



21世纪高等学校规划教材

医用物理学

YI YONG
WU LI XUE

主编 王振华 主审 黄小益



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com



教育部推荐教材

医用物理学

YI YONG

WU LI XUE

主编 王德顺 副主编 孙树德

人民卫生出版社
PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE



21 世纪高等学校规划教材

医用物理学

主 编 王振华

副主编 凌高宏 蒋纯志

主 审 黄小益



北京邮电大学出版社

www.buptpress.com

内 容 简 介

本书是根据高等教育教学指导委员会非物理专业物理教学指导委员会的要求,参考国内外有关教材,结合医学院校物理课程的特点以及编者多年来的教学实践和教改经验而编写的。

全书共 13 章,包括医用力学基础、流体的运动、液体的表面现象、振动波动和超声波、静电场、电路、稳恒磁场、波动光学、几何光学和眼光学、量子力学基础、激光及其医学应用、X 射线、原子核物理和核磁共振成像。每章配有习题,且均有参考答案。

本书适合高等医学院校各专业学生使用,也可作为相关工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

医用物理学/王振华主编. —北京:北京邮电大学出版社,2009

ISBN 978-7-5635-2061-9

I. 医… II. 王… III. 医用物理学—高等学校—教材 IV. R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 138104 号

书 名	医用物理学
主 编	王振华
责任编辑	沙一飞
出版发行	北京邮电大学出版社
社 址	北京市海淀区西土城路 10 号(100876)
电话传真	010-62282185(发行部) 010-62283578(传真)
电子信箱	ctrd@buptpress.com
经 销	各地新华书店
印 刷	北京忠信诚胶印厂
开 本	787 mm×960 mm 1/16
印 张	20.75
字 数	420 千字
版 次	2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-2061-9

定 价: 35.00 元

如有质量问题请与发行部联系
版权所有 侵权必究

前 言

面向 21 世纪教育和教学改革的新形势,需要编写一本比较适合于 5 年制医学院校物理教学、具有一定质量和特色的教材.为此,我们根据高等教育教学指导委员会非物理专业物理教学指导委员会的要求,参考国内外有关教材,结合医学院校物理课程的特点以及多年来的教学实践和教改经验编写了这本教材.

近年来,物理学新技术在医学中的应用发展十分迅速,如各种成像技术以及数字化已成为医学诊断和研究的不可缺少的手段.因此,怎样突出教材的先进性、科学性、实用性,怎样强化现代物理思想、概念和方法,并保持一定的物理学系统性,怎样较好地衔接全日制中学物理学的内容并在深度和广度上较以前有所提高就成为我们这本医用物理学教材编写的主要宗旨.

本书较以往的医用物理学教材相比较有以下特点:

1、仍以“三基”为主要内容,并针对医学科学的需要,适当地联系医学实际,尽可能避免与中学物理学内容的重复.

2、鉴于目前学分制的改革、课时的减少,对以往其他教材所涉及到的热力学、相对论、电子技术等内容予以删除.

3、对激光、X 射线、核磁共振单独设置章节详细叙述.

本书共 13 章,不另设章节作其他医学物理应用专题讲座,每章配有一定数量的例题、习题,习题附有答案,便于学生自学.

本书适合高等医学院校的临床、基础、口腔、医检、卫检、护理、药学等专业用,也可供医学院校其他专业、生命科学有关专业的师生和研究工作者参考.

本书由王振华主编,凌高宏、蒋纯志任副主编,其他参加编写人员有付茂林、彭志华、谢安平、向东、牡丹、陈亚琦、赵萍、邓海明、金桂.湘南学院的黄小益教授认真审查了书稿.

本书的编写得到了南华大学、中南大学、湘南学院的校领导、教务处以及各编者所在的部门的极大关心和支持,在此表示衷心感谢.对热情支持本书编写的国内外专家、教授以及其他工作人员表示诚挚的谢意.

限于编者水平,不妥之处在所难免,恳请使用本书的教师、学生和其他读者批评指正,以便总结经验,使本书得以不断完善.

