中外考试系列丛书

公

全国高等教育自学考试

高等数学(工本)

公共基础课(本科段)历届全真题详解

组编/全国高等教育自学考试命题研究组
主编/全国自学考试辅导丛书编写组

历届全真题详解

(最新版)

东华

全国高等教育自学考试

公共基础课(本科段)历届全真题详解

高等数学(工、本)

全国高等教育自学考试命题研究组组编
全国自学考试辅导丛书编写组主编

参加编审人员
(以姓氏笔划为序)

王　蕊　王永民　王明德　叶　磐
孙顺华　李小敏　陈华明　张宛平
张惠民　张树章　张祖谊　张建樟
张思聪　郁美玲　阎向阳　郭嗣会
唐佐庭　黄天敏　董连松　樊家鹏
樊城绪

东华大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

公共基础课历届全真题详解:本科段/高教自考研究组编.—上海:东华大学出版社,2003.2
ISBN 7-81038-563-1

Ⅰ.公...　Ⅱ.高...　Ⅲ.课程-高等教育-自学考试-解题　Ⅳ.G726.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 006596 号

执行编辑:竺海娟
责任编辑:紫　仪
封面设计:陈　文

公共基础课(本科段)历届全真题详解
东华大学出版社出版
(上海市延安西路 1882 号　邮政编码:200051)
新华书店上海发行所发行　青浦印刷厂印刷
2003 年 2 月第 1 版　2003 年 2 月第 1 次印刷
开本:880×1230　1/32　总印张:43　字数:1033 千字
ISBN 7-81038-563-1/G·34
总定价:90.00 元

前　言

为了帮助参加全国高等教育自学考试的考生们，能够在短时间内全面地领会考试大纲精神，提高自己的应试能力，我们以最新教材及历年试卷为依据，编写了这套《历届全真题详解》考试丛书，希望为考生们顺利过关助一臂之力。

参加自学考试的考生们，大多从事各种职业，学习时间相对较少，缺少教师辅导，因而在自学过程中，往往有着一种不着边际的感觉。于是，怎样提高审题和解题能力便成了困扰大多数考生的实际问题。细心的考生也许会发现，有很多考题在历年考试中多次重复出现，这一点充分证明了历届全真题的实用价值，它最能体现考试大纲的精神要求，可以有效地提高考生的考试成绩，因此对历届全真题进行全面、详细的解析，非常有助于考生们在短时间内全面准确地把握题型设计特点和命题原则，能够充分掌握该科的知识要点，全面领会考试要求精髓，针对自己的薄弱环节进行快速有效的练习。

鉴于以上情况，我们诚邀了一批从事自学考试辅导专家，精心打造了这套《历届全真题详解》考试丛书。由于参加编写人员均为自学考试方面的教学专家，有着丰富的教学辅导和应试指导的经验，能准确指出解题关键，提示明确、解析精辟，在经过多次内部试用后，取得了骄人的成绩。考生们一致认为，该书完全贴近考试，非常实用，在较短时间内既把握了知识点又切实提高了应试能力，一举两得，并要求尽快出版，让更多的考生受益。

于是我们采纳广大考生的建议，出版这套丛书，如有疏漏，敬请指正，我们将在今后每年年末的修订当中，争取做到最好。

编者

2003 年 1 月

目　　录

1999年下半年全国高等教育自学考试

高等数学(工、本)试卷详解

第一部分　选择题(共40分)

一、单项选择题(在每小题的四个备选答案中,选出一个正确的答案,并将正确选项前的字母填写在题后的括号内。每小题2分,共40分。)

1. $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续,则 $F(x)=f(x)+f(-x)$ 一定为　(　　)

   A. 偶函数　　B. 奇函数

   C. 非奇非偶函数　　D. 单调函数

   答案:本题选择(A)

   详解:奇偶性定义如下:设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称,如果对于任一 $x\in D$, $f(-x)=f(x)$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为偶函数;如果 $f(-x)=-f(x)$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为奇函数,本题由已条件得: $F(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续,

   又 $\because F(-x)=f(-x)+f(x)=F(x)$, $\therefore F(x)$ 为偶函数,

   注意:若定义域关于原点不对称,则函数就不是奇或偶函数。

2. 函数 $y=x^x$ 的导数为　(　　)

A. x^x　　B. $x^x\ln x$

C. $x^x(1+\ln x)$　　D. $\dfrac{x^x}{\ln x}$

答案:本题选择 (C)

