志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿

高中优秀教案

GAOZHONGYOUXIUJIAOAN

本书由部分省市优秀教学设计大赛获奖作品选编而成

数学

配人教A版

【必修4】

南方出版社

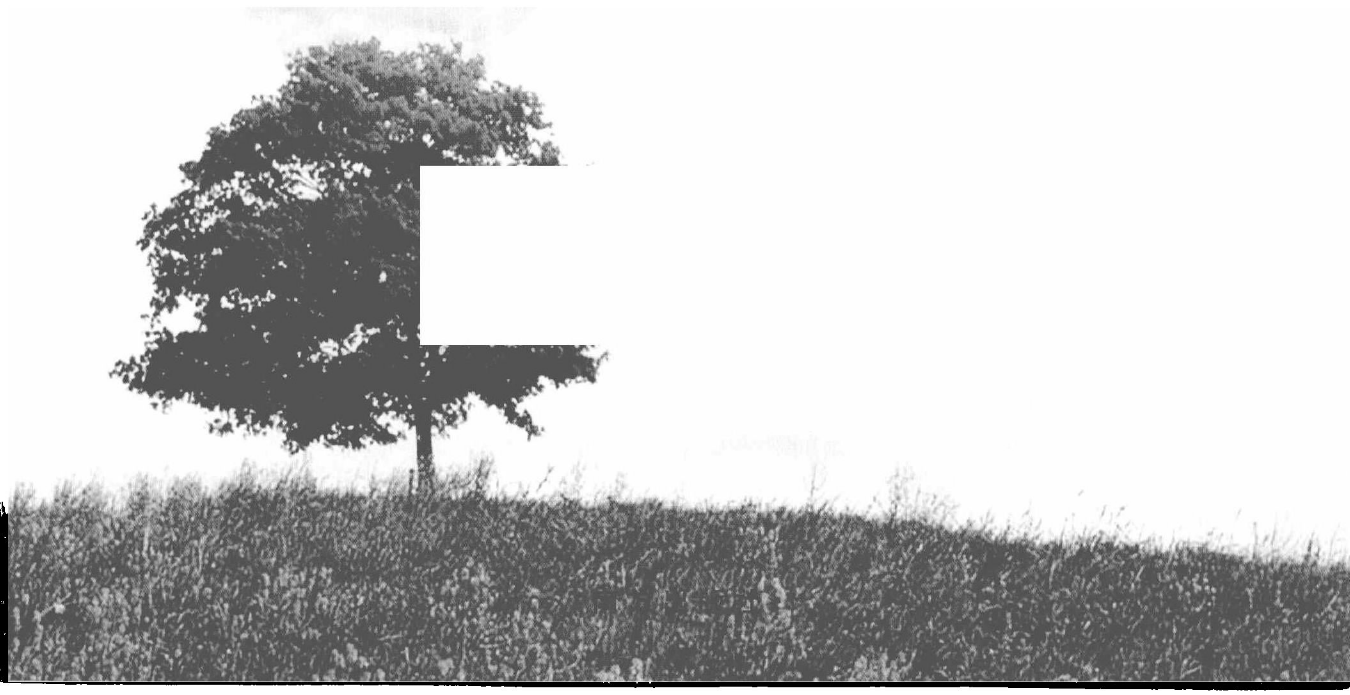
志鸿优化系列丛书

高中优秀教案

GAO ZHONG YOU XIU JIAO AN

配人教A版

【必修4】数学



图书在版编目(CIP)数据

高中优秀教案.数学.4:必修/任志鸿主编.一海口:南方出版社,2008.8(2009.9重印)
(志鸿优化系列丛书)
配人教版
ISBN 978-7-80760-327-6

Ⅰ.高... Ⅱ.任... Ⅲ.数学课一教案(教育)一高中 Ⅳ.G633

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第124279号

责任编辑:杨 凯
策 划:张延军

志鸿优化系列丛书
高中优秀教案·数学·必修:4
任志鸿 主编

南方出版社 出版
(海南省海口市和平大道70号)
邮编:570208 电话:0898—66160822
高青金立印业有限公司印刷
山东世纪天鸿书业有限公司总发行
2009年9月第2版 2009年9月第1次印刷
开本:787×1092 1/16
印张:64 字数:1860千字
定价:160.00元(全套共4册)

前言 FOREWORD

EXCELLENT TEACHING PLANS

自新一轮课程改革在神州大地破土而出，新课标的教学理念、教材组织形式、教学结果评价方式的变化层出不穷，叹为观止。在这样一个变革的年代，《优秀教案》始终紧跟改革的步伐。

