

全国教育科学【十一五】教育部规划课题



图解 新教材

八年级数学（上）

北京师大版

总主编 钟山
读图时代的学习方法

总策划 薛金星

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司



辽海出版社



《图解新教材》的学习与考试原理

——引导一场学习的新革命

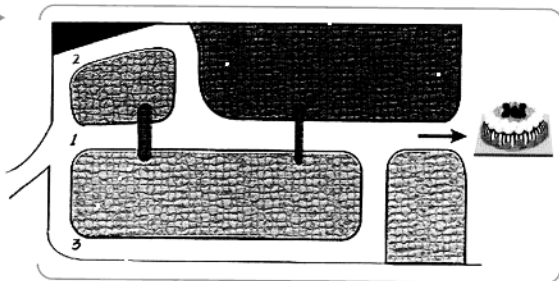
每一个孩子的成长都是在学习过程中完成的，但是，很少有学生能够真正理解什么是学习。心理学家加涅把学习概括为学什么、为什么学和怎样学。加涅指出，只有明确了学习的原理，才能够达到预期的学习效果。

学什么？

认知地图与目标学习

心理学家托尔曼对几只小白鼠做过这样一个迷津试验

(如图)▶



试验

托尔曼把小白鼠分为三组，共同训练它们走迷津。

1. A组在正常条件下训练，每次到达目的地都能得到食物。
2. B组在训练的前期没有得到食物，到训练的后期得到食物。
3. C组始终没有得到食物。

结果

1. A组学习效果稳步提升。
2. B组学习效果在获得食物的奖励后突然提升。
3. C组学习效果始终没有变化。

表明

三组小白鼠的学习情境相同，差别是有没有食物强化。C组小白鼠没有受到强化的时候也在学，但学习结果没有表现出来，是“潜在学习”。

得出

强化不是学习所必需的，但目标对于学习格外重要。没有目标，学习的结果就不能明显地体现在外显的行为中。



《图解新教材》将目标作为每一章节体系的重点，帮助学生树立目标意识。

为什么学?

建构主义：我们与知识的互动关系

学习是人的一种需要

建构主义的含义就是学习者通过新、旧知识经验间的反复的、双向的交互作用，不断地调整和形成自己的新的知识经验结构。建构主义原理的一个方面就是说明：人与知识之间是一个双向互动的关系，即学习对于人是一种需要。

学习是个体生存的必要手段

每个人的一生都处在不断地学习过程之中，不管这种学习是显性的还是隐性的。教育学家认为，个体存在有两个基本条件：一是个体对知识的持续积累；二是交流。个体知识积累对个体社会关系的构建有着直接的制约作用。所以，人要在社会群体中生存，必须不断学习，只是这种学习的表现形式有所不同而已。

学习能够促进大脑发育

罗森茨威格(Rosenzweig, M. R)研究，接受丰富多变的环境刺激和适当学习训练的一组幼鼠与另一组处于单调贫乏的环境而又缺乏学习训练的幼鼠相比，在4~10周中，前者大脑皮层的重量与厚度增加，神经胶质细胞数量增多，神经突触增大或增多，乙酰胆碱酯酶含量更丰富且活性提高，核糖核酸和脱氧核糖核酸的比率也有所改善。

关于人类学习对人类成长的影响，瑞士著名心理学家皮亚杰(J. Piaget)认为，学习是促进人类大脑发展最有效的方式。

《图解新教材》沿用建构的学习理论，在编写过程中，不是单一地对学生灌输知识，而是注重学生自身的知识经验，注重知识的相互作用和转换的过程，引导学生自发学习。



怎样学?

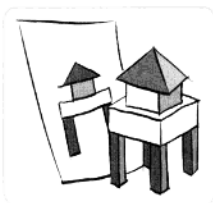
学习就像搭积木

《图解新教材》所利用的建构主义理论学习模式

1

学习是学习者主动建构知识的过程。

如图：我们可以按照不同的图纸搭建不同的东西。



2

学习需要按照新的目标对旧知识经验结构做出调整和改善，从而形成新的知识和经验。

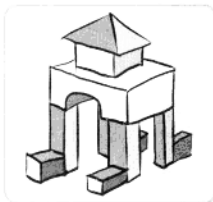
如图：面对新的图纸，我们可以搭建新的形状。



3

利用已有的知识经验，充分调动人的主观能动性，运用自己的旧知识解决新问题。

如图：我们可以灵活地利用积木搭出不同的图形。



怎样学习才能
举一反三?