详解:本题属一元函数幂指型函数$(f(x))^{g(x)}$的求导问题,分别可用取对数求导法或直接求导的方法计算,具体解法如下:

解法(一)$\because y=x^x$,$\therefore \ln y=x\ln x$,

$\dfrac{1}{y}\cdot y'=\ln x+x\cdot\dfrac{1}{x}$,$\therefore y'=x^x(1+\ln x)$,解法(二)

$\because y=x^x=e^{x\ln x}$　$\therefore y'=e^{x\ln x}(x\ln x)'=x^x(1+\ln x)$

3. 曲线 $y=\cos x$ 上点$(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{1}{2})$处的法线的斜率是　(　　)

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

答案:本题选择 (D)

详解:本题涉及到导数的几何意义,由导数的几何意义知:曲线

$y=\cos x$ 上点$(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{1}{2})$处切线的斜率为 $k=y'(\dfrac{\pi}{3})$

$=-\sin x\big|_{x=\frac{\pi}{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,所以曲线 $y=\cos x$ 上点$(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{1}{2})$处法线的斜率为 $k_1=-\dfrac{1}{k}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

4. 曲线 $y=\dfrac{x+\sin x}{x^2}-2$ 的水平渐近线方程为　(　　)

A. $x=0$　　B. $y=0$

C. $y=-1$　　D. $y=-2$

答案:本题选择 (D)

详解:$\because \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+\sin x}{x^2}-2\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{\sin x}{x^2}\right)-2$

$=0+0-2=-2$,$\therefore y=-2$ 为该曲线的水平渐近线。

其实,根据水平渐近线的定义,只要 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=b$ 或 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=b$ 均称 $y=b$ 为 $y=f(x)$ 的水平渐近线,例如 $y=xe^{-x}$ 也有水平渐近线 $y=0$,$\because \lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$。

5. $f(x)=x^2+x-1$ 在区间 $[-1,1]$ 上满足拉格朗日定理的中值 $\xi=$ ( )

A. 0　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

答案:本题选择 (A)

详解:根据拉格朗日定理:若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续;在 (a,b) 内可导,则至少存在一点 $\xi\in(a,b)$ 使 $f'(\xi)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$。

本题 $\because f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上满足拉格朗日定理条件,

又 $f'(x)=2x+1$,$\therefore$ 必有 $2\xi+1=\frac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)}=1$,

$\therefore \xi=0$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots\cdots\frac{n-1}{n^2}\right)=$ ( )

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{3}$

答案:本题选择 (B)

详解:本题属数列极限,原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+2+\cdots\cdots+n-1}{n^2}$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}n(n-1)}{n^2}=\frac{1}{2}$$

注意:本题常见以下错误解法,原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}$

$+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3}{n^2}+\cdots\cdots+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n^2}=0+0+0+\cdots\cdots+0$

$=0$,

从而选 A。

7. $\frac{d}{da}\int_a^b \sin x^2 dx=$ ( )

A. $\sin a^2$　　B. $-\sin a^2$

C. $-\int_a^b 2x\cos x^2 dx$　　D. 0

答案:本题选择 (B)

详解:本题知识点为微积分学第一基本定理:如果 $f(x)$在$[a,b]$上连续,那么 $a\leqslant x\leqslant b$ 时,则称分上限函数 $\Phi(x)=\int_a^x f(t)dt$ 是$[a,b]$上的一个可导函数,而且有 $\Phi'(x)=f(x)$,本题要求将$\int_a^b \sin x^2 dx$ 看成为一个积分下限函数,即 a 为变量,因此$\frac{d}{da}\int_a^b \sin x^2 dx=-\frac{d}{da}\int_b^a \sin x^2 dx=-\sin a^2$

8. $\int_0^2\sqrt{4-x^2}dx=$ ( )

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. π　　D. $\frac{\pi}{2}$

答案:本题选择 (C)

详解:本题目的是考察考生对定积分几何意义的掌握情况,原式实际上表示以原点为圆心、2 为半径的圆位于第Ⅰ象限部分的面积值,因此等于$\frac{1}{4}\pi R^2=\pi$,当然,本题也可以直接利用定积分第二类换元法计算,但花时花力。

9. $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx=$ ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{3}$

答案:本题选择 (D)

详解:本题属定积分第一类换元法计算题。原式 $= -\int_0^1 \frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}d(1-x^2)$