随着越来越多的省份加入新课改，老师们的教学思路越来越多，教学设计构思也越来越巧妙。正如叶圣陶先生所说："教育者不是造神，不是造石像，不是造爱人。他们所要创造的是真善美的活人。"其实作为"创造者"的老师们在一线教学实践和研究中创造出了很多有价值的教学案例和设计。许多一线老师通过自己的努力，为新课程教材的教学提供了很多有益的想法。这些内容刊登在各种教学杂志上，产生于教研部门的优秀教案评选或讲课比赛中。如果能够把这些好的案例集中起来，一定能够对教师的备课、教学提供很大的帮助。

为此，我们通过采取与教研部门核心期刊杂志合作等形式，聘任专家，组织出版了高中《优秀教案》丛书。本丛书的稿件来源是各种教学研究（评比）活动中评选出来的优秀教案和权威教学杂志中刊登的教案。这些作品展示了近几年课改的成果，代表了课改发展的方向。这类教案具有极大的参考和研究价值，是新课程改革条件下一线教师研究学习教学设计的范本。

本书有以下特点：

个性独特，匠心独具。本书力求再现他们在教学实践中的独特发现：对教材知识体系挖掘以求"深"，辨误以求"真"，考查以求"准"；对教材内容的梳理系统以求"全"，创新以求"异"，对教材的教法发散以求"活"，思维变化以求"新"，分析对比以求"博"。

篇篇精彩，课课经典。每一个教案都来自实行新课标地区的省级教研活动或者学科教学领域的核心期刊，还有不少是全国教学设计获奖作品。它们都是从众多的案例中经过层层筛选，优中选优，保证每一篇内容都精彩纷呈。这些在教坛耕耘多年的名师把他们的经验和智慧凝结到他们的作品中。他们对教学的每个环节，每一个步骤都经再三推敲、

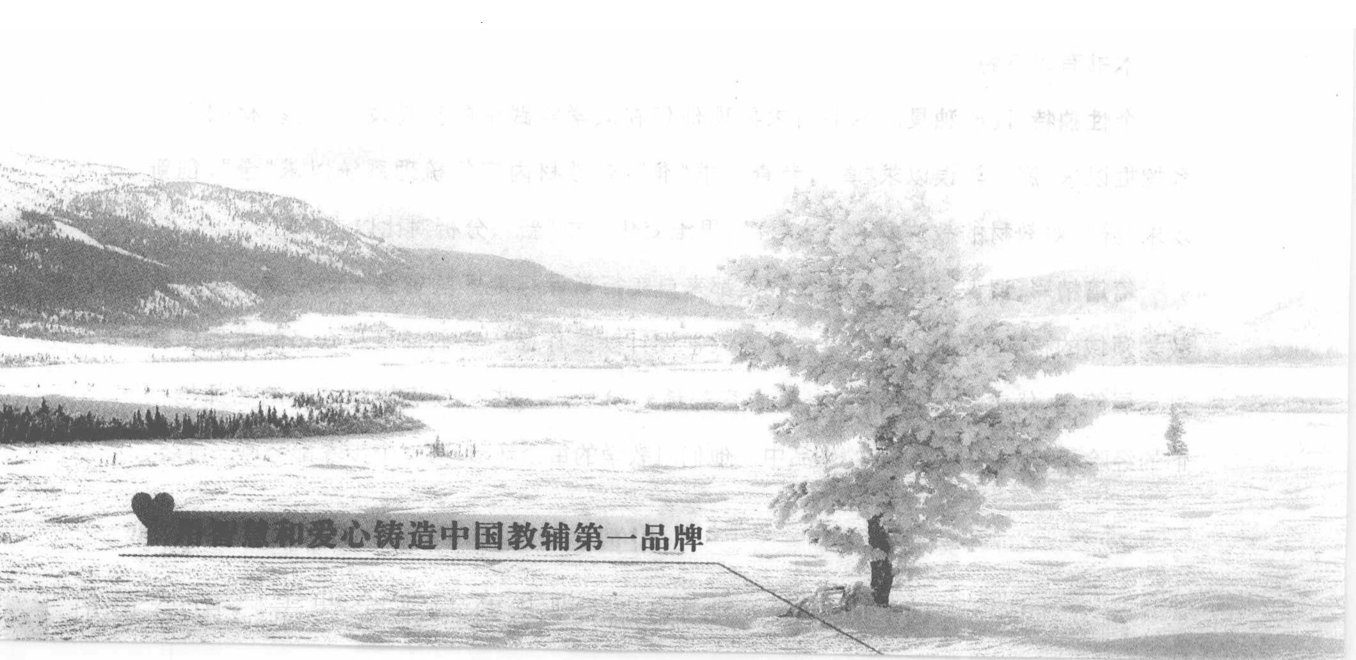
斟酌，打造出来的是可以供长期参考使用的经典教学案例。

实用新颖，理念成熟。 课程改革对学生强调的是知识的生成。这种课程理念的贯彻需要教师既要调动学生主动的学习热情，又要通过教师的主导作用提高课堂效率。教案的筛选力求兼顾实用性和新颖性。每一篇带给您不同的感受，指引着课程改革的方向，引领着课程改革的潮流。