编 者

目 录

第 1 章 医用力学基础	1
1.1 刚体的定轴转动	1
1.2 物体的弹性	11
1.3 骨骼和肌肉的力学性质	20
小结	28
习题 1	31
第 2 章 流体的运动	33
2.1 理想流体的稳定流动	33
2.2 血液的层流	39
习题 2	46
第 3 章 液体的表面现象	48
3.1 液体的表面张力和表面能	48
3.2 弯曲液面的附加压强	52
3.3 液体与固体接触处的表面活性现象、毛细现象	56
小结	60
习题 3	61
第 4 章 振动 波动和超声波	62
4.1 简谐振动	62
4.2 简谐振动的合成	66
4.3 阻尼振动 受迫振动 共振	70
4.4 波动方程	72
4.5 波的能量 能流密度	76
4.6 波的干涉	78
4.7 声波	82



4.8 超声波及其医学应用	87
小结	92
习题 4	95
第 5 章 静电场	97
5.1 电场 电场强度	97
5.2 高斯定理	100
5.3 电 势	105
5.4 电偶极子 电偶层	111
5.5 静电场中的电介质	113
5.6 电容 电场的能量	118
5.7 心电知识	121
习题 5	123
第 6 章 电路	126
6.1 欧姆定律的微分形式	126
6.2 电动势 生物膜电位	130
6.3 直流电路	136
6.4 电容器的充电和放电	140
6.5 电流对人体的作用	144
习题 6	147
第 7 章 稳恒磁场	150
7.1 磁场 磁感应强度	150
7.2 安培环路定理	154
7.3 磁场对运动电荷或电流的作用	155
7.4 磁介质 超导体	162
7.5 电磁感应	165
7.6 生物磁现象	167
习题 7	169
第 8 章 波动光学	171
8.1 光的干涉	171
8.2 光的衍射	180
8.3 光的偏振	192



习题 8	197
第 9 章 几何光学 眼光学	199
9.1 几何光学的基本定律	199
9.2 球面折射	200
9.3 透 镜	203
9.4 共轴球面系统的基点和成像公式	207
9.5 眼 睛	210
9.6 放大镜 显微镜	216
习题 9	221
第 10 章 量子力学基础	224
10.1 热辐射	224
10.2 光电效应 爱因斯坦光电效应方程	230
10.3 康普顿效应	234
10.4 玻尔的氢原子理论	236
10.5 德布罗意假设 物质波	239
10.6 波函数 薛定谔方程	243
习题 10	248
第 11 章 激光及其医学应用	250
11.1 激光基本原理	250
11.2 激光的关键参数及特性	254
11.3 激光在医学中的应用	260
习题 11	264
第 12 章 X 射线	265
12.1 X 射线的基本性质	265
12.2 X 射线的产生	266
12.3 X 射线的强度和硬度	268
12.4 X 射线谱	269
12.5 X 射线的衰减	272
* 12.6 医用 X 射线透视与 X 射线摄影	275
12.7 X 射线 CT	277
习题 12	280



第 13 章 原子核物理 核磁共振成像	282
13.1 原子核的一般性质	282
13.2 原子核的放射性衰变	287
13.4 核衰变规律	292
13.5 原子核的裂变与聚变	296
13.6 磁共振成像	299
习题 13	314
附录 常用物理常量	316
习题参考答案	317
参考文献	324

第1章

医用力学基础

1.1 刚体的定轴转动

一、基本概念

物体的机械运动是很复杂的,中学物理中我们把物体视为一质点来研究.但在许多实际问题中,如在讨论地球自转、陀螺的运动、原子及原子核的转动等时,就不能忽略它们的形状和大小,再把这些物体看作质点了.物体在外力作用下,其形状和大小或多或少要发生变化,即物体各部分之间会有相对运动.为了简便起见,我们引入一个理想模型——**刚体**(rigid body),即无论在多大的外力作用下,其形状和大小都不发生任何变化的物体.因此,刚体上任意两点的距离始终不变.

