

# 考研数学 题库精编

系列丛书



理工类

考研者 → 备战应考的良好益友  
大学生 → 训练提高的最佳选择

# 高等数学

薛嘉庆 教授

# 题库精编

修订2版

内容精讲摘要  
基本题型例析  
同步训练题萃  
自我检测试题



NEUPRESS  
东北大学出版社

精编系列丛书

6.25号  
P26  
**高等数学题库精编**

——复习·训练·提高

(修订2版)

薛嘉庆 教授

东北大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学题库精编/薛嘉庆教授. —2 版(修订版). —沈阳: 东北大学出版社, 2001.4

(考研数学题库精编系列丛书: 理工类)

ISBN 7-81054-469-1

I. 高… II. 薛… III. 高等数学-研究生-入学考试-试题  
IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 08496 号

©东北大学出版社出版

(沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号 邮政编码 110004)

电话: (024)23890881

传真: (024)23892538

网址: <http://www.neupress.com> E-mail: [neuph@neupress.com](mailto:neuph@neupress.com)

铁岭市新华印刷厂印刷

东北大学出版社发行

开本: 850mm × 1168mm 1/32  
2001 年 4 月第 2 版

字数: 543 千字 印张: 21  
2001 年 4 月第 1 次印刷

责任编辑: 郭爱民  
封面设计: 唐敏智

责任校对: 米 戎  
责任出版: 杨华宁

定价: 28.00 元

## 编辑 寄语

近年来,随着国家不断扩大研究生招生数额,大批有志的青年朋友纷纷加入到了考研大军中。于是,考研一族每天匆匆的行色、忙碌的身影便成为大学校园中一道亮丽的风景。如何遴选一套合适的参考书,使您既能系统地复习基础知识和基本理论,全面地掌握近年来考研的题型、题路、题质和题量,又能抓住重点、难点和考点,通过备“战”练“兵”进行强化训练,在较短时间内培养解题能力、增长实战技巧、提高应试水平,是一件至关重要的大事。“良好的开端,是成功的一半。”“好的教本,是成功之本”。

《考研数学题库精编》(理工类、经济类)系列丛书自2000年3月面世以来,以其题型全、题路新、题质高、题量大等特点,深受全国各地广大考生的青睐。一些考研辅导班的授课教师经过多方比较,最终选择本丛书作为授课的主要教本;许多读者因在当地书店未购到本丛书,纷纷来电、来函办理邮购事宜。更有一些数学专家对本丛书给予了较高的评价,并提出了很好的建议。所有这些,既是对我们丛书编辑的鼓励和信任,更是对我们的鞭策。

本丛书经过此次修订后,纠正了差错,弥补了疏漏,吸收了各方面的智慧,更好地体现了编辑思想和设计意图。该丛书主要具有以下特点。

一是紧扣考研大纲 根据考研《数学考试大纲》的要求确定编写内容,对重要的概念、定理、公式作出扼要剖析,便于考生加深理解,增强记忆,避免犯概念性错误或

其他解题错误。

**二是精选典型例题** 针对历年考研基本题型，精心遴选典型例题。对于重点例题，或在解题前给出【解题思路】，或在解题后归纳【解题技巧】，提供【方法总结】，以使考生切实收到举一反三、触类旁通之效。

**三是突出重点难点** 本丛书突出重点、难点和考点，并有“错点分析”、“易错提醒”和“巧点揭示”，使读者在较短时间内快速掌握要害之处和关键所在，提高学习效率，取得最佳效果。

**四是同步强化训练** 书中每单元都精选了大量的同步训练题（但绝无超出《大纲》的偏题、怪题），供读者备“战”练“兵”，以使读者更透彻地消化和理解所学内容，强化应试能力，大大提高临场的解题速度和准确性。

**五是应试水平检测** 每章后都选编了历届考研的数学真题，便于考生对应试水平、复习效果和综合能力进行完全检测，以便找出差距，制定应对措施。

值得一提的是，本丛书的作者都是多年从事考研辅导工作、经验丰富的知名专家、教授。书中每一个字符都凝聚着他们的智慧，是其心血和汗水的结晶。

最后，编辑将古希腊哲学家亚里士多德的一段名言转录于此，送给广大的考生朋友：

“能够摄取必要营养的人，要比吃得很多的人更健康。同样地，真正的学者往往不是读了很多书的人，而是读了有用的书的人。”