$= -\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$。有些考生会选用第二类换元法解,具体如下:$\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx \xlongequal{x=\sin x} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t \cdot \cos t \cdot \cos t \cdot dt = -\frac{1}{3}\cos^3 t\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}$,相比之下,前者较简便,一般地。在用定积分换元法解题时,能用第一类换元法的尽量选用第一类做,因为过程往往较简便。

10. **由曲线 $y=\ln x$,y 轴与直线 $y=\ln a$,$y=\ln b(b>a>0)$所围成平面图形的面积等于**　　(　　)

A. $b-a$　　B. e^b-e^a

C. $\ln b-\ln a$　　D. e^b-1

答案:本题选择 (A)

详解:本题属定积分几何应题,题中所述的平面图形的面积等于 $\int_{\ln a}^{\ln b} e^y dy = e^y\Big|_{\ln a}^{\ln b} = b-a$ (其中,曲线 $y=\ln x$ 也即 $x=e^y$),在用定积分计算平面图形面积时,正确选择积分变量非常重要。本题正确选择了 y 作为积分变量,使计算相当简单 。

11. **设 $\vec{a}\perp\vec{b}$ 且 $\vec{a}/\!/\vec{b}$,则必有**　　(　　)

A. $|\vec{a}|+|\vec{b}|=0$　　B. $|\vec{a}|=0,|\vec{b}|\neq0$

C. $|\vec{b}|=0,|\vec{a}|\neq0$　　D. $|\vec{a}||\vec{b}|=0$

答案:本题选择 (D)

详解:由已知即可知:$\vec{a}$、$\vec{b}$,两个向量至少有一个为零向量,而零向量的模长为 0,因此$|\vec{a}||\vec{b}|=0$

12. 在空间直角坐标系中,方程 $2x^2-3y^2+z^2=1$ 表示的图形是 ( )

A. 单叶双曲面　　　　B. 双叶双曲面

C. 锥面　　　　D. 椭球面

答案:本题选择 (A)

详解:因为该曲面跟 xoy 与 yoz 平面的截线都是双曲线:$\begin{cases}2x^2-3y^2=1\\z=0\end{cases}$ $\begin{cases}z^2-3y^2=1\\x=0\end{cases}$,而跟平面 $y=y_0$ 的截线为椭圆:$2x^2+z^2=1+3y_0{}^2$,且当$|y_0|$增大时,椭圆也随着增大,因此该曲面是单叶双曲面。

13. 设函数 $z=f(x,y)$在区域 D 内存在二阶偏导数$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$,$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$,$\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial z}$,$\frac{\partial^2 y}{\partial y^2}$,则 ( )

A. $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$

B. $f(x,y)$在 D 上连续

C. $f(x,y)$在 D 内有连续的偏导数$\frac{\partial f}{\partial x}$,$\frac{\partial f}{\partial y}$

D. A、B、C 都不对

答案:本题选择 (D)

详解:A 不对,因为只有当$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$、$\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$连续时两者才相等,$B$、$C$ 也不对。

14. 设 $z=e^{x^y}$,则$\frac{\partial z}{\partial x}=$ ( )

A. e^{x^y}　　　　B. $x^y e^{x^y}$

C. $x^y e^{x^y}\ln x$　　　　D. $yx^{y-1}e^{x^y}$

答案:本题选择 (D)

详解:本题属二元复合函数求偏导简单计算题,在求$\frac{\partial z}{\partial x}$时,只需注意到将 y 视作常数,对 x 求导即可,故选④,本题若要求$\frac{\partial z}{\partial y}$,则$\frac{\partial z}{\partial y}=e^{x^y}x^y\ln x$

15. $f(x,y)$在平面有界且有面积的闭区域 D 上连续是二重积分 $\iint f(x,y)d\sigma$ 存在的　　(　　)

A. 必要非充分的条件

B. 充分非必要的条件

C. 充分且必要的条件

D. 即非充分也非必要的条件

答案:本题选择 (B)

详解:由二重积分存在定理知道:如果函数 $f(x,y)$在积分域 D 上连续,那么二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)d\sigma$ 存在,而反之不然。

16. 空间闭区域 Ω 由曲面 $x^2+y^2=1$ 及平面 $z=1,z=2$ 围成,则三重积分 $\iiint zdxdydz=$　　(　　)

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 dr\int_1^2 zdz$　　　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 rdr\int_1^2 zdz$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_1^2 dr\int_0^1 zdz$　　　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_1^2 r^2dr\int_0^1 zdz$