一课多案，更多选择。 部分课时有多个思路迥异的精彩设计。细细品味，比较研读，既能感悟“教学有法，教无定法”的深刻内涵，又可以在教学中博采众长，使您的课堂融各家优点于一身，精彩每一瞬间。

我们相信，这套丛书将为广大新课标省份的教师提供更好的备课素材，为广大教师提供更具个人风格的优秀作品。当然，作为选集必然带有主编者的个人主观色彩，我们欢迎广大教师批评指正，同时欢迎更多的教师积极参与到本套丛书的更新发展之中。欢迎您将您的优秀教学案例和设计邮寄给我们，我们将为您提供平台与广大同行交流、分享，希望本套丛书能够与您同进步！

优秀教案丛书编委会



目录 CONTENTS

模块纵览 …… 1

第一章　三角函数 …… 3

1.1　任意角和弧度制 …… 4

1.1.1　任意角 …… 4

1.1.2　弧度制 …… 10

1.2　任意角的三角函数 …… 19

1.2.1　任意角的三角函数 …… 19

1.2.2　同角三角函数的基本关系 …… 37

1.3　三角函数的诱导公式 …… 44

1.4　三角函数的图象与性质 …… 55

1.4.1　正弦函数、余弦函数的图象 …… 55

1.4.2　正弦函数、余弦函数的性质 …… 64

1.4.3　正切函数的性质与图象 …… 81

1.5　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象 …… 89

1.6　三角函数模型的简单应用 …… 100

本章复习 …… 11[illegible]

第二章　平面向量 …… 122

2.1　平面向量的实际背景及基本概念 …… 123

2.2　平面向量的线性运算 …… 127

2.2.1　向量加法运算及其几何意义 …… 127

2.2.2　向量减法运算及其几何意义 …… 131

EXCELLENT TEACHING PLANS

CONTENTS

2.2.3 向量数乘运算及其几何意义 …… 137

2.3 平面向量的基本定理及坐标表示 …… 144

2.3.1 平面向量基本定理 …… 144

2.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示 …… 144

2.3.3 平面向量的坐标运算 …… 153

2.3.4 平面向量共线的坐标表示 …… 153

2.4 平面向量的数量积 …… 163

2.4.1 平面向量数量积的物理背景及其含义 …… 163

2.4.2 平面向量数量积的坐标表示、模、夹角 …… 171

2.5 平面向量应用举例 …… 178

2.5.1 平面几何中的向量方法 …… 178

2.5.2 向量在物理中的应用举例 …… 188

本章复习 …… 193

第三章 三角恒等变换 …… 207

3.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式 …… 208

3.1.1 两角差的余弦公式 …… 208

3.1.2 两角和与差的正弦、余弦、正切公式 …… 217

3.1.3 二倍角的正弦、余弦、正切公式 …… 233

3.2 简单的三角恒等变换 …… 241

本章复习 …… 256

EXCELLENT TEACHING PLANS

CONTENTS

模块纵览

课标要求

1. 知识要求与数学应用

理解三角函数的定义、公式、图象和性质，以及平面向量的基础知识；发展运算能力和解决实际问题的能力；认识数学严密而富有魅力的完整体系，并构建自己的知识体系；结合类比思想、数形结合思想的运用，通过三角函数、向量解决实际问题的实践，体会数学的作用和价值，用数学的观点看待和处理日常生活以及其他学科的问题的方法，即提高学生的数学应用意识.

2. 探究过程与思维层次

三角函数和向量都是刻画现实世界某些现象的重要数学模型，具有丰富的实际背景和广泛的应用. 通过数学思想方法的渗透，体会过程的重要，并在经历过程中学习知识，领会数学思想方法，感悟找到打开知识宝库金钥匙的心理体验.

3. 科学精神与学习品质

在新课程教材中，任何一个新概念的引入，都特别强调了它的现实背景和应用. 根据学生探求知识的循序渐进、螺旋上升的认知心理，指导学生如何去思考和推理，养成其用数学的思想和方法来思考和处理问题的习惯，并在应用中激发学生的学习兴趣和主动探究的欲望，逐渐形成坚韧不拔、锲而不舍地追求真理的科学精神，树立良好的情感态度和价值观.

内容概述

本模块内容共三章：第一章三角函数；第二章平面向量；第三章三角恒等变换.