愿本丛书能成为您备战应考的良好帮手、斩关夺隘的得力助手。祝您旗开得胜，马到成功！

丛书编辑

2001年4月

## 再版 前言

本书自从在 2000 年初出版发行以来,经历了 2000 年和 2001 年两次全国硕士研究生入学考试。作为作者,使我感到欣慰的是,本书第一版覆盖了这两次考试试题的绝大部分题型,部分试题与本书的例题、习题极为相近。例如:本书例 3-100 中的  $\int_a^b xf(x)dx$  改为  $\int_0^\pi f(x)\cos x dx$  就是 2000 年数学一、二、三、四中的证明题;训练题 6-54(2) 中的  $3^n + (-2)^n$  由分子移到分母去就是 2000 年数学一的第七题;训练题 3-40 中的  $e^{-x}$  改为  $e^{-2x}$  就是 2001 年数学一的第三题;2001 年数学一的第四题是本书例 4-42 的特殊情况,等等。篇幅所限,不再一一列举。

出现这种情况的原因是,本书精选了约 1500 道题,包含了考研《数学考试大纲》中的几乎全部题型。因此,只要《数学考试大纲》不变,我们就可以这样说:今后的考研数学试题的绝大部分题型仍然要为本书所覆盖。

本书是根据我们在东北大学英才学院考研辅导班的讲义整理编写而成的。在这里我介绍一位考生的情况:他是 1993 年从青海农业大学毕业的。1998 年 9 月辞职,经过半年的复习,参加了 1999 年全国硕士研究生入学统一考试,数学得了 24 分。这以后他参加了我们的考研辅导班。据他自己说,他把我们编写的讲义中的所有题目做了三遍。在 2000 年全国硕士研究生入学考试中数学成绩是 72 分,并被北京科技大学计算机专业录取。一位毕业多年、

学农的学生经过一年半的刻苦努力终于考上了重点大学的最热门专业，可以说是一个奇迹。之所以创造了这样的奇迹，除了与他个人的刻苦努力不可分之外，我们编写的讲义，即《题库精编》丛书的前身，对于他的复习备考起着关键的作用，这就是把他从仅仅学过少学时微积分的薄弱数学基础提高到《数学考试大纲》要求的水平上。

上述事例表明，《题库精编》丛书的编写是成功的。可以说，只要读透这套书，一定会在考试中取得好成绩。

这次再版，把 2000 年的部分试题已经融合到书中，把 2001 年数学一和数学二（高等数学部分）试题及解答附在书末。

薛嘉庆 谨识

2001 年 1 月

# 前 言

本书是为准备参加工学硕士研究生入学的数学（一、二）考试而编写的，目标是使得学习并掌握本书内容的考生考出好成绩。本书也可供正在学习高等数学的工科一年级大学生（特别是有志于考研的学生）参考。

## 1. 本书编写依据

本书的编写依据和素材来自以下七个方面：

- (1) 《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》；
- (2) 《全国工科高等数学教学大纲》；
- (3) 《高等数学》（第四版）上、下册，同济大学数学教研室编（本书正文所说的“教材”专指这套书）；
- (4) 多部高等数学教学参考书和考研辅导书（见本书末的参考文献）；
- (5) 1987年以来的全国硕士研究生入学统考数学试题（在本书中出现时均冠以试题的年份）；
- (6) 作者十几年来的高等数学教学经验；
- (7) 作者教授考研数学辅导班的教学经验。