要达到举一反三的学习效果，需要满足五个条件。



学习要举一反三

学习迁移发生的主要条件

1

条件：智力水平

如：把一些比较困难的复合题变换分解成几个简单题做，不太难，单独解决这些复合题，难度就大。

2

条件：旧经验的泛化水平

如：学习除法时引入分数的形式，则有利于正迁移，而学习加减法会对学习乘除法产生干扰。

3

条件：学习对象的共同因素

如：英语和法语在词性、读音和语法结构上有相同或相似之处，学习两门外语容易产生正迁移，学共同因素很少的英语与汉语容易产生负迁移。

4

条件：学习的理解和巩固程度

如：在学习语文时，深刻理解字、词、句的含义，才能更顺畅地阅读和写作。

5

条件：定势的影响

如：练习某类课题有助于类似课题的学习，但碰到与先前的作业不是同类的作业时，定势就可能干扰后面的学习，限制创造性地解决问题。

突破学习的瓶颈——高原现象

目标是影响练习效率最重要的因素。练习与机械重复的本质区别在于，机械重复没有目标，是为了重复而重复，而目标具有指向性功能，并可以改进练习的方式方法。

最终目标：
激发练习的动机和热情
使练习者对结果充满期待
为检测练习结果提供参照
提高学习成绩

练习成绩

目标

局部练习和整体练习

整体练习法是把学习内容作为整体来掌握，从一开始就着手强化内容各元素之间的联系。局部练习法是把学习内容分解为若干个元素或部分，并逐个练习，再完成所有的学习内容。通常，学习的内容容易被分解，则采用局部练习法，或者在学习的前期采用局部练习法。

集中练习和分散练习

练习时间的安排可以分为集中练习和分散练习。集中练习是长期不断地进行练习，在练习中间不安排休息时间；分散练习是每隔一段时间进行练习，每次练习之间有休息间隔。分散练习利于整体的提高，但集中练习有时可以达到突击的效果。

及时收集反馈信息

对练习的反馈可以提高练习的积极性和纠正练习过程中出现的偏差，从而改善学习者的行为。反馈既可以来自内部，即“感觉”自己的练习方式是否有问题，也可以是来自外界的评价。

学习压力过大：
学习热情下降：
身体过分疲劳：
旧的知识经验
结构不适用……

现状

高原现象

高原现象（plateau phenomenon）是练习成绩出现暂时性的停顿，虽十分常见，却不是普遍存在的。

练习时间

发掘学习潜力

学习潜力——心理因素的无限可能性

研究表明，心理因素对人们的学习有着重要的影响，起着引导、维持、调节和强化等作用。如下图：



心理因素中的某些条件可以发掘学习者无限的潜力，但也有某些条件会对学习者的学习效果产生不利的影响。



《图解新教材》的魅力就在于能够在学思路上挖掘学习者心理因素中对学习有利的因素，而排除那些对学习不利的因素，在最大程度上保证学习效果。



学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明，图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造，以图解的方式方法，创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题，站在更高的层面上分析问题，运用最恰当的方式解决问题。

本丛书将会使您轻松成为学习高手

本书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”，以图解方式科学地实现了知识的可视化，化深为浅、化繁为简、化抽象为形象、化理论为实例，实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式，将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中去，帮助你释放出难以置信的学习潜能，让你的学习、记忆、理解、应试更轻松、更快捷。

本丛书将会使您真正成为学考专家

本书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题，同步新课标教材，落实新课标学习与考试理念。内容讲解上知识与考点融为一体，突出深入浅出的学习特点；全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子，与考例直线链接，达到快速融会贯通；总结学法与考法清晰明确，助学助考事半功倍；例题与习题突出方法总结，实现授之以渔，举一反三；学生能力与素质分阶段培养落实，全程循序渐进，系统提升。

本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的，常言道“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式，各类图示变繁杂抽象为直观快捷，各种插画变深奥冗烦为浅显愉悦，各种表格变枯燥乏味为清晰明了，充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

**全球超过2.5亿人使用的高效的学习方法，
你不想试一试吗？**



目 录

第一章 勾股定理 (1)

