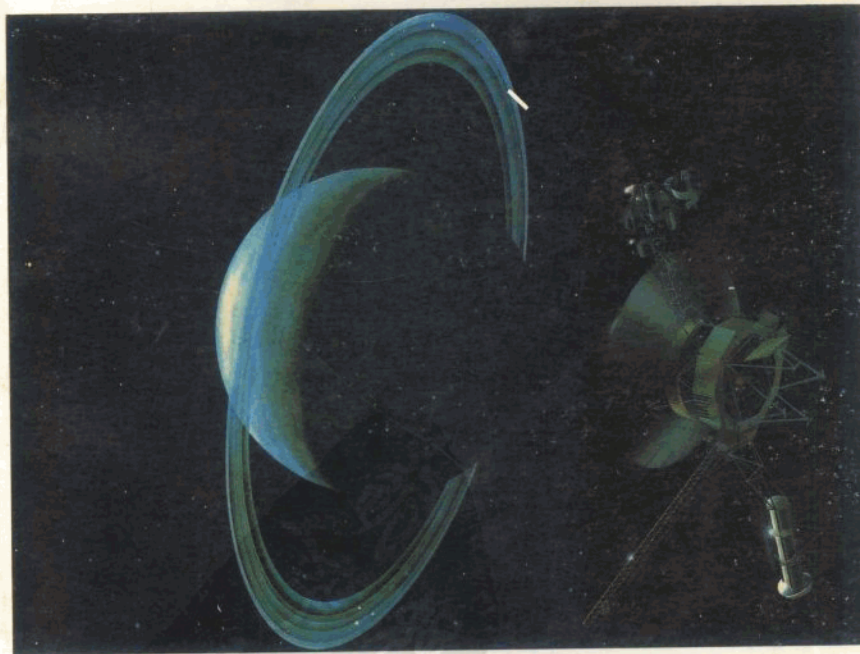


大專用書

應用力學

梁燕輝 教授 編著

(本書根據教育部最新公布課程標準編輯)



復文書局

編輯大意

- 一、本書係遵照教育部民國72年1月所頒之二年制，五年制工業專科學校機械工程科應用力學課程標準編著，適合五年制第二學年下學期及二年制第一學年上學期機械工程科之課程。
- 二、遵照教育部通令各專科學校宜採用公制之規定，配合國家教育政策，本書所用之度量單位，皆採用公制單位。
- 三、本書全一冊，共分十三章，第一章到第八章屬於靜力學，第九章到第十三章屬動力學，其內容可供每週4～6小時講授，一學期講完。書內章節有*符號者，可視學生之程度，予以刪減，或摘要講解。
- 四、本書是編者多年來教學經驗的累積，可供大學部“工程力學”授課之用，每週3小時講授，一學期講完或社會人士進修之用。
- 五、本書各章所舉例題、習題，均經嚴謹選定，促進了解，加強運用。
- 六、書中所用名詞，以教育部公布之機械工程名詞為準。在附錄有各章之名詞，並附註原文，以資對照。
- 七、本書編著態度審慎，疏漏之處在所難免，尚祈先進學者，隨時予以指正。

編 者 謹識

中華民國七十四年元月
於國立成功大學機械系

目 錄

第一章 概論	1
1 - 1 概說	1
1 - 2 質點——剛體	2
1 - 3 參考坐標	2
1 - 4 基本因次與單位	3
1 - 5 導出因次與單位	4
1 - 6 因次齊次定律	8
1 - 7 純量與向量	9
習題一	9
第二章 向量運算	11
2 - 1 基本概念	11
2 - 2 向量加減法	17
2 - 3 一向量與一純量相乘	20
2 - 4 兩向量的純量積	21
2 - 5 兩向量的向量積	26
2 - 6 三向量的乘積	30
習題二	31
第三章 力	37
3 - 1 力的特性	37

3-2	內力與外力	38
3-3	力之可移性原理	39
3-4	力之合成與分解	39
3-5	一力對一點之力矩	45
3-6	一力對一軸之力矩	47
3-7	力矩原理	50
3-8	力偶與力偶矩	54
3-9	力偶之變換	57
3-10	分解一力為一力及一力偶	59
習題三		62

