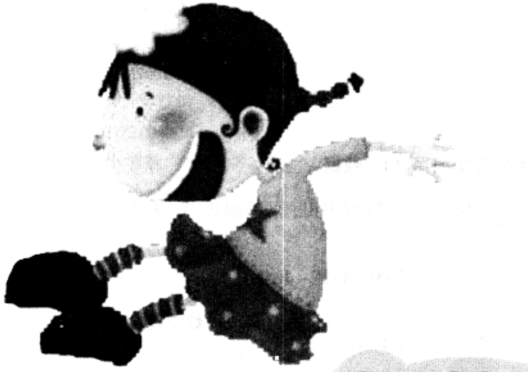
智慧星趣味数学

7年级使用

ZhiHuiXingQuWeiShuXue

◎邢书田 邢治 编著

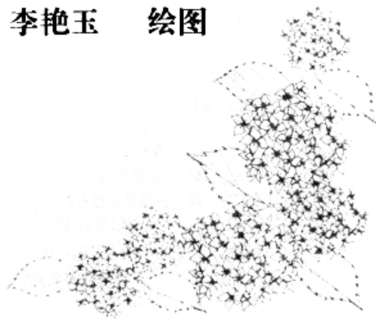
天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS



智慧星
趣味数学

七 年 级

邢书田　邢　治　编著
谷　润　李艳玉　绘图



天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

图书在版编目(CIP)数据

趣味数学．七年级 / 邢书田，邢治编著．—天津：天津教育出版社，2007．1
（智慧星）
ISBN 978-7-5309-4525-4

Ⅰ．趣...　Ⅱ．①邢...　②邢...　Ⅲ．数学课-初中-课外读物　Ⅳ．G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 161490 号

智慧星——趣味数学（七年级）

出版人	肖占鹏
选题策划	董　刚
作　者	邢书田　邢　治
责任编辑	尹福友
装帧设计	王　楠
出版发行	天津教育出版社　www.tjeph.com.cn 天津市和平区西康路 35 号 邮政编码：300051
经　销	全国新华书店
印　刷	永清县晔盛亚胶印有限公司
版　次	2007年1月第1版
印　次	2009年1月第2次印刷
规　格	16开(787×960毫米)
字　数	163千字
印　张	9.25
书　号	ISBN 978-7-5309-4525-4
定　价	11.00元

前 言

趣味数学这座知识百草园,一直是各国数学爱好者的乐园.在这里,他们不仅能学到许多课本上没有的知识,更重要的是,可以使你掌握灵活多变的思维方法和具备科学探索的精神,而这些本领的掌握与否,往往可以决定你一生事业的成败.

智慧星趣味数学以教学大纲为纲,以网络资源为基础,参考了古今中外大量的名题、名解的基础上,精心编辑.集科学性、知识性、趣味性于一体,形成一套完整的数学知识学习丛书.

本书图文并貌.通过动动手,数学儿歌,脑筋急转弯,数学趣题,中国古算名题,数学小知识,有趣的数字,趣味数学故事,数学游戏,童话、寓言与神话数学等不同题材几百例,介绍了极具实用意义的内容和精彩的解题方法,展现数学的风采.使你在数学王国里遨游的同时,体验数学给人带来的快乐.

我们每个人都有自己的智慧,我们都是智慧星!智慧星趣味数学丛书让不同的读者都可以从中得到不同的乐趣和益处,领略好玩的数学.可作为所有数学爱好者的精神食粮,它送你一脑聪明智慧.可作为教师教学资源,丰富多彩的题目是一座数学知识宝库,芝麻开门;可作为学生家长指导学生的锦囊妙计,告诉孩子数学并不难,条条大路通北京;可作为学生自主学习的辅导用书,有助于开阔视野、增长知识、机智灵活地解决问题,造就顶尖人才.

智慧星趣味数学丛书,按年级编写,共五册.小学一年级到六年级,每两个年级为一册,七、八年级各一册.随着年级的升高一本一本读下去,你的创新思维和实践能力就会越来越强,创新是科技进步的根本!

数学是一把金钥匙,它能让所有充满智慧的人们用这把金钥匙去打开人生旅途上每一扇通向成功的大门!

在本书的编写过程中锦州市锦州中学高级教师常志江老师、锦州市第二初级中学一级教师张旭东老师给予了多方面的帮助,并提出宝贵了意见,锦州市锦州中学谷涧老师、李艳玉老师为本书绘制了部分插图.在此一并表示感谢!

由于作者水平有限,一定有许多不足之处,敬请广大读者提出宝贵的意见.书中部分内容取自互联网,未能一一标明原作者,请原作者谅解.