三角函数是描述周期现象的重要数学模型，在数学和其他领域中具有重要的作用. 这是学生在高中阶段学习的最后一个基本初等函数. 向量是近代数学中重要和基本的数学概念之一，它是沟通代数、几何与三角函数的一种工具，有着极其丰富的实际背景，在数学和物理中都有广泛的应用. 三角恒等变换在数学中有一定的应用.

“三角函数”一章，突出了三角函数作为描述周期变化的数学模型这一本质，即通过现实世界的周期现象，在学生感受引入三角函数必要性的基础上，引出三角函数概念，研究三角函数的基本性质，并用三角函数的基础知识解决一些实际问题.

“平面向量”一章，突出强调了向量的工具特性，充分利用向量的物理背景与几何背景建立向量及其运算的概念，并在这个过程中强调用向量解决实际问题及几何问题. 其中，特别强调了用向量解决几何问题的基本思想——“三步曲”，从而比较好地体现了数形结合思想. 另外，作为一个应用，用向量方法推导了两角差的余弦公式.

“三角恒等变换”一章，本模块采用与传统的处理方法不同的安排，把三角恒等变换从三角函数中独立出来，其主要目的是为了在三角函数一章中突出“函数作为描述客观世界变化规律的数学模型”这条主线. 在本模块中，学生将运用向量的方法推导基本的三角恒等变换公式，由此出发导出其他的三角恒等变换公式，并能运用这些公式进行简单的恒等变换.

在本模块结构中，三角函数与三角恒等变换是高中数学课程的传统内容，平面向量是1996年进入高中数学课程的内容，因此，本模块的内容属于“传统内容”.

备课札记

备课札记

教学建议

1. 理清本模块设置，树立模型的观念

三角函数是重要数学模型之一. 教师应根据学生的实际，创设更加丰富鲜活的情境，通过大量自然界的周期现象，体会自然界、日常生活中存在着大量遵循周期性运动变化的现象，从而体会三角函数是刻画周期现象的重要模型的意义. 通过亲身经历解决实际问题的全过程，培养学生应用数学的意识，提高学生的数学素养. 同时希望学生面对生活中常常遇到的现象和问题，能有意识地从数学角度去发现它所隐含着的数学规律. 向量也是模型，是抽象代数、线性代数、泛函分析中基本的数学模型；也是平面力场、平面位移场的物理模型. 作为教师，应自己体会到这一点，才能居高临下地驾驭好教材，才能更深层次地理解新课程理念，从而更好地指导学生. 本模块的最大特色之一是模型教学，而学习数学模型的最好方法是经历数学建模的过程，应把握好教材的这一定位.

2. 领会本模块的课标精神，创造性地使用教材

根据《普通高中数学新课程标准》设定的学习目标，本模块在内容、要求以及处理方法上都有创新. 具体表现在：①以基本概念为主干内容贯穿本书，削枝强干，教材体系更显合理；②强调联系、类比等思想方法的应用，强调教科书的思想性，加强思维能力的培养；③加强几何直观，强调数形结合思想；④改进呈现方式，用恰时恰点的问题引导学生学习；⑤考虑使用信息技术. 因此，在教学中应做到“三个充分，一个把握”：充分利用三角函数、向量与学生已有经验的联系创设问题情境；充分利用相关知识的联系性，引导学生用类比的方法进行学习；充分发挥几何直观的作用，注重数形结合思想方法的运用. 把握教学要求，不搞复杂的、技巧性强的三角变换训练，有条件的要鼓励学生使用计算器和计算机探索和解决问题.

3. 转变教师角色，体现学生主体这一理念

《数学课程标准》指出：“数学教学活动必须建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上，教师应激发学生的学习积极性，向学生提供充分从事数学活动的机会，帮助他们在自主探索和合作交流的过程中，真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法，获得广泛的数学活动经验. 学生是学习的主人，教师是数学学习的组织者、引导者与合作者. ”这就要求我们必须认真细致地设计好课堂教学的各个环节，改变学生的学习方式，引导学生主动参与、乐于探究、勤于动手. 逐步培养学生收集和处理科学信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力，以及交流与合作的能力等，突出创新精神和实践能力的培养. 新课程教材的各模块均安排了思考、探究、观察、阅读与思考、探究与发现等活动栏目. 这些内容的设置，激发了学生的学习兴趣，拓展了知识视野. 教师应充分用好这些栏目，促使他们自己去获取知识、发展能力. 做到自己能发现问题，提出问题，进而分析和解决问题. 为终身学习和工作奠定基础.

4. 与时俱进，尽量使用多媒体

《普通高中数学课程标准》明确提出了“应重视信息技术与数学课程内容的有机整合”. 因此，有条件的学校尽量使用多媒体教学，提倡多媒体辅助教学则是新课标的基本理念之一. 那种“一支粉笔一张嘴，一本课本讲到底”的教学方法再也跟不上时代了.

