同分布的正态随机变量时, 这时极大似然方法同最小二乘法一样有效, 同样在时间序列分析中特别是协整分析中极大似然方法同样有效. 计量经济学中的分类可以有很多种, 可以为按估计方法来分类, 也可以按模型来分类, 而极大似然方法是新模型建立的重要方法, 如 Engle (1982) 在建立 ARCH 模型时, 采用的估计方法就是极大似然方法, 上面提到的时间序列分析如协整、ARMA 模型基本上也可以采用极大似然方法来估计, 后面将提到的随机微分方程最早也是采用极大似然方法来估计的, 所以计量模型的建立同极大似然方法有密切的关系.

如果似然函数 $L(x_i; \theta)$ 在 $\hat{\theta}$ 取到最大值, 则称 $\hat{\theta}$ 分别是 θ 的极大似然估计值. 当 $L(\theta)$ 对 θ 的偏导数存在时, θ 必须满足下述方程(1.1.1).

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (1.1.1)$$

由于 $L(\theta)$ 与 $\ln L(\theta)$ 同时达到最大值, 也可以用方程(1.1.2)代替.

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = 0 \quad (1.1.2)$$

并且后者常常比前一方程简单. 求极大似然估计量 $\hat{\theta}$ 的步骤:

- (1) 写出 $L(\theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i; \theta)$
- (2) 取对数 $\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln p(x_i; \theta)$
- (3) 解方程 $\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = 0$

关于极大似然方法通常假设数据满足独立同分布, 早期的文献如 Wald (1949)、Wolfowitz (1949) 等讨论了正确设定条件下参数估计量的一致性, Serfling (1980) 也给出了数据为独立同分布条件下极大似然估计方法的估计量的一致性及其估计量的渐近分布, 不过两者采用的方法是不同的, 前者并没有假设似然函数的可微性, 当然没有办法利用泰勒展式来直接处理估计量的渐近分布特征, 而后者, 即 Serfling (1980) 则开始采用了似然函数的可微分性质, 这样可以比较方便地得到似然方法下参数估计量的渐近分布特征. Hoadley (1971), Weiss (1971, 1973) 则给出了非标准条件下极大似然方法的渐近性质 (如独立非同分布情况下的极大似然方法), White (1982a) 给出了数据为独立同分布时模型存在错误设定下的估计量的一致性及其渐近分布, 而 White (1982b) 则进一步在数据满足强混合 (或相依, strong mixing) 的条件下讨论了极大似然方法的参数估计量的一致性及其渐近分布特征^①, Gallant (1987) 在

① 在考虑估计量的一致性及其渐近分布特征时, 相应的大数定理和中心极限定理, 一般如下分类:

(1) 在数据满足独立同分布的假设下, 相应的采用 Kolmogorov 大数定理和 Lindeberg - Levy 中心极限定理即可, 关于这些定理可以参见 Serfling (1980).

(2) 在数据满足强混合的条件下, 相应的采用 White 和 Domowitz (1984) 中给出的定理 2.3 和 2.4, 也可以参见中文的参考文献陆传荣和林正炎 (1997).

(3) 在数据的函数满足下面的 NED 条件时, 则相应的采用 Gallant (1987) 第七章中定理 1.2, 也可以参见 Meleish (1974, 1975a, 1975b), 不过后者比较麻烦, 因为实际上 Gallant (1987) 描述的 NED 只是后者的一个简化. 而关于 Hoadley (1971) 和 Weiss (1971, 1973) 在讨论参数估计量的特征时, 则没有利用大数定理及其中心极限定理, 所以在这里并不讨论.

其第七章则把数据为独立同分布的条件扩展为数据满足 NED(Near epoch dependent)^①,这样极大地扩展了极大似然方法的应用范围,同时 White(1996)则把极大似然估计方法扩展为拟极大对数似然方法,并给出了模型设定正确与模型设定错误条件下参数估计量的一致性及其渐近分布特征.