刚体最简单和最基本的运动是平动和定轴转动,实际运动形式可以是多样化的.但再复杂的形式都可以看成是其质心的平动和绕通过质心轴转动的合成.例如一个车轮的滚动可以分解为车轮随着车轴的平动和整个车轮绕着车轴的转动.当刚体运动时,如果刚体内任一条直线,在运动过程中始终彼此平行,这种运动称为**平动**(translation).作平动的刚体,其上各点的运动状态完全相同.可把它视为一质点来处理,那么,描述质点运动的各种物理量(如位移、速度、加速度等)以及牛顿定律都适用于刚体的平动.本节主要讨论刚体定轴转动时所遵循的规律.

刚体的转动(rotation),即刚体上各个质点在运动中都绕同一直线作圆周运动.这一直线称为**转动轴**,简称**转轴**(axis of rotation).转轴固定不动的转动称为**定轴转动**(fixed-axis rotation).如电动机的转子绕轴转动就是定轴转动.定轴转动是刚体最简单的一种转动形式.刚体定轴转动的特点:

(1) 除转轴上的点以外,刚体上任意一个质点都绕转轴作圆周运动,但各个质点作圆周运动的半径不一定相等.



(2) 各质点作圆周运动的平面垂直于轴线, 圆心就是该平面与轴线的交点。

(3) 各质点的矢径, 在相同时间内转过的角度都相等, 因此, 只需要一个独立的变量(转角) 就可以确定刚体的位置。

如图 1-1 所示, 根据定轴转动的特点, 在描述刚体的转动时, 通常取任意一个垂直于定轴 OO' 的平面 S 作为转动平面。当刚体作定轴转动时, 只要了解了转动平面的运动情况, 就可以确定整个刚体的运动情况。因为转动平面上各质点的位移、速度、加速度各不相同, 为此, 我们引进角位移、角速度和角加速度等物理量来描述刚体的定轴转动。

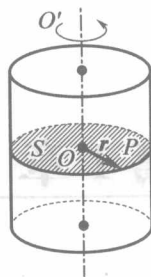
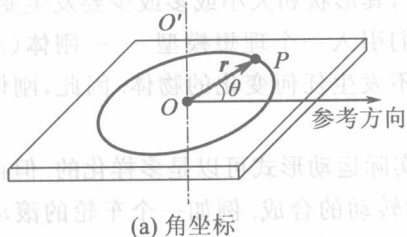


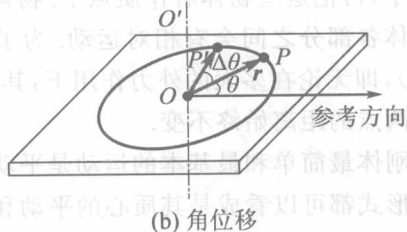
图 1-1 刚体转动的描述

(一) 角坐标与角位移

研究转动平面上任意一点 P 。如图 1-2(a) 所示, 规定水平向右为参考方向, 则从圆心 O 到 P 点的连线, 即 P 点的矢径 r 。与参考方向的夹角 θ 称为角坐标 (angular coordinate), 它是描写刚体位置的一个参量。当选取不同的参考方向时, 角坐标的值也不同。通常规定: 以参考方向为准, 矢径 r 沿逆时针方向旋转, 角坐标为正 ($\theta > 0$); 矢径 r 沿顺时针方向旋转, 角坐标为负 ($\theta < 0$)。刚体作定轴转动时, 其角坐标 θ 将随时间而变, 函数 $\theta = f(t)$ 就是转动时的运动方程。角坐标的单位是弧度 (rad)。



(a) 角坐标



(b) 角位移

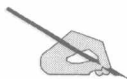
图 1-2 角坐标和角位移

设 t 时刻质点在 P 点, 角坐标为 θ 。在 $t + \Delta t$ 时刻, 质点到达 P' 点, 角坐标为 $\theta + \Delta\theta$, 则在这段时间 Δt 内, 角坐标的增量 $\Delta\theta$ 称为角位移 (angular displacement), 如图 1-2(b) 所示。

角位移是一个矢量, 其大小就等于矢径 r 转过的角度。对于定轴转动来说, 由于只有逆、顺时针两个转动方向, 因而角位移可用正、负号表示, 一般规定沿逆时针方向转动的角位移为正, 沿顺时针方向转动的角位移为负。角位移的单位也是弧度 (rad)。

(二) 角速度

为了描述刚体转动的快慢, 我们引进角速度的概念。设刚体从 t 到 $t + \Delta t$ 这段时间内的角位移为 $\Delta\theta$, 则角位移与所用时间之比称为 Δt 这段时间的平均角速度 (average angular



velocity), 用 $\bar{\omega}$ 表示, 即

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (1-1)$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 平均角速度的极限值称为 t 时刻的瞬时角速度, 简称角速度 (angular velocity), 用 ω 表示, 即

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-2)$$

角速度的单位为弧度每秒 (rad/s).