1 探索勾股定理 (2)

本节知识方法能力图解 (3)

多元智能 知识点击 (3)

发散思维 题型方法 (6)

知识激活 学考相联 (9)

考场报告 误区警示 (10)

自主限时 精题精练 (10)

练后反思 / 答案详解 (11)

教材问题 详尽解答 (12)

2 能得到直角三角形吗 (14)

本节知识方法能力图解 (14)

多元智能 知识点击 (15)

发散思维 题型方法 (16)

知识激活 学考相联 (18)

考场报告 误区警示 (19)

自主限时 精题精练 (19)

练后反思 / 答案详解 (20)

教材问题 详尽解答 (20)

3 蚂蚁怎样走最近 (21)

本节知识方法能力图解 (21)

多元智能 知识点击 (21)

发散思维 题型方法 (22)

知识激活 学考相联 (23)

考场报告 误区警示 (25)

自主限时 精题精练 (25)

练后反思 / 答案详解 (26)

教材问题 详尽解答 (26)

章末复习课 (27)

构建体系 知识网络 (27)

综合拓展 专题专项 (27)

教材问题 详尽解答 (29)

第二章 实数 (30)

1 数怎么又不够用了 (31)

本节知识方法能力图解 (31)

多元智能 知识点击 (32)

发散思维 题型方法 (33)

知识激活 学考相联 (35)

考场报告 误区警示 (35)

自主限时 精题精练 (36)

练后反思 / 答案详解 (36)

教材问题 详尽解答 (37)

2 平方根 (38)

本节知识方法能力图解 (38)

多元智能 知识点击 (39)

发散思维 题型方法 (40)

知识激活 学考相联 (42)

考场报告 误区警示 (43)

自主限时 精题精练 (43)

练后反思 / 答案详解 (43)

教材问题 详尽解答 (44)

3 立方根 (45)

本节知识方法能力图解 (46)

多元智能 知识点击 (46)

发散思维 题型方法 (47)

知识激活 学考相联 (49)

考场报告 误区警示 (49)

自主限时 精题精练 (50)

练后反思 / 答案详解 (50)

教材问题 详尽解答 (51)

4 公园有多宽 (51)

本节知识方法能力图解 (52)

多元智能 知识点击 (52)

发散思维 题型方法 (54)

知识激活 学考相联 (55)

考场报告 误区警示 (56)

自主限时 精题精练 (56)

练后反思 / 答案详解 (56)

教材问题 详尽解答 (57)



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考，图解是一种高效的方法，更是一种成功的习惯。

5	用计算器开方	(58)
	本节知识方法能力图解	(58)
	多元智能 知识点击	(59)
	发散思维 题型方法	(60)
	知识激活 学考相联	(61)
	考场报告 误区警示	(62)
	自主限时 精题精练	(62)
	练后反思 / 答案详解	(63)
	教材问题 详尽解答	(63)
6	实数	(64)
	本节知识方法能力图解	(64)
	多元智能 知识点击	(64)
	发散思维 题型方法	(67)
	知识激活 学考相联	(69)
	考场报告 误区警示	(70)
	自主限时 精题精练	(70)
	练后反思 / 答案详解	(71)
	教材问题 详尽解答	(71)
	章末复习课	(73)
	构建体系 知识网络	(73)
	综合拓展 专题专项	(74)
	教材问题 详尽解答	(76)

第三章 图形的平移与旋转

		(78)
1	生活中的平移	(79)
	本节知识方法能力图解	(80)
	多元智能 知识点击	(80)
	发散思维 题型方法	(81)
	知识激活 学考相联	(83)
	考场报告 误区警示	(84)
	自主限时 精题精练	(84)
	练后反思 / 答案详解	(85)