5. 本模块的内容、思想方法是近几年高考的重点和热点之一

6. 本模块课时安排

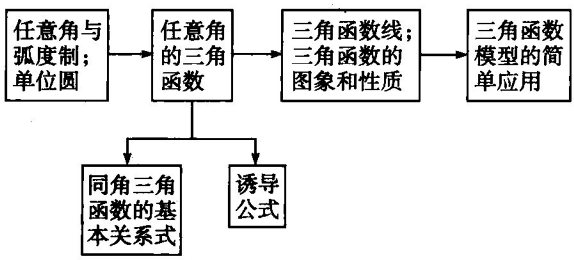
共需 36 课时，具体分配是：

第一章	三角函数	16 课时
第二章	平面向量	12 课时
第三章	三角恒等变换	8 课时

第一章　三角函数

本章教材分析

1. 本章知识结构如下：



2. 本章学习的内容主要是：三角函数的定义、图象、性质及应用. 三角函数是高中教材中的一种重要函数，与其他的函数相比，具有许多重要的特征：它以角为自变量，是周期函数. 三角函数是解决其他问题的重要工具，是高中阶段学习的最后一个基本初等函数，是深化函数性质的极好素材. 本章的认知基础主要是几何中圆的性质、相似形的有关知识，特别强调了单位圆的直观作用，借助单位圆直观地认识任意角、任意角的三角函数.

3. 本章教学的重点是三角函数的定义，同角三角函数的基本关系式，正弦函数的图象及基本性质. 难点是弧度制和图象变换的准确理解和掌握. 关键是学好三角函数定义. 从实际教学情况来看，教学中应重视学生的画图. “五点画图”虽然简单，但却易学难掌握. 在本章教学中，教师应根据学生的生活经验和已有的数学知识，通过列举熟知的实例，创设丰富的情境，使学生体会三角函数模型的意义. 教学时，可结合本章引言的章头图，让学生围绕这些问题展开讨论，通过思考，让学生知道三角函数可以刻画这些周期变化规律，从而激发学生的求知欲.

4. 三角函数的内容一直是高考的重要内容，特别是三角函数的图象和性质，及结合三角形的基础知识为背景的三角函数知识，频频在各省高考试题中出现，难度虽有降低，却是经久不衰的高考考查内容.

5. 本章教学时间约需 16 课时，具体分配如下（仅供参考）：

章次	标题	课时
1.1	任意角和弧度制	2 课时
1.2	任意角的三角函数	3 课时
1.3	三角函数的诱导公式	2 课时
1.4	三角函数的图象与性质	4 课时
1.5	函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象	2 课时
1.6	三角函数模型的简单应用	2 课时
	本章复习	1 课时

备课札记

备课札记

1.1　任意角和弧度制

1.1.1　任意角

作者：沈献宏

整体设计

教学分析

教材首先通过实际问题的展示，引发学生的认知冲突，然后通过具体例子，将初中学过的角的概念推广到任意角，在此基础上引出终边相同的角的集合的概念．这样可以使学生在已有经验(生活经验、数学学习经验)的基础上，更好地认识任意角、象限角、终边相同的角等概念．让学生体会到把角推广到任意角的必要性，引出角的概念的推广问题．本节充分结合角和平面直角坐标系的关系，建立了象限角的概念．使得任意角的讨论有一个统一的载体．教学中要特别注意这种利用几何的直观性来研究问题的方法，引导学生善于利用数形结合的思想方法来认识问题、解决问题．让学生初步学会在平面直角坐标系中讨论任意角．能熟练写出与已知角终边相同的角的集合，是本节的一个重要任务．

学生的活动过程决定着课堂教学的成败，教学中应反复挖掘“探究”栏目及“探究”的过程，在这个过程上要不惜多花些时间，让学生进行操作与思考，自然地、更好地归纳出终边相同的角的一般形式．也就自然地理解了集合 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$ 的含义．如能借助信息技术，则可以动态表现角的终边旋转的过程，更有利于学生观察角的变化与终边位置的关系，让学生在动态的过程中体会，既要知道旋转量，又要知道旋转方向，才能准确刻画角的形成过程的道理，更好地了解任意角的深刻涵义．

三维目标

1. 通过实例的展示，使学生理解角的概念推广的必要性，理解并掌握正角、负角、零角、象限角、终边相同的角的概念及表示，树立运动变化的观点，并由此深刻理解推广之后的角的概念．

2. 通过自主探究、合作学习，认识集合 S 中 k、α 的准确含义，明确终边相同的角不一定相等，终边相同的角有无限多个，它们相差 360°的整数倍．这对学生的终身发展，形成科学的世界观、价值观具有重要意义．