编者

2006年12月

目录

一、数学趣题

二、中国古算名题

目录

四、趣味数学故事

五、寓言与神话数学

附 文献来源

一、数学趣题

初级趣味数学，从解题方法上比较小学趣味数学在解题方法上有思想方法的转化，即由小学解应用题时的由已知到未知，用已知数的算式直接求出未知数的思维习惯转化为把未知暂当已知，利用等量关系列方程求未知的思维习惯．能使学生领悟到列方程解应用题的优越性．

01．印度古题

飞翔在花丛中的一群蜜蜂，
有五分之一飞向牡丹，
三分之一飞向杜鹃．
二者之差的三倍蜜蜂，
飞往夹竹桃．
剩下一只蜜蜂，
徘徊于牵牛花和向日葵之间．
有两个恋人，
听到这只孤独的蜜蜂嗡嗡之声，也感到迷惑！
请问，这个蜂群到底有多少只蜜蜂？

这个问题出自公元 12 世纪印度数学家巴斯卡拉二世（1113? ~ 1185?）所写的《里拉巴特》一书．

解：设共有 x 只蜜蜂，则落在牡丹花上的蜜蜂为 $\frac{1}{5}x$；落在杜鹃花上的蜜蜂为 $\frac{1}{3}x$；飞向夹竹桃去的蜜蜂为 $\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}x\right)\times 3=\frac{2}{5}x$，所以

$$x-\frac{1}{5}x-\frac{1}{3}x-\frac{2}{5}x=1$$

解得：$x=15$（只）

答：这个蜂群有 15 只蜜蜂．

02．李兹趣题

有 3 个见习生一共花了 204 盾买了一所房子．甲花的比乙多 2 倍，乙花的是丙的 4 倍，问他们 3 人各花了多少盾？【荷兰】

解：设丙花了 x 盾，则乙花了 $4x$ 盾，则甲花了 $4x+2\times 4x=12x$ 盾，所以，

$$12x+4x+x=204$$

解得　$x=12$（盾）

于是 $4x=4\times 12=48$（盾）

$12x=12\times12=144$(盾)

答：甲花144盾，乙花48盾，丙花12盾.

03. 毕达哥拉斯有多少学生

毕达哥拉斯是古希腊的数学家、天文学家、哲学家，他对数学的发展作出了卓越的贡献，最著名的是他与他的学生发现并证明了“毕达哥拉斯定理”(在我国称为“勾股定理”)的几何定理，据说当他们发现了这一定理后，他与他的学生欣喜若狂，竟杀了100头牛举行盛大庆典，以示庆祝.

一次，有人问毕达哥拉斯有多少学生.他的回答却是一道有趣的数学题：

我的学生一半在学数学，四分之一学音乐，七分之一沉默无言，此外，还有三名女生.

请你算一算，毕达哥拉斯究竟有多少个学生？

解：设毕达哥拉斯有 x 个学生，则学数学的人数为$\frac{x}{2}$，学音乐的人数为$\frac{x}{4}$，沉默无言的人数为$\frac{x}{7}$，所以

$$x-\frac{x}{2}-\frac{x}{4}-\frac{x}{7}=3$$

解得　$x=28$(人)

答：毕达哥拉斯的学生有28人.

04. 阿摩斯趣题

有人问一个赶着70头家畜到牧场的人：“你赶来的这些家畜，占全部家畜群的多少？”牧人答：“我赶来的家畜是家畜群的$\frac{1}{3}$的$\frac{2}{3}$.”问：牧人家畜群有多少家畜？【埃及】

解：设牧人家畜群有家畜 x 头，则赶来的这些家畜为$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}x=\frac{2}{9}x$，所以

$$\frac{2}{9}x=70$$

解得　$x=315$(头)

答：牧人家畜群有315头家畜.

阿摩斯(Amhose)

埃及抄写家.大约生活在公元前1650年左右.

阿摩斯之闻名只因为他的名字出现在一篇题为“揭露事物一切奥秘之指南”的数学论文中.这是十九世纪中叶在埃及发现的，现存大英博物馆内.