第四章 力系之合力 69

4-1	力系	69
4-2	等值力系	70
4-3	力系之合力	71
4-4	共線力系之合力	72
4-5	共面共點力系之合力	72
4-6	共面平行力系之合力	76
4-7	共面非共點非平行力系之合力	82
4-8	空間共點力系之合力	87
4-9	空間平行力系之合力	90
4-10	空間非共點非平行力系之合力	93
4-11	結論	96
習題四		97

第五章 力系之平衡 107

5-1	概說	107
5-2	分離體圖	108
5-3	平衡力系之平衡條件	114
5-4	解平衡問題之步驟	132
5-5	平面構架	132
5-6	構架分析	134
5-7	撓性繩索	146
5-8	拋物線索	147
5-9	懸索	152
習題五		157

第六章 摩擦 167

6-1	摩擦之性質	167
6-2	摩擦定律	169
6-3	摩擦系數	169
6-4	摩擦角與摩擦圓錐	171
6-5	含摩擦力之問題	174
6-6	撓性帶與平皮帶之摩擦	180
6-7	三角皮帶之摩擦	183
6-8	螺旋	185
6-9	推力軸承與圓盤離合器之摩擦力矩	188
6-10	滾動摩擦	190
習題六		192

第七章 重心與形心 196

7-1	概說	196
-----	----	-----

7-2	物體的質心	197
7-3	物體的重心	202
7-4	形心	203
7-5	以積分法求形心與重心	206
7-6	組合體之形心與重心	213
7-7	巴波定理	217
7-8	壓力中心	221
習題七		225

第八章 慣性矩(二次矩) 233

8-1	概說	233
8-2	面積慣性矩	234
8-3	質量慣性矩	260
習題八		273

第九章 運動學—絕對運動 281

9-1	概說	281
9-2	基本定義	282
9-3	質點運動學：直角坐標	285
9-4	質點運動學：圓柱面坐標和極坐標	289
9-5	質點運動學：切線和法線坐標	295
9-6	剛體之運動	299
習題九		302

第十章 運動學—相對運動 305

10-1	概說	305
10-2	角位移，角速度和角加速度	306

10-3	相對位移——動坐標	307
10-4	相對速度	308
10-5	平面運動之瞬時中心	312
19-6	相對加速度	315
10-7	對迴轉坐標之相對運動	319
習題十		326

第十一章 力、質量及加速度337

11-1	概說	337
11-2	牛頓之運動定律	337
11-3	質點的運動方程式	340
11-4	質點系質心之運動	341
11-5	解動力學問題的步驟	343
11-6	剛體的移動	346
11-7	剛體之迴動	350
11-8	剛體之平面運動	355
11-9	達蘭貝特原理	359
習題十一		362

第十二章 功與能371

12-1	概說	371
12-2	力或一力系之所作之功	371
12-3	能	376
12-4	勢能	377
12-5	一個質點之動能	379
12-6	剛體之動能	381

12-7 功與動能原理.....	384
12-8 能量之守恒.....	391
12-9 功率與效率.....	392
12-10 機械能之散失.....	394
12-11 結論.....	395
習題十二	396

第十三章 衝量與動量.....403

13-1 概說.....	403
13-2 線衝量.....	403
13-3 線動量.....	405
13-4 線衝量原理.....	407
13-5 可變質量系.....	410
13-6 線動量守恒.....	413
13-7 彈性撞擊.....	416
13-8 角動量.....	420
13-9 角動量原理.....	421
13-10 角衝量與角動量原理.....	426
13-11 角動量守恒.....	428
13-12 中心力運動.....	429
13-13 廻轉儀與陀螺.....	431
13-14 結論.....	434
習題十三	434

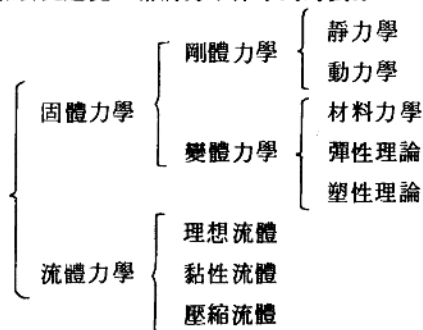
參考書籍.....447

附錄A 英制單位與SI單位之換算	441
附錄B 英制單位與公制單位之換算	445
附錄C 中英名詞對照表	447

第一章 概論

1-1 概說

力學是物理學的一支，專門研究力對物體所生的效果，爲便於學習和研究起見，常將力學作下列的劃分：



本書所討論的僅限於剛體力學，前八章研討靜力學，後五章研討動力學。近代所研討的振動力學，結構穩定性，結構強度，各類機械設計、火箭、太空梭、自動控制、引擎性能、電機械、波浪力學、分子和原子等，都與力學基本原理有密切相關性，由此可知力學之重要性。