角速度是矢量, 其方向由右手螺旋法则确定: 将右手拇指伸直, 其余四指弯曲, 使右手螺旋转动的方向与刚体的转动方向一致, 这时拇指的方向就是角速度 ω 的方向 (见图 1-3). 当刚体同时参与多个转动时, 其总角速度是各分转动的角速度的矢量和.

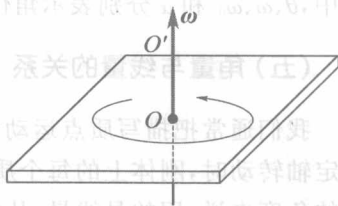


图 1-3 右手螺旋法则

在任意相等的时间内, 如果刚体转过的角位移都相等, 那么这种转动称为匀速转动.

(三) 角加速度

刚体在 t 时刻的角速度为 ω , 经过时间 Δt 后, 在 $t + \Delta t$ 时刻的角速度为 $\omega + \Delta\omega$, 则角速度的增量 $\Delta\omega$ 与时间 Δt 之比, 称为在 Δt 这段时间内刚体转动的平均角加速度 (average angular acceleration), 用 $\bar{\alpha}$ 表示, 即

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1-3)$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 平均角加速度的极限值称为 t 时刻的瞬时角加速度, 简称角加速度 (angular acceleration). 用 α 表示, 即

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (1-4)$$

角加速度的单位是弧度每二次方秒 (rad/s²).

角加速度 α 也是矢量, 依 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ 定义, α 的方向与 ω 的变化情况有关. 对于定轴转动, 当刚体转动加快时, α 和 ω 方向相同; 当刚体转动减慢时, α 与 ω 方向相反.

(四) 匀变速转动

刚体作匀速和匀变速转动, 用角量表示的运动方程与质点作匀速直线运动和匀变速直线运动的运动方程相似.

匀速转动 ($\alpha = 0$) 的运动方程为



$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (1-5)$$

匀变速转动(α 为一常数)的运动方程为

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2\alpha\theta \end{aligned} \quad (1-6)$$

式中, θ 、 ω 、 ω_0 和 α 分别表示角位移、角速度、初角速度和角加速度。

(五) 角量与线量的关系

我们通常把描写质点运动的物理量叫线量,描写刚体转动的物理量叫做角量。由于刚体作定轴转动时,刚体上的每个质点(轴线上的点除外)都在作圆周运动,所以,从描写质点运动的角度来说,用的是线量;从描写整个刚体转动的角度来说,用的是角量。因此,角量与线量之间必然有一定的关系。

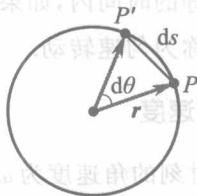
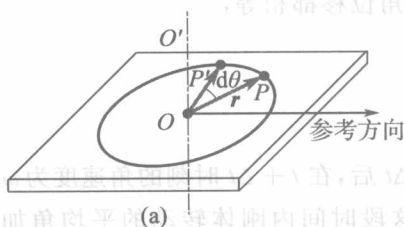


图 1-4 线量与角量的关系

如图 1-4 所示,刚体在 dt 时间内角位移为 $d\theta$, P 点在这段时间内的位移为 ds (弦长),角位移很小时,弦长可以认为等于弧长,所以有

$$ds = r d\theta$$

两边除以 dt , 则得

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

而 $v = \frac{ds}{dt}$, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, 所以上式改写为

$$v = r\omega \quad (1-7)$$

写成矢量形式为

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (1-8)$$

式(1-8)是一个矢量叉乘式,它既表示速度的大小,又表示速度的方向,其方向由右手螺旋法则确定。

将式(1-7)两边对时间 t 求导数,由于 r 是恒量得



$$\frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

即

$$a_t = r\alpha \quad (1-9)$$

这就是切向加速度 a_t 与角加速度 α 之间的关系式。把 $v = r\omega$ 代入法向加速度的公式 $a_n = \frac{v^2}{r}$, 可得到