阿摩斯只不过是纸莎草纸文稿的抄写家.这些文稿的内容有各种简单方程

的解法，用分数处理小数以及求面积、体积等方法．这些作者的姓名早已失传．

纸莎草纸文稿证明了埃及数学历史悠久．但文稿中缺乏关于埃及人归纳这些方法的记载．其中论述的每一道题都是作为特殊例子来处理的，文稿详细记载了如何处理该题内的具体数值，但却没有利用一切可能的条件，对解决某一类具体问题总结出规则．

也许当时认为读者可以自己从已知情况找出规则，可能这些规则写在其他一些文稿中而尚未发现，也可能永远丢失了．教士中的特权阶级对这些归纳出的规则加以保密，正如许多年以前毕达哥拉斯的信徒对某些数学发现加以保密一样．当然，在考虑到埃及人在数学领域的熟练技术时，如说当时没有进行归纳和概括，那是难以置信的．

05．唐士陶趣题

英国著名数学家唐士陶，1522 年拟有下题：一塔沉在河里，有$\frac{1}{3}$沉入地层中，$\frac{1}{4}$在水中，露出水面的有 60 英尺．问这座塔在地层、在水中的部分有多少英尺？【英国】

解：设塔高为 x 英尺，则塔沉在河里为$\frac{1}{3}x$；在水中为$\frac{1}{4}x$；所以

$$x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}x=60$$

$$\frac{5}{12}x=60$$

解得　$x=144$．于是塔沉在河里．

$$144\times\frac{1}{3}=48(\text{英尺})$$

在水中

$$144\times\frac{1}{4}=36(\text{英尺})$$

答：这座塔在地层中的部分有 48 英尺，在水中的部分有 36 英尺．

06．波利亚问题

（1）速度问题

如果某人匀速走路，知道了他的速度和走的时间，则很容易求出他在这段时间内走过的路程．可是数学大师波利亚告诉我们有这样一道题：

某人步行了 5 小时，先沿着平路走，然后上了山，最后又沿原路走回原地，假如他在平路上每小时走 4 千米，上山每小时走 3 千米，下山每小时走 6 千米，试

求他5小时共走了多少千米？

(1)算术解法

分析：此人上山比在平地走得慢，下山比在平地走得快，因而上山比在平地上走同样长的路程费时间，下山比在平地上走过同样长的路程省时间.

我们还可以定量地算一下此题中这个人上山比他在平地上走过同样长的路程费的时间与他沿原路下山比他在平地上走过同样的长的路程省的时间哪个多，哪个少？由于上山的路程与下山的路程同样长，所以我们可以把上山、下山及在平地上走过单位长距离（比如1千米）所需的时间作一比较.

上山走1千米比平地走1千米多费的时间为

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}(\text{小时}),$$

下山走1千米比平地走1千米少用的时间为

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}(\text{小时}).$$

于是，我们发现，此人上山多费的时间与他沿原路下山所省的时间恰恰刚好抵消.平均起来，相当于他一直在平地上行走，因而他5小时共走$4\times5=20$千米.

(2)代数解法

设这个人5小时走的路程共为x千米，他上山及下山各走了y千米，则可以把他的全部行程分成平地、上山、下山、平地四段，并把他在每一段上所用的时间用代数式表示出来然后相加，得到一个方程：

$$\frac{\frac{x}{2}-y}{4}+\frac{y}{3}+\frac{y}{6}+\frac{\frac{x}{2}-y}{4}=5$$

这个方程好像是一个二元方程.可是，合并同类项后，y的系数变成了0，方程变为

$$\frac{x}{4}=5$$

$$\therefore\quad x=20$$

即：此人在5小时中共走了20千米.

如果此人上山费的时间与下山省的时间不是恰恰能抵消，题目就不那么确定了.

我们顺便问一个问题：此人上山每小时走3千米，下山每小时走6千米，那么他从开始上山到下山完了的平均速度是多少？

在前面用算术方法解此题时，我们已经知道他上山与下山总的平均速度与他在平地上走的速度相同，即平均速度是每小时走4千米.

可是猛然一想：上山每小时走3千米，下山每小时走6千米，平均速度是不

是应该是每小时走4.5千米？怎么平均每小时走4千米呢？

原来，上山用的时间与下山用的时间不同，所以不能用上山速度与下山速度的算术平均数来作为上下山的平均速度.

我们可以利用速度、时间与路程之间的关系来求出此人上山与下山的平均速度.例如，设此人上山用的时间为 $t_{上}$、上山速度为 $v_{上}$，下山用的时间为 $t_{下}$、下山速度为 $v_{下}$，上山及下山的路程都是 s，则有

$$t_{上}=\frac{s}{v_{上}},t_{下}=\frac{s}{v_{下}}$$

上山与下山的总时间为

$$\begin{aligned}t_{总}&=t_{上}+t_{下}\\&=\frac{s}{v_{上}}+\frac{s}{v_{下}}\\&=\frac{s}{3}+\frac{s}{6}\\&=\frac{s}{2}\end{aligned}$$

上山与下山的平均速度

$$\begin{aligned}\bar{v}&=\frac{2s}{t_{上}+t_{下}}\\&=\frac{2s}{\frac{s}{2}}\\&=4(千米/小时)\end{aligned}$$

这是我们在前面用别的方法已经分析出来了的结果.