力學是最古老的物理科學，最早記錄於西元前 287—212 年，是有關於阿基米德 (Archimedes) 之槓桿原理和浮力原理，再由史特維納斯 (Stevinus, 1548~1620) 推演力之合成的向量定律，他

2 應用力學

也推演大部份靜力學原理。

早期的人們，無法定出時間的基本單位，對時間的度量工作，不能完成，因此動力學被耽擱下來，一直到迦利略 (Galileo) 時代 (1564 ~ 1642)，惠金氏 (Huygens) 和虎克 (Hooke) 兩人，先後發明了鐘和錶，為時間提供了比較準確的基本單位，人們才能從事時間的度量工作，進而奠定了動力學基礎。至牛頓 (Newton 1642 ~ 1727) 才正確推演了運動定律，隨後對力學發展有重大貢獻學者：有瓦立農 (Varignon)，達蘭貝特 (D' Alembert)，拉哥蘭擠 (Lagrange)，拉普拉斯 (Laplace)，漢彌爾頓 (Hamilton) 等。

1-2 質點—剛體

當一物體的最大尺寸，遠比其動程為小時，則該物體可被視為質點，分析質點的運動時，祇考慮其移動，而略去自轉運動。在研究各行星繞着太陽的迴轉運動時，可將各行星當做質點來處理。

物體為許多質點的集合體，為此物體受力作用時，倘其形狀與大小俱無變化，即稱之為剛體，換言之，物體之任意質點與質點距離保持不變。宇宙之間，並無剛體之存在，蓋任何物體，受力的作用，皆有形狀大小的變化，不過，當上述變化極小時，即可忽略該項的變化，而將該物體視為剛體。

1-3 參考坐標

研究各種自然現象時，坐標的選擇頗為重要，倘若選擇不適當，將使簡單問題，轉為複雜，在研究力學問題時必須選擇適當坐標，使得各個有關定律，能以最簡單的形式出現。

在工程上，我們常假定參考坐標連接在地球上，在此情形，因地

球繞着太陽的迴轉運動，以及地球的自轉而帶來的誤差，通常是很小，對分析結果，並沒有多大的影響。坐標型式很多，經常所採用的是直角坐標和圓柱面坐標，如圖 1-1 與圖 1-2 所示。

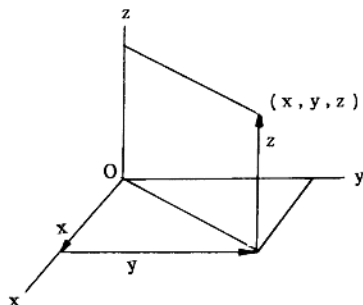


圖 1-1

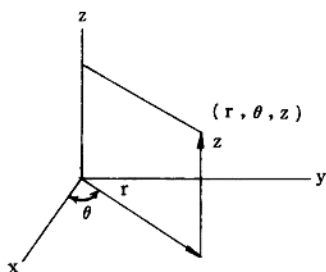


圖 1-2

1-4 基本因次與單位

物理學中最基本之觀念為質量、長度與時間。吾人對此類觀念之印象，僅以官能之感覺，不能深入研究和精確度量。因此，吾人必須建立一標準體系，以表示此類基本觀念之物理量。這些物理量，我們常用因次表示之。表示基本物理量之因次，稱為基本因次。物理學中使用之基本因次為質量、長度與時間，分別以 $[M]$ 、 $[L]$ 與 $[T]$ 表示。這種因次稱為絕對基本因次。在此體系內，“力”為依據牛頓第二運動定律 $F = ma$ 之公式，推導而得之因次，即 $[ML T^{-2}]$ 。其他之物理量，可由此三個基本獨立因次導出。