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \quad (1-10)$$

这就是法向加速度 a_n 与角速度 ω 之间的关系式。

二、转动定律

下面讨论刚体绕定轴转动时的运动规律——转动定律。首先,引入力矩的概念。然后,给出刚体所受外力矩与在其作用下产生角加速度的定量关系。

(一) 力矩

要使处于静止状态有固定转轴的刚体发生转动,仅仅施加外力是不够的。事实上,刚体转动状态的改变不仅与力的大小、方向有关,而且与力的作用线到转轴的距离有关。也就是说,要使原来静止的刚体以某一角速度转动,或者使转动的刚体改变其角速度,则必须对刚体施加外力矩。设刚体所受外力 F 在垂直于转轴 OO' 的平面内,如图 1-5 所示,力的作用线和转轴之间的距离 d 称为力对转轴的力臂。力和力臂的乘积称为力对转轴的力矩(moment of force),用 M 表示,即

$$M = Fd \quad (1-11)$$

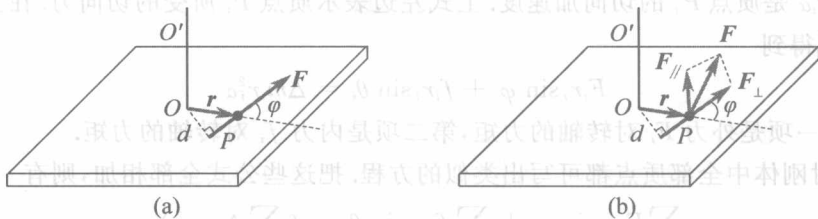


图 1-5 力矩

设力的作用点是 P , P 点至转轴 OO' 的距离为 r , 相应的矢径为 r 。从图 1-5(a) 可知, $d = r \sin \varphi$, φ 角是力 F 与矢径 r 之间的夹角, 所以上式也可写成

$$M = Fr \sin \varphi \quad (1-12)$$

力矩是矢量,亦可用矢量式表示,即

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (1-13)$$



上式既表示了力矩的大小,又表示了力矩的方向,它的方向按右手螺旋法则确定,即让右手四指沿矢径 $\mathbf{r}$ 的方向,经过小于 180° 的角度转到力 $\mathbf{F}$ 的方向,此时拇指的方向就是力矩 $\mathbf{M}$ 的方向。

如果刚体所受的作用力不在垂直于转轴的平面内,那就必须把外力分解为两个互相垂直的分力,一个是与转轴平行的分力 $\mathbf{F}_{\parallel}$,它不能使物体转动;另一个是与转轴垂直的分力 $\mathbf{F}_{\perp}$,它能使物体转动。如图 1-5(b) 所示力矩的单位为牛顿米 ($\text{N} \cdot \text{m}$)。

(二) 转动定律

刚体运动的动力学规律可以在牛顿运动定律的基础上演绎和推导出来。

图 1-6 表示一个绕 OO' 轴转动的刚体, P_i 为构成刚体的任一质点在 t 时刻所经过的位置,质点的质量为 Δm_i , P_i 点离转轴的距离为 r_i ,相应的矢径为 $\mathbf{r}_i$ 。设在 t 时刻,刚体绕 OO' 轴转动的角速度和角加速度分别为 ω 和 α ,此时质点 P_i 所受外力为 $\mathbf{F}_i$,内力 $\mathbf{f}_i$ (刚体中其他各质点对质点 P_i 所施作用力的合力)。设 $\mathbf{F}_i$ 、 $\mathbf{f}_i$ 都在转动平面内且与 $\mathbf{r}_i$ 的夹角分别为 φ_i 和 θ_i 。根据牛顿第二定律,得