## 2. 历年试题特点

分析十几年来的考研数学试题，可以归纳出如下特点：

- (1) **基本性** 每年的考题覆盖面较广，所有试题均在

《考试大纲》范围之内。绝大部分试题的题型是基本的。确实有难题，但是没有偏题和怪题。

(2) **新颖性** 除个别题目外，大部分题目都是新编制出来的，亦即在各种教材和教学参考书中找不到与这种考题一模一样的题。因此，只靠压题，不可能“过关”。

(3) **综合性** 通过一道试题同时考几个知识点是考研试题的一大特点，以考查考生综合运用知识解决问题的能力。只有把知识学得系统、深入、融会贯通，才能适应研究生入学考试的要求。

(4) **灵活性** 大部分试题都有一个或几个“弯儿”，这是考研试题的又一大特点。要求考生能够灵活运用所学知识，熟谙各种题型及其解题方法和技巧。

(5) **应用性** 近年来的每套试题都包含一道应用题目，很结合实际，用来考查考生解决实际问题的能力。

以上这些特点是由研究生入学考试宗旨决定的，即通过考试选拔人才。不仅考查考生掌握知识的程度，更重要的是考查运用所学知识解决问题的能力。数学能力体现在计算能力、逻辑思维能力和空间想象能力上。在学习和复习高等数学的过程中，特别要注意对能力的培养。

### 3. 本书编写原则

根据两个大纲和上述对试题特点的分析，本书遵循如下编写原则：

(1) **注重基本内容、理论和方法的原则** 本书以《考试大纲》为依据，以同济大学编的《高等数学》（第四版）为蓝本，注重对基本内容、理论和方法的讲述。只有基本知识熟了，才有进一步提高的可能。

(2) **覆盖《大纲》、难度适当的原则** 可以肯定地说，仅仅复习教材是不够的。本书的重点在于提高。在广度方

面要覆盖《考试大纲》，在难度方面要达到考研试题的水平。不搞偏题和怪题。

**(3) 便于自学的原则** 我注意到这样一个事实：即使是在校大学生准备考研，一般也是从大学三年级第二学期才开始复习，高等数学已经“扔”下一年半了，至于已经参加工作的考生“扔”的时间就更长了。因此，本书力求由浅入深，逐步提高，适于自学。

#### 4. 本书研读方法

如何利用本书做好复习呢？提三点意见谨供考生参考。

第一，最好先复习一遍教材，至少在阅读本书遇到困难时要参看教材。教材是基础，有基础才能提高。很难设想，连教材上的习题作起来都有困难，阅读参考书会收到好效果。

第二，本书共设七章十九单元，每单元由三部分组成：

**内容精讲指要** 除系统地归纳和总结教材中的重要定义、定理和公式外，还包含解题时常用的方法和技巧。总之，都是要求考生必须掌握和熟记的内容，可以说是高等数学的精华，只有通过大量作题，反复使用，才能理解、记牢。临考之前再看两三遍是肯定有益处的。

**基本题型例析** 这是本书的核心内容。所有例题都具有典型性。通过这些例题讲述了高等数学中的思考方法、解题方法、常用技巧和注意事项。建议你采取这样的学习方法：读过一道题（例题和练习题），不要急于看解答和提示，而要独立思考，尽量自己把题作出来，至少要思考一段时间，然后再与解答作对比。也许你的方法比书中的还好，如果不是这样，你就可以从书中学到有用的东西，提高你的解题能力。

**同步训练题萃** 与所讲内容和例题相配合，本书选配了足够数量的练习题，并有答案和必要的提示。练习题按难度分为 A, B, C 三级，读者可根据自己的需要选作。勤能补拙，熟能生巧，应该尽量多作题，以提高解题能力和速度。

此外，在每章后还配有：

**自我检测试题** 全部试题选自 1987 年以来的历届考研真题。每套题在形式和时间上也都仿照考研试题。附有详细的解答，以便于自己评分。建议你：某一章的内容已经做了充分的复习，自己认为有把握以后，再集中时间来作这一章的自测题，以衡量你所达到的水平。切忌今天作一道，明天作一道，这样就失去自测题的意义了。