工程應用上，以力、長度與時間為基本因次，且分別以 $[F]$ 、 $[L]$ 及 $[T]$ 表示。這種因次，稱為重力基本因次。在此體系內，質量為依據此三個獨立基本因次推導而得，故為導出因次。

依據牛頓第二運動定律 $F = ma$ 之公式，質量推導而得之因次為 $[FL^{-1}T^2]$ 。

4 應用力學

物理量之因次，只代表其性質，而不計其大小。如長為 10 公分的鉛筆與 30 公尺之橋樑，因均為長度，故其因次亦相同，均以〔L〕表之。因次不同，表示之物理量不同；如長度與時間，因次各為〔L〕與〔T〕，故兩者不能相加減。有的因次雖屬相同，但未必代表同一物理量。如“力矩”和“功”的因次，都是〔 ML^2T^{-2} 〕，但兩者之物理性質不同，宜加注意。

基本因次之大小，又必須建立一標準量，便於互相比較。這種標準量，稱為單位。雖然單位可任意選擇，但因現代科學進步，國與國間之交往日繁，宜採用一種國際間之標準單位。即長度單位為米、質量單位為公斤、時間單位為秒，稱為國際單位，簡稱 SI 單位。

基本因次分絕對基本因次與重力基本因次，茲將這兩種基本因次所定之基本單位分述如下：

(1) 絕對基本因次之公制單位

長度之基本單位為米 (m)，質量之基本單位為公斤 (kg)，時間之基本單位為秒 (sec)，故稱 MKS 制，若長度之單位採用公分 (cm)，1 公分等於 1 / 100 米；質量之單位採用公克 (g)，1 公克等於 1 / 1000 公斤；時間之單位仍為秒 (sec)，則此單位制為 CGS 制。

(2) 重力基本因次之公制單位

重力公制單位 MKS 中長度，時間與絕對公制單位中 MKS 制之長度，時間單位相同，但力之單位為公斤 (kg_f)。

1-5 導出因次與單位

有些物理觀念，常以幾個基本因次表示之，此種由基本因次而導出之因次，稱為導出因次，其物理量，稱為導出量，導出量之單位，係由其所組成之基本量之單位表示之。

上節之絕對基本因次爲〔M〕，〔L〕，〔T〕，速度之因次可依物理之定義導出。因速度爲位移對時間之變化率，故

$$\text{速度} = \frac{\text{位移}}{\text{時間}} = [L][T^{-1}]$$

而速度之單位亦可依基本量之單位導出如下：

$$\text{速度} = \frac{[L]}{[T]} = \frac{\text{公尺}}{\text{秒}} = \text{m/sec}$$

同理加速度之因次爲

$$\text{加速度} = \frac{\text{速度}}{\text{時間}} = \frac{[L T^{-1}]}{[T]} = [L T^{-2}]$$

加速度之單位爲

$$\text{加速度} = [L][T^{-2}] = [m][\text{sec}^{-2}] = \text{m/sec}^2$$

由此，可依據牛頓第二定律 $F = ma$ 而導出力之因次與單位如下：

$$\begin{aligned} F = ma &= [M][L T^{-2}] = [ML T^{-2}] \\ &= [kg_m][m][\text{sec}^{-2}] \end{aligned}$$

假設有某一單位力，作用於 $1 kg_m$ 質量，能產生 $1 m/\text{sec}^2$ 之加速度，此單位力稱爲 1 牛頓 (Newton)，以 N 表示之。可用圖 1-3 表示：

圖 1-3

$$\underline{1 \text{ Newton}} \rightarrow \boxed{1 kg_m} \cdots \cdots \rightarrow 1 m/\text{sec}^2$$

6 應用力學

例 1-1 假設有一物體，質量為 1 kg_m ，重力加速度為 $g = 9.81 \text{ m/sec}^2$ ，則物體之重量若干？

$$\begin{aligned} W &= Mg = 1 \text{ kg}_m \times 9.81 \text{ m/sec}^2 \\ &= 9.81 \text{ kg}_m \text{ m/sec}^2 \\ &= 9.81 \text{ N} \end{aligned}$$

重力基本因次為 $[F]$ 、 $[L]$ 、 $[T]$ 其速度與加速度之導出因次與導出單位與由絕對基本因次導出者相同。因重力基本因次中，質量為導出因次，其單位亦為導出單位。根據牛頓第二運動定律可得質量之導出因次如下：

$$\begin{aligned} F &= ma \\ m &= F/a = [F][L^{-1}][T^2] \\ &= [\text{kg}_f][\text{m}^{-1}][\text{sec}^2] \end{aligned}$$