3. 通过类比正、负数的规定，让学生认识正角、负角并体会类比、数形结合等思想方法的运用，为今后的学习与发展打下良好的基础．

重点难点

教学重点：将 0°～360°范围的角推广到任意角，终边相同的角的集合．

教学难点：用集合来表示终边相同的角．

课时安排

1 课时

教学过程

导入新课

思路1.(情境导入)如图1,在许多学校的门口都有摆设的一些游戏机,只要指针旋转到阴影部分即可获得高额奖品.由此发问:指针怎样旋转,旋转多少度才能赢?还有我们所熟悉的体操运动员旋转的角度,自行车车轮旋转的角度,螺丝扳手的旋转角度,这些角度都怎样解释?在学生急切想知道的渴望中引入角的概念的推广.进而引入角的概念的推广的问题.

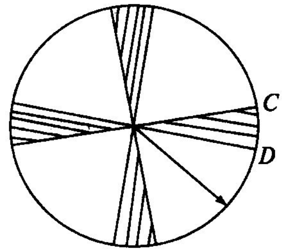


图1

思路2.(复习导入)回忆初中我们是如何定义一个角的?所学的角的范围是什么?用这些角怎样解释现实生活的一些现象,比如你原地转体一周的角度,应怎样修正角的定义才能解释这些现象?由此让学生展开讨论,进而引入角的概念的推广问题.

推进新课

新知探究

提出问题

①你的手表慢了5分钟,你将怎样把它调整准确?假如你的手表快了1.25小时,你应当怎样将它调整准确?当时间调整准确后,分针转过了多少度角?

②体操运动中有转体两周,在这个动作中,运动员转体多少度?

③请两名男生(或女生、或多名男女学生)起立,做由"面向黑板转体背向黑板"的动作.在这个过程中,他们各转体了多少度?

活动:让学生到讲台利用准备好的教具——钟表,实地演示拨表的过程.让学生站立原地做转体动作.教师强调学生观察旋转方向和旋转量,并思考怎样表示旋转方向.对回答正确的学生及时给予鼓励、表扬,对回答不准确的学生提示引导考虑问题的思路.

角可以看作是平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形,设一条射线的端点是O,它从起始位置OA按逆时针方向旋转到终止位置OB,则形成了一个角α,点O是角的顶点,射线OA、OB分别是角α的始边和终边.

我们规定:一条射线绕着它的端点按逆时针方向旋转形成的角叫做正角,按顺时针方向旋转形成的角叫做负角.钟表的时针和分针在旋转过程中所形成的角总是负角,为了简便起见,在不引起混淆的前提下,"角α"或"$\angle\alpha$"可以简记作"α".

如果一条射线没有作任何旋转,我们称它形成了一个零角,零角的始边和终边重合,如果α是零角,那么$\alpha=0°$.

讨论结果:①顺时针方向旋转了30°;逆时针方向旋转了450°.

②顺时针方向旋转了720°或逆时针方向旋转了720°.

③$-180°$或$+180°$或$-540°$或$+540°$或900°或1 080°……

提出问题

①能否以同一条射线为始边作出下列角:210°,$-45°$,$-150°$.

②如何在坐标系中作出这些角,象限角是什么意思?0°角又是什么意思?

活动:先让学生看书、思考,并讨论这些问题,教师提示、点拨,并对回答正确的学生及时表扬,对回答不准确的学生,教师提示、引导考虑问题的思路.学生作这样的角,使用一条射线作为始边,没有固定的参照,所以会作出很多形式不同的角.教师可以适时地提醒学生:如果将角放到平面直角坐标系中,问题会怎样呢?并让学生思考讨论在直角坐标系内讨论角

备课札记

备课札记

的好处:使角的讨论得到简化,还能有效地表现出角的终边"周而复始"的现象.

今后我们在坐标系中研究和讨论角,为了讨论问题的方便,我们使角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合.那么角的终边在第几象限,我们就说这个角是第几象限角.要特别强调角与直角坐标系的关系——角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合.

讨论结果:①能.

②使角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合.角的终边在第几象限,我们就说这个角是第几象限角.这样:

210°角是第三象限角;

−45°角是第四象限角;

−150°角是第三象限角.

特别地,终边落在坐标轴上的角不属于任何一个象限,比如0°角.

可以借此进一步设问:

锐角是第几象限角?钝角是第几象限角?直角是第几象限角?反之如何?

将角按照上述方法放在直角坐标系中,给定一个角,就有唯一一条终边与之对应,反之,对于直角坐标系中的任意一条射线 OB,以它为终边的角是否唯一?如果不唯一,那么终边相同的角有什么关系?

提出问题

①在直角坐标系中标出210°,−150°的角的终边,你有什么发现?它们有怎样的数量关系?328°,−32°,−392°角的终边及数量关系是怎样的?终边相同的角有什么关系?