$$\mathbf{F}_i + \mathbf{f}_i = \Delta m_i \mathbf{a}_i$$

式中的 $\mathbf{a}_i$ 是质点 P_i 的加速度。质点 P_i 绕转轴作圆周运动,可把力和加速度都沿径向和切向分解。由于径向力的方向是通过转轴的,其力矩为零,因此,可不予考虑。切向分量的方程如下

$$F_i \sin \varphi_i + f_i \sin \theta_i = \Delta m_i a_{ti}$$

或

$$F_i \sin \varphi_i + f_i \sin \theta_i = \Delta m_i r_i \alpha$$

式中 $a_{ti} = r_i \alpha$ 是质点 P_i 的切向加速度。上式左边表示质点 P_i 所受的切向力。在上式的两边各乘以 r_i 可得到

$$F_i r_i \sin \varphi_i + f_i r_i \sin \theta_i = \Delta m_i r_i^2 \alpha$$

可见左边第一项是外力 F_i 对转轴的力矩,第二项是内力 f_i 对转轴的力矩。

同理,对刚体中全部质点都可写出类似的方程。把这些公式全部相加,则有

$$\sum_i F_i r_i \sin \varphi_i + \sum_i f_i r_i \sin \theta_i = \left(\sum_i \Delta m_i r_i^2 \right) \alpha$$

上式与力 f_i 相关的项表示内力对转轴的力矩的代数和,而内力总是成对出现的,每一对都是大小相同、方向相反、力臂相同,所以该项等于零,即

$$\sum_i f_i r_i \sin \theta_i = 0$$

于是得

$$\sum_i F_i r_i \sin \varphi_i = \left(\sum_i \Delta m_i r_i^2 \right) \alpha$$

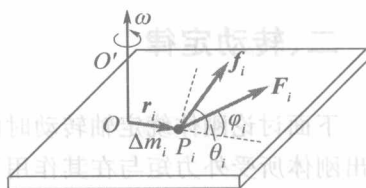


图 1-6 转动定律的推导



上式的左边是刚体所有质点受的外力对转轴力矩的代数和,称为合外力矩,用 M 表示,而右边的 $\sum_i \Delta m_i r_i^2$ 称为刚体对该轴的转动惯量,用 J 表示,于是有

$$M = J\alpha \quad (1-14)$$

该式表明,刚体作定轴转动时,刚体的角加速度和它所受合外力矩成正比,和它的转动惯量成反比(M 、 J 、 α 都是对同一根转轴而言). 这个关系称为转动定律(law of rotation). 它体现了转动的规律性,是刚体动力学的一个基本方程式. 与质点力学中的牛顿第二定律相对应.

用矢量式表示时,转动定律可写作

$$\mathbf{M} = J\boldsymbol{\alpha} = J \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \quad (1-15)$$

由上式可知转动惯量等于刚体中每个质点的质量与这一质点到转轴的距离平方的乘积之和,即所有质点的质量与其转动半径的平方乘积之和. 它是刚体转动时转动惯性大小的量度. 转动惯量的单位是千克二次方米($\text{kg} \cdot \text{m}^2$).

对于质量连续线分布的刚体,转动惯量的计算公式为

$$J = \int r^2 \lambda dl \quad (1-16)$$

式中, dl 表示线元的长度, λ 表示线元处质量的线密度, $dm = \lambda dl$ 表示线元的质量, r 是线元与转轴之间的距离.

对于质量连续面分布的刚体,转动惯量的计算公式为

$$J = \int r^2 \sigma dS \quad (1-17)$$

式中, dS 表示面元的面积, σ 表示质量面密度, $dm = \sigma dS$ 表示面元的质量, r 是面元与转轴之间的距离.

对于质量连续体分布的刚体,转动惯量的计算公式为

$$J = \int r^2 \rho dV \quad (1-18)$$

式中, dV 表示体元的体积, ρ 表示体元处的质量体密度, $dm = \rho dV$ 表示体元的质量, r 是体元与转轴之间的距离.