1.1.3 广义矩方法

广义矩方法是由 Hansen(1982)提出, Sen(1997)和 Hall(2005)对广义矩方法的极限理论进行了很大的扩展,而 Gallant(1987)在其第三章对静态模型下的广义矩方法进行了扩展,在其七章则对动态模型下的广义矩方法进行了扩展,该书得到的结论要求的假设条件实际上要比 Sen(1997)的假设更弱.广义矩方法最大的优点是只要求知道矩条件而不是数据的整个密度函数. Hall(2005)指出,许多估计量都可以看成是广义矩方法的特例,如普通的最小二乘法、工具变量方法、两阶段最小二乘法、极大似然方法(也包括拟极大似然

① NED 是比强混合的条件更弱,实际上是随机变量的函数形式的一种相依关系,其定义可以见 Gallant(1987)第 496 页,该书中包括了单指数及其双指数的情况,我们只要求单指数的情况.单指数的定义如下:

令假设随机变量 $\{V_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ 定义于在一个完备的概率空间 (Ω, F, P) 上,其对应的 σ -代数

$$F_m^{\infty} = \sigma(V_m, V_{m+1}, \dots, V_{\infty})$$

且 $V_t, t = m, m+1, \dots, \infty$ 是可测的,而对于 $t = 0, 1, \dots$ 定义

$$W_t = W_t(\dots, V_{-1}, V_0, V_1, \dots)$$

并假设其为可测的,令 $\{g_t(W_t)\}_{t=1,2,\dots}$ 为实值序列,函数 $g_t(W_t)$ 称为大小(size)为 $-q$ 的 NED,如果

$$v_m = \sup_t \|g_t(W_t) - E[g_t(W_t) | F_m^{\infty}]\|_2$$

的大小为 $-q$ 的话,对应的大小为 $-q$ 指的是如果一个非负实数序列 $\{\alpha_m\}_{m=1}^{\infty}$ 满足对于某个 $\theta < -q$, 有

$$\alpha_m = O(m^{\theta})$$

成立的话,则称该非负实数序列的大小为 $-q$,其中的 O 表示的数量级数.

Gallant(1987)之所以引进 NED 的概念,是因为强混合条件并不能很好的描述更广泛范围的数据,因为 Andrews(1984)指出如果误差项为 Bernoulli 型随机变量,即使是 AR(1)过程也未必是强混合过程.而 Gallant(1987)(p502)给出了一个非线性自回归模型(即例题 1),在误差项满足强混合,而非线性函数满足压缩映射(在这里指的是其偏导数绝对值小于 1)的条件下,这样的非线性自回归过程是满足 NED 条件的.这样显然扩大了计量经济学数据分析的范围.

关于强混合条件同 NED 的关系是这样的,如果当解释变量中并不存在被解释变量的滞后项时,(如 White 和 Domowitz(1984), White(1982)),关于非线性相依变量的非线性最小二乘法中假设数据满足 (x_t, ϵ_t) 为强混合条件,也即 (y_t, x_t) (见 White, Domowitz, 1984, p150),这里 x_t 为解释变量,而 y_t 为被解释变量, ϵ_t 为误差项.在这种情况下,满足强混合的数据对应的可测函数实际上是满足 NED 条件的,因为这里无非就是

$$W_t = (y_t, x_t)$$

也就是说 W_t 只依赖于有限的 (y_t, x_t) (非无限的),这样 Gallant(1987, p497)指出如果 W_t 满足这种关系则这样对应的可测函数序列满足 NED 条件,也正是存在这种关系, Gallant 和 Long(1997)在其假设 1,只假设满足 (y_t, x_t) 强混合条件,并认为这将导致相应的 $\frac{\partial \log f_t(y_t | x_t, \theta)}{\partial \theta}$ 及其导数满足 Gallant(1987)第七章中假设 5.6 中的 NED 条件,所以说该文中的假设 (y_t, x_t) 为强混合及其得分函数连续性条件满足 Gallant(1987)第七章中的假设 1-6,而强混合在这种条件下成为 NED 条件的一个特例.但是反过来,目前还没有文献提到 NED 在什么条件满足强混合条件.

方法).

如果模型设定是正确的,则存在一些为 0 的条件矩,广义矩估计的基本思想就是利用矩条件估计模型参数,同时检验模型的设定正确与否.

假设理论上确定了这样的模型关系:

$$y_i = h(X_i, \rho) + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n \quad (2.2.1)$$

其中 ρ 是要估计的 $k \times 1$ 维参数向量,并且假说: $E(\varepsilon_i) = 0, E(\varepsilon_i \varepsilon_i') = \Omega$, 其中 Ω 为半正定的. 模型设定中叶可以允许存在随机解释变量、异方差、序列相关等违背基本假设的情况.