答案:本题选择 (B)

详解:本题实际上要求将三重积分 $\iiint\limits_\Omega zdxdydz$ 在柱面坐标下转化为三次积分。不难看出,空间闭区域 Ω 可表示成:$0\leqslant r\leqslant 1$, $0\leqslant\theta\leqslant 2\pi$, $1\leqslant z\leqslant 2$,而此时 $dxdydz=rdrd\theta dz$。

17. **幂级数** $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\cdots\cdots$ **的收敛区间(考虑端点时)为** ( )

A. $(-1,1)$　　B. $[-1,1]$

C. $(-1,1]$　　D. $[-1,1]$

答案: 本题选择 (D)

详解: 从本题 4 个答案看出,不必求收敛半径,而只需判断

$x=\pm1$ 时,对应级数是否收敛,$x=-1$ 时,级数 $-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\cdots\cdots$ 收敛;$x=1$ 时,级数 $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots\cdots$ 收敛。

18. **设常数** $k>0$**,则级数** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{k}{2n-1}$ ( )

A. 发散　　B. 条件收敛

C. 绝对收敛　　D. 收敛性与 k 有关

答案: 本题选择 (B)

详解: 对级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$,若 $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 发散,而 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛,则称 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 为条件收敛。本题 $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k}{2n-1}$ 发散,而 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{k}{2n-1}$ 为交错项级数,稍作判断便知收敛,因此本级数为条件收敛。

19. **微分方程** $y''+10y'+34y=0$ **的通解** $y=$ ( )

A. $e^{5x}(C_1\cos3x+C_2\sin3x)$　　B. $e^{-5x}(C_1\cos3x+C_2\sin3x)$

C. $e^{3x}(C_1\cos5x+C_2\sin5x)$　　D. $e^{-3x}(C_1\cos5x+C_2\sin5x)$

答案: 本题选择 (A)

详解: 本题知识点为二阶常系数齐次线性微分方程通解之求法。

因为特征方程为 $r^2+10r+34=0$,特征根 $r_{1,2}=-5\pm3i$,

$=\alpha\pm\beta$;所以通解为 $y=e^{\alpha x}(C_1\cos\beta x+C_2\sin\beta x)$

$=e^{-5x}(C_1\cos 3x+C_2\sin 3x)$

20. **微分方程** $2y''+y'-y=0$ **的通解** $y=$ (　　)

A. $C_1e^{2x}+C_2e^{x}$　　B. $C_1e^{-x}+C_2e^{\frac{x}{2}}$

C. $C_1e^{-2x}+C_2e^{x}$　　D. $C_1e^{x}+C_2e^{\frac{x}{2}}$

答案:本题选择 (B)

详解:类似于上题,写出特征方程 $2r^2+r-1=0$,求出特征根 $r_1=\frac{1}{2}$,$r_2=-1$,因此,方程通解为 $y=C_1e^{r_1x}+C_2e^{r_2x}$

$=C_1e^{\frac{1}{2}x}+C_2e^{-x}$

第二部分　非选择题(共 60 分)

二、填空题Ⅰ(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

1. 设 $f(x)\begin{cases}x+a,x\leqslant 0\\ \cos x,x>0\end{cases}$,在 $x=0$ 连续,则常数 $a=$______。

答案:$a=1$

详解:因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 连续,所以必有 $f(0+0)=f(0-0)$

$=f(0)=a$,而 $f(0+0)=\lim\limits_{x\to 0+}\cos x=1$,$f(0-0)$

$=\lim\limits_{x\to 0+}(x+a)=a$,$\therefore a=1$。

2. 曲线 $x^2+xy+2y^2-28=0$ 上点(2,3)处的法线的斜率______。

答案:2

详解:本题即求$\frac{-1}{y'(2)}$。对曲线方程$x^2+xy+2y^2-28=0$两边对x求导得:$2x+y+xy'+4yy'=0$,将$x=2$, $y=3$代入上式即得$y'(2)=-\frac{1}{2}$,所以$\frac{-1}{y'(2)}=2$即为所求。

3. 使点(1,3)为曲线$y=ax^3+bx^2$的拐点的$b-a=$________。

答案:6

详解:因为(1,3)为曲线$y=ax^3+bx^2$的拐点,则必有$y''(1)=0$或$y''(1)$不存在,而$\because y''=6ax+2b$, $\therefore$必有$y''(1)=0$,即$3a+b=0$,又$\because y(1)=3$ $\quad\therefore 3=a+b$ $\quad\therefore a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{9}{2}$, $b-a=6$。