②所有与 α 终边相同的角,连同角 α 在内,怎样用一个式子表示出来?

活动:让学生从具体问题入手,探索终边相同的角的关系,再用所准备的教具或是多媒体给学生演示象限角、终边相同的角,并及时地引导:终边相同的一系列角与0°到360°间的某一角有什么关系,从而为终边相同的角的表示作好准备.

为了使学生明确终边相同的角的表示方法,还可以用教具作一个32°角,放在直角坐标系内,使角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合,形成−32°角后提问学生这是第几象限角?是多少度角?学生对后者的回答是多种多样的.

至此,教师因势利导,予以启发,学生对问题探究的结果已经水到渠成,本节难点得以突破.同时学生也在这一学习过程中,体会到了探索的乐趣,激发起了极大的学习热情,这是比学习知识本身更重要的.

讨论结果:①210°与−150°角的终边相同;328°,−32°,−392°角的终边相同.终边相同的角相差360°的整数倍.

设 $S=\{\beta|\beta=-32°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$,则328°,−392°角都是 S 的元素,−32°角也是 S 的元素(此时 $k=0$).因此,所有与−32°角的终边相同的角,连同−32°在内,都是集合 S 的元素;反过来,集合 S 的任何一个元素显然与−32°角终边相同.

②所有与 α 终边相同的角,连同角 α 在内,可以构成一个集合 $S=\{\beta|\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$.

即任一与角 α 终边相同的角,都可以表示成 α 与整数个周角的和.

适时引导学生认识:① $k\in\mathbf{Z}$;② α 是任意角;③终边相同的角不一定相等,终边相同的角有无数多个,它们相差360°的整数倍.

应用示例

例1 在0°~360°范围内,找出与−950°12′角终边相同的角,并判定它是第几象限角.

解:−950°12′=129°48′−3×360°,所以在0°~360°的范围内,与−950°12′角终边相同的

角是 $129°48'$，它是第二象限的角.

点评：教师可引导学生先估计 $-950°12'$ 大致是 $360°$ 的几倍，然后再具体求解.

例2 写出终边在 y 轴上的角的集合.

活动：终边落在 y 轴上，应分 y 轴的正方向与 y 轴的负方向两个.

学生很容易分别写出所有与 $90°$，$270°$ 的终边相同的角构成的集合，这时应启发引导学生进一步思考：能否化简这两个式子，用一个式子表示出来.

让学生观察、讨论、思考，并逐渐形成共识，教师再规范地板书出来. 并强调数学的简捷性. 在数学表达式子不唯一的情况下，注意采用简约的形式.

解：在 $0°\sim360°$ 范围内，终边在 y 轴上的角有两个，即 $90°$ 和 $270°$ 角，如图 2.

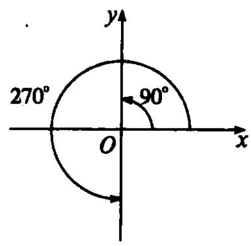


图 2

因此，所有与 $90°$ 角的终边相同的角构成集合

$S_1=\{\beta|\beta=90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

而所有与 $270°$ 角的终边相同的角构成集合

$S_2=\{\beta|\beta=270°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

于是，终边在 y 轴上的角的集合

$S=S_1\cup S_2$

$=\{\beta|\beta=90°+2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\beta|\beta=90°+180°+2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\beta|\beta=90°+2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\beta|\beta=90°+(2k+1)\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\beta|\beta=90°+n\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}$.

点评：本例是让学生理解终边在坐标轴上的角的表示. 教学中，应引导学生体会用集合表示终边相同的角时，表示方法不唯一，要注意采用简约的形式.

变式训练

①写出终边在 x 轴上的角的集合.

②写出终边在坐标轴上的角的集合.

答案：①$S=\{\beta|\beta=(2n+1)\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}$.

②$S=\{\beta|\beta=n\cdot90°,n\in\mathbf{Z}\}$.

例3 写出终边在直线 $y=x$ 上的角的集合 S，并把 S 中适合不等式 $-360°\leqslant\beta<720°$ 的元素 β 写出来.

解：如图 3，在直角坐标系中画出直线 $y=x$，可以发现它与 x 轴夹角是 $45°$，在 $0°\sim360°$ 范围内，终边在直线 $y=x$ 上的角有两个：$45°$ 和 $225°$，因此，终边在直线 $y=x$ 上的角的集合

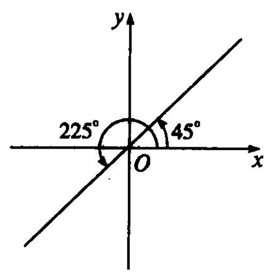


图 3

$S=\{\beta|\beta=45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\beta|\beta=225°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\beta|\beta=45°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

S 中适合 $-360°\leqslant\beta<720°$ 的元素是：

$45°-2\times180°=-315°$,

$45°-1\times180°=-135°$,

$45°+0\times180°=45°$,

$45°+1\times180°=225°$,

$45°+2\times180°=405°$,

$45°+3\times180°=585°$.