第三，如果有条件，最好参加考研辅导班。这样做可以加快你的复习速度，取得事半功倍之效。更重要的是，辅导班会把高等数学的本科教学水平提高到适应考研的高度上去。

如果你是大学一年级学生，开始阅读本书时可能会感到有一定困难。主要是本书起点较高，有个别地方用到了教材偏后的内容，你可以先跳过这些地方，待学过有关知识后回头重新阅读就是了。本书的绝大部分内容都是按教材顺序编写的。

在成书过程中，杨泽宽教授做了大量工作，也得到东北大学出版社的大力支持，本书的框架和体例都是责任编辑拟定的，作者一并表示感谢。

由于时间仓促，书中差错和缺欠在所难免，欢迎批评指正。

薛嘉庆 谨识

2000 年 1 月

# 目 录

再版前言

前 言

[www.qihang.com](http://www.qihang.com)

第一章 极限、函数及其连续性 ..... 1

第一单元 极 限 ..... 1

内容精讲指要 ..... 1

基本题型例析 ..... 6

同步训练题萃 ..... 25

答案与提示 ..... 29

第二单元 函数及其连续性 ..... 34

内容精讲指要 ..... 34

基本题型例析 ..... 38

同步训练题萃 ..... 50

答案与提示 ..... 54

自我检测试题 ..... 57

第二章 一元函数微分学 ..... 60

第一单元 导数概念及计算 ..... 60

内容精讲指要 ..... 60

基本题型例析 ..... 64

同步训练题萃 ..... 81

答案与提示 ..... 86

第二单元 微分中值定理 ..... 90

内容精讲指要 ..... 90

|                          |            |
|--------------------------|------------|
| 基本题型例析 .....             | 92         |
| 同步训练题萃 .....             | 109        |
| 答案与提示 .....              | 112        |
| 第三单元 导数应用 .....          | 115        |
| 内容精讲指要 .....             | 115        |
| 基本题型例析 .....             | 118        |
| 同步训练题萃 .....             | 136        |
| 答案与提示 .....              | 140        |
| 自我检测试题 .....             | 144        |
| <b>第三章 一元函数积分学 .....</b> | <b>148</b> |
| 第一单元 不定积分 .....          | 148        |
| 内容精讲指要 .....             | 148        |
| 基本题型例析 .....             | 152        |
| 同步训练题萃 .....             | 174        |
| 答案与提示 .....              | 177        |
| 第二单元 定积分与广义积分计算 .....    | 181        |
| 内容精讲指要 .....             | 181        |
| 基本题型例析 .....             | 186        |
| 同步训练题萃 .....             | 208        |
| 答案与提示 .....              | 212        |
| 第三单元 变上限积分与定积分证明题 .....  | 217        |
| 内容精讲指要 .....             | 217        |
| 基本题型例析 .....             | 218        |
| 同步训练题萃 .....             | 245        |
| 答案与提示 .....              | 250        |
| 第四单元 定积分应用 .....         | 254        |
| 内容精讲指要 .....             | 254        |
| 基本题型例析 .....             | 256        |

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| 同步训练题萃                    | 272        |
| 答案与提示                     | 276        |
| 自我检测试题                    | 278        |
| <b>第四章 空间解析几何与多元函数微分学</b> | <b>282</b> |
| <b>第一单元 空间解析几何</b>        | <b>282</b> |
| 内容精讲指要                    | 282        |
| 基本题型例析                    | 287        |
| 同步训练题萃                    | 309        |
| 答案与提示                     | 314        |
| <b>第二单元 多元函数微分学</b>       | <b>318</b> |
| 内容精讲指要                    | 318        |
| 基本题型例析                    | 327        |
| 同步训练题萃                    | 349        |
| 答案与提示                     | 356        |
| 自我检测试题                    | 362        |
| <b>第五章 多元函数积分学</b>        | <b>367</b> |
| <b>第一单元 二重积分</b>          | <b>367</b> |
| 内容精讲指要                    | 367        |
| 基本题型例析                    | 371        |
| 同步训练题萃                    | 389        |
| 答案与提示                     | 393        |
| <b>第二单元 三重积分</b>          | <b>396</b> |
| 内容精讲指要                    | 396        |
| 基本题型例析                    | 400        |
| 同步训练题萃                    | 416        |
| 答案与提示                     | 420        |
| <b>第三单元 曲线积分</b>          | <b>423</b> |