	教材问题 详尽解答	(85)
2	简单的平移作图	(86)
	本节知识方法能力图解	(86)
	多元智能 知识点击	(86)
	发散思维 题型方法	(87)
	知识激活 学考相联	(89)
	考场报告 误区警示	(90)
	自主限时 精题精练	(90)
	练后反思 / 答案详解	(91)
	教材问题 详尽解答	(91)
3	生活中的旋转	(92)
	本节知识方法能力图解	(92)
	多元智能 知识点击	(93)
	发散思维 题型方法	(94)
	知识激活 学考相联	(96)
	考场报告 误区警示	(96)
	自主限时 精题精练	(97)
	练后反思 / 答案详解	(98)
	教材问题 详尽解答	(98)
4	简单的旋转作图	(99)
	本节知识方法能力图解	(99)
	多元智能 知识点击	(99)
	发散思维 题型方法	(100)
	知识激活 学考相联	(101)
	考场报告 误区警示	(102)
	自主限时 精题精练	(102)
	练后反思 / 答案详解	(103)
	教材问题 详尽解答	(104)
5	它们是怎样变过来的	(105)
	本节知识方法能力图解	(105)
	多元智能 知识点击	(105)
	发散思维 题型方法	(106)



图解新教材

革命你的思维, 改变你的世界。迈出思维一小步, 导向人生远景图。

知识激活 学考相联	(107)	知识激活 学考相联	(128)
考场报告 误区警示	(108)	考场报告 误区警示	(129)
自主限时 精题精练	(108)	自主限时 精题精练	(129)
练后反思 / 答案详解	(109)	练后反思 / 答案详解	(130)
教材问题 详尽解答	(109)	教材问题 详尽解答	(130)
6 简单的图案设计	(110)	3 菱形	(132)
本节知识方法能力图解	(110)	本节知识方法能力图解	(132)
多元智能 知识点击	(110)	多元智能 知识点击	(132)
发散思维 题型方法	(111)	发散思维 题型方法	(134)
知识激活 学考相联	(112)	知识激活 学考相联	(136)
考场报告 误区警示	(113)	考场报告 误区警示	(137)
自主限时 精题精练	(113)	自主限时 精题精练	(137)
练后反思 / 答案详解	(114)	练后反思 / 答案详解	(138)
教材问题 详尽解答	(114)	教材问题 详尽解答	(138)
章末复习课	(115)	4 矩形、正方形	(139)
构建体系 知识网络	(115)	本节知识方法能力图解	(139)
综合拓展 专题专项	(115)	多元智能 知识点击	(139)
教材问题 详尽解答	(116)	发散思维 题型方法	(141)
第四章 四边形性质探索	(118)	知识激活 学考相联	(143)
1 平行四边形的性质	(119)	考场报告 误区警示	(144)
本节知识方法能力图解	(119)	自主限时 精题精练	(144)
多元智能 知识点击	(120)	练后反思 / 答案详解	(145)
发散思维 题型方法	(121)	教材问题 详尽解答	(146)
知识激活 学考相联	(123)	5 梯形	(147)
考场报告 误区警示	(123)	本节知识方法能力图解	(147)
自主限时 精题精练	(124)	多元智能 知识点击	(147)
练后反思 / 答案详解	(124)	发散思维 题型方法	(149)
教材问题 详尽解答	(125)	知识激活 学考相联	(151)
2 平行四边形的判别	(126)	考场报告 误区警示	(152)
本节知识方法能力图解	(126)	自主限时 精题精练	(152)
多元智能 知识点击	(126)	练后反思 / 答案详解	(152)
发散思维 题型方法	(127)	教材问题 详尽解答	(153)



6 探索多边形的内角和与外角和

..... (154)

本节知识方法能力图解..... (154)

多元智能 知识点击..... (155)

发散思维 题型方法..... (156)

知识激活 学考相联..... (157)

考场报告 误区警示..... (158)

自主限时 精题精练..... (158)

练后反思 / 答案详解..... (158)

教材问题 详尽解答..... (159)

7 中心对称图形..... (160)

本节知识方法能力图解..... (161)

多元智能 知识点击..... (161)

发散思维 题型方法..... (162)

知识激活 学考相联..... (163)

考场报告 误区警示..... (163)

自主限时 精题精练..... (164)

练后反思 / 答案详解..... (164)

教材问题 详尽解答..... (165)

章末复习课..... (165)

构建体系 知识网络..... (165)

综合拓展 专题专项..... (166)

教材问题 详尽解答..... (167)

期中复习课..... (169)

构建体系 知识网络..... (169)

综合拓展 专题专项..... (169)

第五章 位置的确立..... (171)

1 确定位置..... (172)

本节知识方法能力图解..... (173)

多元智能 知识点击..... (173)