从转动惯量的定义可以看出,刚体转动惯量的大小取决于下列三个因素:① 与刚体的质量有关,一般来说质量越大,其转动惯量越大. ② 在质量一定的情况下,还与质量的分布有关,即与刚体的形状、大小和各部分的密度有关. 例如同质料的等质量空心球体和实心球体绕直径转轴的转动惯量就不同,前者转动惯量较大. ③ 转动惯量与转轴的位置有关. 例如同均匀细长棒,对于通过棒的中心并与棒垂直的转轴和通过棒的一端并与棒垂直的另一转轴,转动惯量是不相同的,后者较大. 所以只有指出刚体对某一转轴的转动惯量才有明确意义.



例 1-1 质量为 m , 半径为 R 的均匀细圆环和均匀薄圆盘(面密度为 σ), 分别求其绕通过圆心且垂直于圆面的中心转轴的转动惯量。

解 (1) 细圆环的质量线密度为 $\lambda = \frac{m}{2\pi R}$, 在细圆环上任取一小段 dl 作为质量元 dm , $dm = \lambda dl = \frac{m}{2\pi R} dl$, 质量元对转轴的转动惯量 $dJ = R^2 dm = \frac{mR}{2\pi} dl$, 而整个圆环对给定轴的转动惯量 J 为

$$J = \int_0^{2\pi R} \frac{mR}{2\pi} dl = \frac{mR}{2\pi} \int_0^{2\pi R} dl = mR^2$$

(2) 圆盘质量面密度 $\sigma = \frac{m}{\pi R^2}$, 取半径为 r , 宽为 dr 的细圆环作为质量元 dm , $dm = \sigma dS = \frac{m}{\pi R^2} 2\pi r dr$, 所以质量元对转轴的转动惯量为

$$dJ = r^2 dm = \frac{m}{\pi R^2} 2\pi r^3 dr$$

于是, 圆盘对给定轴的转动惯量为

$$J = \int_0^R \frac{m}{\pi R^2} 2\pi r^3 dr = \frac{2m}{R^2} \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} mR^2$$

可见质量、转轴都相同, 但质量分布不同的物体转动惯量不同。

例 1-2 质量均匀分布的圆盘, 半径为 R , 质量为 M , 使它通过中心与盘面垂直的转轴转动, 在盘边缘上挂一质量为 m 的重物, 求此圆盘的角加速度及圆盘边缘上切向加速度(摩擦力不计)。

解 设物体 m 下落的加速度为 a (也就是圆盘边缘的切向加速度), 物体 m 匀加速下落的同时圆盘也作匀加速转动。圆盘的角加速度为 α , 则

$$a = R\alpha$$

如例 1-2 图所示, 由转动定律和牛顿第二定律, 有

$$TR = \frac{1}{2} MR^2 \alpha$$

$$mg - T = ma$$

解以上三式可得

$$\alpha = \frac{2m}{(2m+M)R} g, \quad a = \frac{2m}{2m+M} g$$

例 1-3 将 $20\text{N}\cdot\text{m}$ 的恒定力矩作用在转轮上, 在 10 s 内该轮的角速度由零增加到 100 rev/min , 然后移去此外力矩, 转轮因受轴承的摩擦力矩(视为恒定的转矩)作用经 100 s 而停止。求:

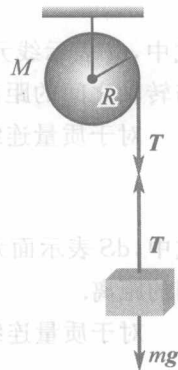
(1) 轮的转动惯量和摩擦力矩。

(2) 自开始转动到停止, 转轮转过的圈数。

解 依题意可知, 转轮在前 10 s 作匀加速转动, 后 100 s 作匀减速转动, 已知在 10 s 时刻的角速度为 $\omega = 100 \times 2\pi \times \frac{1}{60} = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$, 设在前 10 s 的角加速度大小为 α_1 , 由 $\omega = \omega_0 + \alpha t$ 得

$$\alpha_1 = \frac{\omega}{t} = \frac{\frac{10\pi}{3}}{10} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}^2$$

设后 100 s 的角加速度大小为 α_2 , 依题意可知, 10 s 末的角速度就是后 100 s 开始的初角速度, 由 $\omega = \omega_0 + \alpha t$ 得



例 1-2 图