|                  |            |
|------------------|------------|
| 内容精讲指要           | 423        |
| 基本题型例析           | 429        |
| 同步训练题萃           | 445        |
| 答案与提示            | 449        |
| 第四单元 曲面积分        | 452        |
| 内容精讲指要           | 452        |
| 基本题型例析           | 458        |
| 同步训练题萃           | 478        |
| 答案与提示            | 483        |
| 自我检测试题           | 486        |
| <b>第六章 无穷级数</b>  | <b>491</b> |
| 第一单元 常数项级数       | 491        |
| 内容精讲指要           | 491        |
| 基本题型例析           | 494        |
| 同步训练题萃           | 517        |
| 答案与提示            | 522        |
| 第二单元 函数项级数       | 527        |
| 内容精讲指要           | 527        |
| 基本题型例析           | 532        |
| 同步训练题萃           | 556        |
| 答案与提示            | 562        |
| 自我检测试题           | 568        |
| <b>第七章 常微分方程</b> | <b>572</b> |
| 第一单元 一、二阶常微分方程   | 572        |
| 内容精讲指要           | 572        |
| 基本题型例析           | 574        |
| 同步训练题萃           | 591        |

---

|                                  |            |
|----------------------------------|------------|
| 答 案 与 提 示 .....                  | 594        |
| 第二单元 线性常微分方程 .....               | 598        |
| 内容精讲指要 .....                     | 598        |
| 基本题型例析 .....                     | 603        |
| 同步训练题萃 .....                     | 620        |
| 答 案 与 提 示 .....                  | 624        |
| 自我检测试题 .....                     | 628        |
| <b>附 录 .....</b>                 | <b>632</b> |
| 附录1 导数公式表 .....                  | 632        |
| 附录2 基本积分表 .....                  | 633        |
| 附录3 常用定积分的值 .....                | 634        |
| 附录4 常用曲线及其方程 .....               | 635        |
| 附录5 常用曲面及其方程 .....               | 639        |
| 附录6 常用泰勒公式与泰勒级数 .....            | 640        |
| 附录7 常用不等式 .....                  | 641        |
| 附录8 初等数学中某些常用公式 .....            | 642        |
| 附录9 2001年数学一(高等数学部分)试题及解答 .....  | 643        |
| 附录10 2001年数学二(高等数学部分)试题及解答 ..... | 648        |
| <b>参考文献 .....</b>                | <b>654</b> |

# 第一章 极限、函数及其连续性

## 第一单元 极 限

### 内容精讲指要

#### 一、数列极限

##### (一) 定 义

设有数列  $\{x_n\}$  和常数  $a$ , 若  $\forall \epsilon > 0$ ,  $\exists$  正整数  $N^\bullet$ , 当  $n > N$  时, 总有  $|x_n - a| < \epsilon$ , 则称  $a$  是数列  $\{x_n\}$  当  $n \rightarrow \infty$  时的极限, 记为  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ . 此时称数列收敛, 不收敛称为发散.

**注意** 凡极限定义都由四句话构成. 例如  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\infty$  的定义:  $\forall M > 0$ ,  $\exists$  正整数  $N$ , 当  $n > N$  时, 总有  $x_n < -M$ .

##### (二) 关于数列极限的重要命题

**命题 1** (惟一性) 若数列  $\{x_n\}$  收敛, 则其极限必惟一.

**命题 2** (有界性) 若数列  $\{x_n\}$  收敛, 则其数列必有界.

**命题 3** (子数列的收敛性) 若数列  $\{x_n\}$  收敛于  $a$ , 则它的任

①  $\forall$  是 Arbitrary(任意的)的第一个字母 A 的上下翻转.  $\forall \epsilon > 0$  表示“对于任意给定的正数  $\epsilon$ ”.  $\exists$  是 Exist(存在)的第一个字母 E 的左右翻转.