发散思维 题型方法..... (174)

知识激活 学考相联..... (175)

考场报告 误区警示..... (176)

自主限时 精题精练..... (176)

练后反思 / 答案详解..... (177)

教材问题 详尽解答..... (177)

2 平面直角坐标系..... (178)

本节知识方法能力图解..... (179)

多元智能 知识点击..... (179)

发散思维 题型方法..... (182)

知识激活 学考相联..... (184)

考场报告 误区警示..... (185)

自主限时 精题精练..... (185)

练后反思 / 答案详解..... (186)

教材问题 详尽解答..... (186)

3 变化的“鱼”..... (188)

本节知识方法能力图解..... (188)

多元智能 知识点击..... (188)

发散思维 题型方法..... (190)

知识激活 学考相联..... (193)

考场报告 误区警示..... (195)

自主限时 精题精练..... (195)

练后反思 / 答案详解..... (195)

教材问题 详尽解答..... (196)

章末复习课..... (197)

构建体系 知识网络..... (197)

综合拓展 专题专项..... (197)

教材问题 详尽解答..... (199)

第六章 一次函数..... (201)

1 函数..... (202)

本节知识方法能力图解..... (202)

多元智能 知识点击..... (203)

发散思维 题型方法..... (205)



图解新教材

革命你的思维，改变你的世界。迈出思维一小步，导向人生远景图。

知识激活 学考相联	(206)	发散思维 题型方法	(229)
考场报告 误区警示	(207)	知识激活 学考相联	(230)
自主限时 精题精练	(207)	考场报告 误区警示	(231)
练后反思 / 答案详解	(208)	自主限时 精题精练	(231)
教材问题 详尽解答	(208)	练后反思 / 答案详解	(232)
2 一次函数	(209)	教材问题 详尽解答	(233)
本节知识方法能力图解	(209)	章末复习课	(234)
多元智能 知识点击	(209)	构建体系 知识网络	(234)
发散思维 题型方法	(211)	综合拓展 专题专项	(234)
知识激活 学考相联	(212)	教材问题 详尽解答	(236)
考场报告 误区警示	(213)	第七章 二元一次方程组	(238)
自主限时 精题精练	(213)	1 谁的包裹多	(239)
练后反思 / 答案详解	(213)	本节知识方法能力图解	(239)
教材问题 详尽解答	(214)	多元智能 知识点击	(240)
3 一次函数的图象	(215)	发散思维 题型方法	(242)
本节知识方法能力图解	(215)	知识激活 学考相联	(244)
多元智能 知识点击	(215)	考场报告 误区警示	(245)
发散思维 题型方法	(218)	自主限时 精题精练	(245)
知识激活 学考相联	(219)	练后反思 / 答案详解	(245)
考场报告 误区警示	(220)	教材问题 详尽解答	(246)
自主限时 精题精练	(220)	2 解二元一次方程组	(247)
练后反思 / 答案详解	(221)	本节知识方法能力图解	(247)
教材问题 详尽解答	(221)	多元智能 知识点击	(247)
4 确定一次函数表达式	(222)	发散思维 题型方法	(249)
本节知识方法能力图解	(223)	知识激活 学考相联	(251)
多元智能 知识点击	(223)	考场报告 误区警示	(252)
发散思维 题型方法	(224)	自主限时 精题精练	(252)
知识激活 学考相联	(225)	练后反思 / 答案详解	(253)
考场报告 误区警示	(226)	教材问题 详尽解答	(253)
自主限时 精题精练	(226)	3 鸡兔同笼	(255)
练后反思 / 答案详解	(227)	本节知识方法能力图解	(255)
教材问题 详尽解答	(227)	多元智能 知识点击	(255)
5 一次函数图象的应用	(228)	发散思维 题型方法	(257)
本节知识方法能力图解	(228)		
多元智能 知识点击	(228)		