谈到此处，希望读者不要产生误解，即：不要以为我们在说任何人上山后再沿原路下山的平均速度都一定等于他在平地上走的速度.

波利亚告诉我们这道题之所以能够解答，正是由于几个已知数之间碰巧有这样的关系，即：$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$或$\frac{1}{v_{上}}-\frac{1}{v_{平}}=\frac{1}{v_{平}}-\frac{1}{v_{下}}$，如果 $v_{上}$、$v_{下}$、$v_{平}$ 之间不满足这个关系式，我们就得不到确定的答案.

(2)行船问题

假如一只船在静水中航行的速度是每小时4千米，水流的速度是每小时3千米.现在这只船先逆水由甲码头驶向乙码头，再顺水从乙码头驶回甲码头，问：此船在甲乙两个码头间一个来回的平均速度是否等于它在静水中的速度？

我们把船在静水中的速度称为“船速”，记为 $v_{静}$，把水流的速度记为 $v_{水}$.则船在顺水行驶时的实际速度 $v_{顺}=v_{静}+v_{水}$

船在逆水行驶时的实际速度 $v_{逆}=v_{静}-v_{水}$，

因而在本题中

$v_{顺}=4+3=7$（千米/小时），$v_{逆}=4-3=1$（千米/小时）

如果我们把船在静水中行驶类比为人在平地上行走，把船在逆水中行驶类比为人往山上走，把船在顺水中行驶类比为人往山下走，则在本题中会不会有

$$\frac{1}{v_{逆}}-\frac{1}{v_{静}}=\frac{1}{v_{静}}-\frac{1}{v_{顺}}?$$

按照本题中所给的几个已知数可得

$$\frac{1}{v_{逆}}-\frac{1}{v_{静}}=\frac{1}{1}-\frac{1}{4}=\frac{3}{4},$$

$$\frac{1}{v_{静}}-\frac{1}{v_{顺}}=\frac{1}{4}-\frac{1}{7}=\frac{3}{28},$$

可见此时

$$\frac{1}{v_{逆}}-\frac{1}{v_{静}}\neq\frac{1}{v_{静}}-\frac{1}{v_{顺}}$$

我们再看看本题中的平均速度 $\overline{v}$.

设甲乙二码头间相距 s 里，船从甲码头逆水而上驶至乙码头用的时间为 $t_{逆}$，回来用的时间为 $t_{顺}$，则 $t_{逆}=\frac{s}{1}$（小时），$t_{顺}=\frac{s}{7}$（小时）

$$\overline{v}=\frac{2s}{t_{逆}+t_{顺}}$$

$$=\frac{2s}{\frac{s}{1}+\frac{s}{7}}$$

$$=\frac{7}{4}<4.$$

可见，本题中的船在甲乙两个码头间一个来回的平均速度小于船在静水中的速度.

如果我们让船速和水速这两个已知数改变一下，那么，船在甲乙两个码头之间行驶一个来回的平均速度是否仍然要小于船在静水中的速度？

一般地，我们有

$v_{逆}=v_{静}-v_{水}$，$v_{顺}=v_{静}+v_{水}$

$$t_{逆}=\frac{s}{v_{逆}}=\frac{s}{v_{静}-v_{水}}$$

$$t_{顺}=\frac{s}{v_{顺}}=\frac{s}{v_{静}+v_{水}}$$

数学趣题

$$\bar{v}=\frac{2s}{t_{逆}+t_{顺}}=\frac{2s}{\dfrac{s}{v_{静}-v_{水}}+\dfrac{s}{v_{静}+v_{水}}}$$

$$=\frac{{v_{静}}^2-{v_{水}}^2}{v_{静}}$$

$$=v_{静}-\frac{{v_{水}}^2}{v_{静}}<v_{静}$$

可见，当船在流动的水面上行驶时，先逆水再顺水驶一个来回的平均速度，永远要小于船在静水中的速度.

但是，在波利亚告诉我们的题目中，怎么上下山的平均速度恰好等于那个人在平地上走的速度呢？

那是由于，在波利亚告诉我们的题目中，那个人上山、在平地及下山这三种速度之间的关系，与船在逆水、静水及顺水行驶时速度之间的关系有实质性的区别.后者三个速度构成一个等差数列，而波利亚告诉我们的题目中的三个速度没有构成等差数列，如果那个人上山、在平地行走及下山的速度构成了等差数列，则他上下山的平均速度就必定要小于他在平地上走的速度.