4. $\int e^{3\cos x}\sin x dx=$________。

答案:$-\frac{1}{3}e^{3\cos x}+C$

详解:本题用不定积分第一类换元法简单计算即得:原式

$$=-\int\frac{1}{3}e^{3\cos x}d3\cos x$$

$$=-\frac{1}{3}e^{3\cos x}+C$$

5. $\int \mathrm{tg}^2\theta d\theta=$________。

答案:$\mathrm{tg}\theta-\theta+C$

详解:$\int \mathrm{tg}^2\theta d\theta=\int(\sec^2 x-1)d\theta=\mathrm{tg}\theta-\theta+C$

注意:$\int \mathrm{tg}^2\theta d\theta\neq\sec\theta+C$

6. 设$a=\{1,1,4\}$、$b=\{1,-2,-2\}$,则$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影$P_{rj\vec{b}}\vec{a}$
= ________.

答案:-3

详解:$P_{rj\vec{b}}\vec{a}$表示$\vec{a}$向量在$\vec{b}$向量上的投影

根据定义:$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\widehat{\vec{a}\vec{b}})=|\vec{a}|\cdot Prj_{\vec{a}}\vec{b}$

$=|\vec{b}|\cdot Prj_{\vec{b}}\vec{a}$,因此,$Prj_{\vec{b}}\vec{a}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=\dfrac{1}{3}\times(-9)=-3$ 类

似地,$Prj_{\vec{a}}\vec{b}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}=\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\times(-9)=-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

7. 设 $f(x,y)=x^2+y^2\ \varphi(x,y)=x^2-y^2$,则 $f[\varphi(x,y),y^2]$

$=$ ________。

答案:$x^4-2x^2y^2+2y^4$

详解:本题属二元函数函数值的计算,$\because f(x,y)=x^2+y^2$,

$\varphi(x,y)=x^2-y^2$,$\therefore f[\varphi(x,y),y^2]$

$=[\varphi(x,y)]^2+(y^2)^2$

$=(x^2-y^2)^2+y^4=x^4-2x^2y^2+2y^4$

8. 设 D 是由曲线 $y=1-x^2$ 与 $y=0$ 所围成,则 $\iint\limits_D xd\sigma$

$=$ ________。

答案:0

详解:本题属二重积分简单计算题,本题可在直角坐标系下选择先对 y 后对 x 的二次积分计算如下:

$$\iint\limits_D xd\sigma=\int_{-1}^{1}xdx\int_0^{1-x^2}dy=\int_{-1}^{1}x\cdot(1-x^2)dx$$

$=\left(\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x^4}{4}\right)\Bigg|_{-1}^{1}=0$,事实上,本题也可以直接利用对称性得原式为 0,因为积分区域 D 关于 y 轴对称,而被积函数是关于 x 奇函数,因此即知答案为 0。

9. 若常数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n=10$,则 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=$ ________。

答案:0

详解:由已知$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = 10$,即知级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛,根据级数收敛的必要条件即知$\lim_{n\to\infty} u_n = 0$,注意,反之若$\lim_{n\to\infty} u_n = 0$,不能得出$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛,例$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$,但级数发散。

10. 微分方程 $y' = \frac{y}{x}$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 2$ 的特解是 ________。

答案:$y = 2x$

详解:本题属一阶可分离变量的特解问题,先求通解:

$\because y' = \frac{y}{x}$ $\therefore \int \frac{dy}{y} = \int \frac{1}{x} dx$ 得通解 $y = cx$,再求特解,

$\because y|_{x=1} = 2$, $\therefore c = 2$,因此得特解 $y = 2x$。

三、计算题(本大题共5小题,共25分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{\cos\pi x}, & x<1 \\ 0, & x=1 \\ \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}, & x>1 \end{cases}$,问 $f(x)$ 在 $x=1$ 是否连续?若间断,指出间断点的类型。

答案:解:$f(1)=0$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\left(-\dfrac{1}{\cos\pi x}\right) = 1 \neq f(1)$ (1 分)

$\therefore f(x)$在 $x=1$ 不连续 (1 分)

又 $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 2$ (1 分)

$\therefore x=1$ 是 $f(x)$的跳跃间断点 (1 分)