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考, 图解是一种高效的方法, 更是一种成功的习惯。

知识激活	学考相联	(258)
考场报告	误区警示	(259)
自主限时	精题精练	(259)
练后反思	答案详解	(260)
教材问题	详尽解答	(260)
4 增收节支		(261)
本节知识方法能力图解		(261)
多元智能	知识点击	(261)
发散思维	题型方法	(262)
知识激活	学考相联	(263)
考场报告	误区警示	(264)
自主限时	精题精练	(264)
练后反思	答案详解	(265)
教材问题	详尽解答	(265)
5 里程碑上的数		(266)
本节知识方法能力图解		(266)
多元智能	知识点击	(267)
发散思维	题型方法	(268)
知识激活	学考相联	(269)
考场报告	误区警示	(270)
自主限时	精题精练	(270)
练后反思	答案详解	(271)
教材问题	详尽解答	(271)
6 二元一次方程与一次函数		(272)
本节知识方法能力图解		(272)
多元智能	知识点击	(272)
发散思维	题型方法	(275)
知识激活	学考相联	(276)
考场报告	误区警示	(277)
自主限时	精题精练	(278)
练后反思	答案详解	(278)
教材问题	详尽解答	(279)
章末复习课		(280)
构建体系	知识网络	(280)
综合拓展	专题专项	(281)
教材问题	详尽解答	(282)

第八章 数据的代表	(285)
1 平均数	(286)
本节知识方法能力图解	(286)
多元智能	知识点击 (287)
发散思维	题型方法 (289)
知识激活	学考相联 (290)
考场报告	误区警示 (291)
自主限时	精题精练 (291)
练后反思	答案详解 (292)
教材问题	详尽解答 (293)
2 中位数与众数	(294)
本节知识方法能力图解	(294)
多元智能	知识点击 (294)
发散思维	题型方法 (296)
知识激活	学考相联 (297)
考场报告	误区警示 (298)
自主限时	精题精练 (298)
练后反思	答案详解 (299)
教材问题	详尽解答 (299)
3 利用计算器求平均数	(300)
本节知识方法能力图解	(300)
多元智能	知识点击 (300)
发散思维	题型方法 (301)
知识激活	学考相联 (302)
考场报告	误区警示 (302)
自主限时	精题精练 (303)
练后反思	答案详解 (303)
教材问题	详尽解答 (303)
章末复习课	(304)
构建体系	知识网络 (304)
综合拓展	专题专项 (304)
教材问题	详尽解答 (305)
期末复习课	(307)
构建体系	知识网络 (307)
深化解读	专题专项 (308)
教材问题	详尽解答 (309)



变换思维法



不可以，
那是可以的

耶稣请问祈祷的
时候可以吸烟吗？
那吸烟的时候可以祈祷吗？



第一章 勾股定理

图 1-0-1 中两个小正方形的面积分别为 9 个单位和 16 个单位，大正方形的面积为 25 个单位，可以发现两个小正方形边长的平方和等于大正方形边长的平方，即它们的边围成的三角形的两边的平方的和等于第三边的平方，这个三角形一定是直角三角形，这是本章的另一个重要定理——勾股定理的逆定理。本章我们将学习勾股定理和它的逆定理，并应用它们解决生活中的问题。

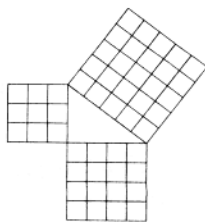


图 1-0-1



1 探索勾股定理

折竹抵地问题

在我国古代的数学名著《九章算术》中,有一个“折竹抵地”的问题,其内容是:竹原高一丈,末折着地,去本三尺,问竹还高几何?意即:如图 1-1-1,一根竹子,原高一丈,虫伤有病,一阵风将竹子折断,其竹梢恰好抵地,抵地处离原长竹子处 3 尺远.问原处还有多高的竹子?



图 1-1-1

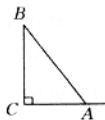
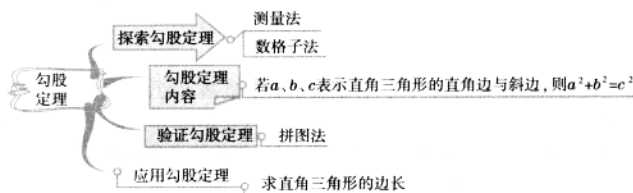


图 1-1-2

这个实际问题可以转化为如图 1-1-2 这样的数学模型.在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC+AB=10$ 尺, $AC=3$ 尺,求 BC 的长.

要想解决这个问题,需要用到直角三角形中三边之间的关系定理——勾股定理,让我们一起来探索勾股定理的内容,应用勾股定理去解决类似“折竹抵地”的实际问题吧.