波利亚简介

波利亚，G.（Polga，George）1887 年 12 月 13 日生于匈牙利布达佩斯；1985 年 9 月 7 日卒于美国加利福尼亚州帕洛阿尔托（Palo Alto）.青年时期曾在布达佩斯、维也纳、哥廷根、巴黎等地攻读数学、物理和哲学，获博士学位.1914 年在苏黎世著名的瑞士联邦理工学院任教.1940 年移居美国，1942 年起任美国斯坦福大学教授.他一生发表达 200 多篇论文和许多专著，他在数学的广阔领域内有精深的造诣，对实变函数、复变函数、概率论、纵使数学、数论、几何和微分方程等若干分支领域都做出了开创性的贡献，留下了以他的名字命名的术语和定理.他是法国科学院、美国全国科学院和匈牙利科学院的院士，不愧为一位杰出的数学家.

为了纪念波利亚，美国工业与应用数学学会设立了组合理论及其应用的波利亚奖，由美国数学协会提供了大学数学杂志的波利亚写作奖，由美国数学教师委员会提供了数学竞赛的波利亚奖.

07.逆风而行

一个骑自行车的人在顺风行驶时，每 3 分钟可走 1 英里，但在返回途中逆风而行，要 4 分钟才走 1 英里.假定他始终用同样的力气蹬自行车.试问：在无风的情况下，他走 1 英里要花费多少时间？

答案：对于这类问题，一般的解法是取总时间的一半作为平均速度.其理由

是，在一个方向，风起了加速作用，而在其相反方向，风起的是阻滞作用.但是，实际上这种办法是不正确的，因为风帮助骑车者加速，作用时间只有 3 分钟，而阻滞作用却持续了 4 分钟.如果他顺风而行，3 分钟可走 1 英里的话，那么，4 分钟就可走 $1\frac{1}{3}$英里.回来时逆风而行，用 4 分钟走了 1 英里.因此总的来说，他在 8 分钟内走了 $2\frac{1}{3}$英里.其中风在一半时间内帮忙，在另一半时间内帮倒忙，所以风的作用可以自我抵消.于是我们可以得出结论：在无风的情况下，他在 8 分钟内可走 $2\frac{1}{3}$英里，因此走 1 英里需要 $3\frac{3}{7}$分钟.

08.渔夫的草帽

有位渔夫，头戴一顶大草帽，坐在划艇上在一条河中钓鱼.河水的流动速度是每小时 3 英里，他的划艇以同样的速度顺流而下.“我得向上游划行几英里，”他自言自语道，“这里的鱼儿不愿上钩！”

正当他开始向上游划行的时候，一阵风把他的草帽吹落到船旁的水中.但是，我们这位渔夫并没有注意到他的草帽丢了，仍然向上游划行.直到他划行到船与草帽相距 5 英里的时候，他才发觉这一点.于是他立即掉转船头，向下游划去，终于追上了他那顶在水中漂流的草帽.

在静水中，渔夫划行的速度总是每小时 5 英里.在他向上游或下游划行时，一直保持这个速度不变.当然，这并不是他相对于河岸的速度.例如，当他以每小时 5 英里的速度向上游划行时，河水将以每小时 3 英里的速度把他向下游拖去，因此，他相对于河岸的速度仅是每小时 2 英里；当他向下游划行时，他的划行速度与河水的流动速度将共同作用，使得他相对于河岸的速度为每小时 8 英里.如果渔夫是在下午 2 时丢失草帽的，那么他找回草帽是在什么时候？

答案：由于河水的流动速度对划艇和草帽产生同样的影响，所以在求解这道趣题的时候可以对河水的流动速度完全不予考虑.虽然是河水在流动而河岸保持不动，但是我们可以设想是河水完全静止而河岸在移动.就我们所关心的划艇与草帽来说，这种设想和上述情况毫无差别.

既然渔夫离开草帽后划行了 5 英里，那么，他当然是又向回划行了 5 英里，回到草帽那儿.因此，相对于河水来说，他总共划行了 10 英里.渔夫相对于河水的划行速度为每小时 5 英里，所以他一定是总共花了 2 小时划完这 10 英里.于是，他在下午 4 时找回了他那顶落水的草帽.

这种情况同计算地球表面上物体的速度和距离的情况相类似.地球虽然旋转着穿越太空，但是这种运动对它表面上的一切物体产生同样的效应，因此对于绝大多数速度和距离的问题，地球的这种运动可以完全不予考虑.