如果上述方程中的解释变量 x 与随机误差项不相关,并且随机误差项不存在异方差和序列相关,则:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_{ji} \varepsilon_i &= 0, j = 1, 2, \dots, k \\ \sum_{i=1}^n x_{ji} (y_i - h(X_i, \rho)) &= 0, j = 1, 2, \dots, k \end{aligned}$$

就是一组矩条件,由这样的样本矩条件估计模型参数 ρ ,就是一种矩估计. 记上述矩条件为 $m(\rho) = 0$,那么广义矩方法的定义就是

定义:一般地,广义矩估计方法就是极小化来获得参数估计的方法.

$$q = m(\rho)' W^{-1} m(\rho)$$

其中 W^{-1} 为某个正定的权重矩阵. 广义矩估计量就是极小化上述 q 而得到的参数估计量,即求 $\hat{\rho}$ 使得 q 极小.

$$\hat{\rho} = \text{argmin}_m(\rho)' W^{-1} m(\rho)$$

关于 W 的选择,为了节省篇幅,请参见 Hall(2005)第三章 3.5、3.6 节,其中存在错误设定的条件下的权重矩阵选择请参见 Hall(2005)的第四章的 4.3 节.

由此可以得到广义矩方法的估计步骤如下:

(1) 采用 OLS 估计方程 $y_i = h(X_i, \rho) + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$, 求得 $\tilde{\rho}$ ^①. 目的在于求权重矩阵的估计量.

(2) 计算权重矩阵的估计量. 权重矩阵的估计量有很多种方法,如 Den

① 通常 OLS 方法下,采用 $\hat{\rho}$ 来表示估计量,但是这里为了同广义矩方法得到的估计量区别,只好采用 $\tilde{\rho}$ 来表示其相应的估计量.

Haan 和 Levin(1996)提出了向量移动自回归过程的权重估计量, Andrews(1991)和 Newey 和 West(1994)讨论了异方差自相关协方差矩阵估计量.

(3)将权重矩阵的估计量代入 $\hat{\rho} = \operatorname{argmin}_m(\rho)'W^{-1}m(\rho)$ 中,得到参数的广义矩估计量.

广义矩方法由 Hansen(1982)提出,其后 Newey(1985a, 1985b)、Sen(1997)和 Hall(2005)等对广义矩方法进行了极大的扩展, Hansen(1982)只要求实际的数据满足平稳遍历性就可以,而 Sen(1997)和 Hall(2005)则只要求数据满足强混合性(也有统计学教材翻译成弱相依, strong mixing)或者 NED(近期相依, 统计学中也有翻译成近邻相依的). 但是无论是 Sen(1997)还是 Hall(2005)的结果都没有脱离 Gallant(1987)第三、七章的框架, 依我们的理解, 后者显然是一个更宽泛的理论框架. 不过, 近期的一本新书《动态非线性计量模型》(Postcher, Prucha, 1997 年著)在讨论非线性动态模型的极限理论时, 对 NED 的概念进行了扩展, 作者提出了 L_p 近似的概念(见 Postcher, Prucha, 1997, 定义 6.2), 这样扩展的概念显然把 NED 和强混合作为一种特殊情况, 其基本的原理则是把数学学科中泛函分析的基本方法应用于计量分析, 即采用空间中的基本元的线性组合来逼近空间中的其它函数, 但是在实际应用上, 这样的条件依然还是不能得到很好的解释.

第二节 有效矩方法的介绍

1.2.1 有效矩方法的提出与发展

连续时间模型被广泛地应用于刻画金融衍生产品标的资产的动态特征, 经典的例子如 Black-Scholes 期权定价模型. 自 ARCH^①模型提出以来, 金融学家开始对经典的 Black-Scholes 期权定价公式, 产生越来越大的怀疑, 因为该经典的期权定价公式假定波动固定不变.

然而, ARCH 类模型只是讨论了标的资产收益的波动问题, 并没有考虑标的资产的动态特征. 为了更系统地考察金融资产的价格变化, 有必要考虑更复

^① 1982 年, Engle 提出了 ARCH 模型 (autoregressive conditional heteroskedastic, 自回归条件异方差模型). 该模型对波动拟合的效果非常好, 这样人们更加相信波动是随机的. 经过多年的发展, ARCH 模型已经发展成了一个系统考察波动的方法.