本节 知识方法能力图解



多元智能 知识点击

● 重点 难点 疑点 方法……

探究一 探索勾股定理

智能导航



各个击破

1. 测量法

在纸上画一个直角三角形, 分别量出它的三条边长, 探究三边长的平方之间的关系. 如画一个两直角边为 6 和 8 的直角三角形, 量出斜边长进行探索. 观察斜边的长是不是 10? $6^2 + 8^2$ 与 10^2 有什么关系?

由 $6^2 + 8^2 = 10^2$ 可得所画的直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方.

2. 数格子法

利用网格图形的特殊性: 应用正方形面积与直角三角形三边之间的特殊关系探索勾股定理.

如图 1-1-3, 正方形 P 的面积为 16, 正方形 R 的面积为 9, 正方形 Q 的面积为 25, 故 $AC^2 = 16$, $BC^2 = 9$, $AB^2 = 25$, 所以在直角三角形 ABC 中三边之间的数量关系是 $AC^2 + BC^2 = AB^2$.

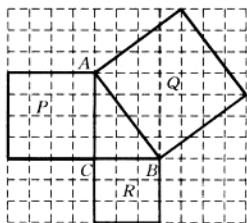
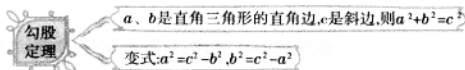


图 1-1-3

探究二 勾股定理的内容

智能导航





各个击破

1. 勾股定理

在直角三角形中,两条直角边的平方和等于斜边的平方.如果用字母 a 、 b 、 c 分别表示直角三角形的两条直角边与斜边,那么可得 $a^2 + b^2 = c^2$.

2. 数形结合法认识勾股定理

勾股定理是数形结合法的典范,它是联系数学最基本的、最原始的两个对象——数与形的第一定理.如图 1-1-4,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,斜边 AC 称为弦,较短的直角边称为勾,较长的直角边称为股,则有勾² + 股² = 弦²,这就是勾股定理.

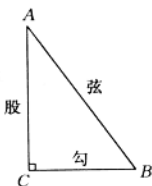


图 1-1-4

3. 应用勾股定理应注意的问题

(1)勾股定理成立的前提条件是“直角三角形”,在锐角三角形和钝角三角形中不存在这一结论.

(2)应用勾股定理时应分清直角边与斜边.在一些 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,斜边未必是 c .当 $\angle A = 90^\circ$ 时, $b^2 + c^2 = a^2$,当 $\angle B = 90^\circ$ 时, $a^2 + c^2 = b^2$.

(3)应用勾股定理进行计算时,若没有明确直角边与斜边,应分类讨论.

例 1 (中考基础题·温州)以 OA 为斜边作等腰直角三角形 OAB ,再以 OB 为斜边在 $\triangle OAB$ 外侧作等腰直角三角形 OBC ,如此继续,得到 8 个等腰直角三角形(如图 1-1-5),则图中 $\triangle OAB$ 与 $\triangle OHI$ 的面积比值是()

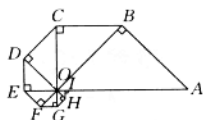


图 1-1-5

A. 32 B. 64 C. 128 D. 256

解析:根据勾股定理可知 $OC^2 = \frac{1}{2}OB^2$, $OD^2 = \frac{1}{2}OC^2$, $OE^2 = \frac{1}{2}OD^2$, $OF^2 = \frac{1}{2}OE^2$,

$$OG^2 = \frac{1}{2}OF^2, OH^2 = \frac{1}{2}OG^2, OI^2 = \frac{1}{2}OH^2,$$

$$\text{所以 } OI^2 = \frac{1}{128}OB^2, \text{ 故 } \frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OHI}} = \frac{\frac{1}{2}OB^2}{\frac{1}{2}OI^2} = \frac{OB^2}{OI^2} = \frac{OB^2}{\frac{1}{128}OB^2} = 128. \quad \text{答案: C}$$

探究三 验证勾股定理

智能导航

验证勾股定理

拼图法

面积割补法

各个击破

1. 用拼图法验证勾股定理

(1)勾股定理的验证主要是通过拼图法完成,以数形转换为指导,图形拼补为手段,即部分和等于整体的数学思想.