假設有一物體，其質量為 1 單位質量，受 1 公斤之力作用 (kg_f)，能產生 1 m/sec^2 之加速度，此單位質量稱為 1 米斯拉 (metric Slug) 可用圖 1-4 表示：

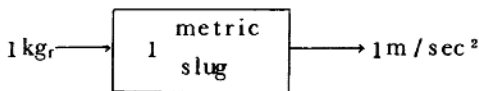


圖 1-4

例 1-2 假設有一物體其質量為 $1/9.81$ 米斯拉，受力之作用後，其運動加速度為 9.81 米/秒^2 ，問此作用之力有多大？

$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= 1/9.81 \text{ metric slug} \cdot 9.81 \text{ m/sec}^2 \end{aligned}$$

$$= 1 \text{ metric Slug} \cdot \text{m} / \text{sec}^2$$

$$= 1 \text{ kg}_r$$

由例 1-1 和例 1-2 可知，如令：

$$1 \text{ kg}_m = 1 / 9.81 \text{ metric Slug}$$

$$\text{則 } 1 \text{ kg}_r = 9.81 \text{ N}$$

爲便於參考，將公制中各種單位制之性質及名稱列於表 1-1。

表 1-1 各種單位制之性質及名稱

基本因次單位	重力單位	絕對單位	
基本量〔因次〕	力 [F] 長度 [L] 時間 [T]	質量 [M] 長度 [L] 時間 [T]	
名稱	MKS	MKS	CGS
力	公斤 kg_r	牛頓 N $\text{kg}_m \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2}$	達因 dyne $\text{g}_m \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$
長度	公尺 m	公尺 m	公分 cm
時間	秒 sec	秒 sec	秒 sec
質量	米斯拉 metric Slug $\text{kg}_r \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{sec}^2$	公斤 kg_m	公克 g_m

表 1-2 常用之導出因次與單位

物 量	因 次	單 位	物 理 量	因 次	單 位
面 積	$[L^2]$	m^2, cm^2	角	$[LL^{-1}=1]$	rad
體 積	$[L^3]$	m^3, cm^3	角 速 度	$[T^{-1}]$	rad./sec
力 矩	$[FL]$	$\text{m} \cdot \text{kg}_r$	功	$[FL]$	$\text{m} \cdot \text{kg}_r$
直 線 速 度	$[LT^{-1}]$	$\text{m}/\text{sec}, \text{km}/\text{hr}$	功 率	$[FLT^{-1}]$	$\text{m} \cdot \text{kg}_r / \text{sec}$
直 線 加 速 度	$[LT^{-2}]$	$\text{m}/\text{sec}^2, \text{cm}/\text{sec}^2$	直線衡量	$[FT]$	$\text{kg}_r \cdot \text{sec}$

8 應用力學

物理量之導出因次與導出量甚多，茲將常用之各量摘錄於表 1-2 中，備作參考。

1-6 因次齊次定律

自然界某些問題，經細心觀察與實驗，可將各量間之關係，以方程式表示。亦即以物理量為代數方程式中之各變數。方程式中之各項，必具相同之因次，故因次方程式，必為齊次式。此一特性，稱為因次齊次定律。

由於因次式中每一項之因次均應相同，故利用此一特性，可核對任一方程式之正確性，亦可從已知方程式，決定某一未知量之特別因次。自然現象之演變，與人為之單位無關；因此，代表自然現象之因次方程式，對於任何單位體系，均應適用。

例 1-3 試證下列公式中之因次無誤。

$$V = V_0 + at$$

其中 V 代表末速度， V_0 表初速度， a 表加速度， t 表示自初速至末速所經歷之時間。

證：以各量之因次，代入方程式之兩邊，得

$$\{L/T\} = \{L/T\} + \{L/T^2\} \{T\}$$

$$\text{即 } \{LT^{-1}\} = \{LT^{-1}\} + \{LT^{-1}\}$$

所得各項均為齊次，故原式之因次無誤。

例 1-4 試求下列方程式中 g 之因次。

$$S = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$