点评：本例是让学生表示终边在已知直线上的角，并找出某一范围的所有的角，即按一定顺序取 k 的值，应训练学生掌握这一方法.

例4 写出在下列象限的角的集合：

备课札记

备课札记

①第一象限；　　②第二象限；

③第三象限；　　④第四象限.

活动：本题关键是写出第一象限的角的集合，其他象限的角的集合依此类推即可，如果学生阅读例题后没有解题思路，或者把①中的范围写成$0°\sim 90°$，可引导学生分析$360°\sim 450°$范围的角是不是第一象限的角呢？进而引导学生写出所有终边相同的角.

解：①终边在第一象限的角的集合：$\{\beta|n\cdot 360°<\beta<n\cdot 360°+90°,n\in \mathbf{Z}\}$.

②终边在第二象限的角的集合：$\{\beta|n\cdot 360°+90°<\beta<n\cdot 360°+180°,n\in \mathbf{Z}\}$.

③终边在第三象限的角的集合：$\{\beta|n\cdot 360°+180°<\beta<n\cdot 360°+270°,n\in \mathbf{Z}\}$.

④终边在第四象限的角的集合：$\{\beta|n\cdot 360°+270°<\beta<n\cdot 360°+360°,n\in \mathbf{Z}\}$.

点评：教师给出以上解答后可进一步提问：以上的解答形式是唯一的吗？充分让学生思考、讨论后形成共识，并进一步深刻理解终边相同的角的意义.

知能训练

课本本节练习.

解答：**1.** 锐角是第一象限角，第一象限角不一定是锐角；

直角不属于任何一个象限，不属于任何一个象限的角不一定是直角；

钝角是第二象限角，但是第二象限角不一定是钝角.

点评：要深刻认识锐角、直角、钝角和象限角的区别与联系，并理解记忆. 为弄清概念的本质属性，还可以再进一步启发设问：

锐角一定小于90°吗？小于90°的角一定是锐角吗？

钝角一定大于90°吗？大于90°的角一定是钝角吗？

答案当然是不一定.

让学生展开讨论，在争论中，将对问题的认识进一步升华，并牢牢地记忆这些基础知识.

2. 三、三、五.

点评：本题的目的是将终边相同的角的符号表示应用到其他周期性问题上. 题目联系实际，把教科书中除数360换成每个星期的天数7，利用了"同余"来确定$7k$天后、$7k$天前也是星期三，这样的练习难度不大，可以口答.

3. (1)第一象限角.

(2)第四象限角.

(3)第二象限角.

(4)第三象限角.

点评：能作出给定的角，并判断是第几象限的角.

4. (1)$305°42'$，第四象限角.

(2)$35°8'$，第一象限角.

(3)$249°30'$，第三象限角.

点评：能在给定的范围内找出与指定角终边相同的角，并判断是第几象限的角.

5. (1)$\{\beta|\beta=1\ 303°18'+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$，$-496°42'$，$-136°42'$，$223°18'$.

(2)$\{\beta|\beta=-225°+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$，$-585°$，$-225°$，$135°$.

点评：用集合表示法和符号语言写出与指定角终边相同的角的集合，并在给定的范围内找出与指定的角的终边相同的角.

课堂小结

以提问的方式与学生一起回顾本节所学内容并简要总结：

让学生自己回忆：本节课都学习了哪些新知识？你是怎样获得这些新知识的？你从本节课上都学到了哪些数学方法？让学生自己得到以下结论：

本节课推广了角的概念，学习了正角、负角、零角的定义，象限角的概念以及终边相同的角的表示方法，零角是射线没有作任何旋转．一个角是第几象限的角，关键是看这个角的终边落在第几象限，终边相同的角的表示有两方面的内容：(1)与角 α 终边相同的角，这些角的集合为 $S=\{\beta|\beta=k\cdot 360^\circ+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$；(2)在 $0^\circ\sim360^\circ$ 内找与已知角终边相同的角 α，其方法是用所给的角除以 360°，所得的商为 k，余数为 α(α 必须是正数)，α 即为所找的角．

数形结合思想、运动变化观点都是学习本课内容的重要思想方法．

作业

①课本习题 1.1　A 组 1、3、5．

②预习下一节：弧度制．

设计感想

1. 本节课设计的容量较大，学生的活动量也较大，若用信息技术辅助教学效果会很好．教师可充分利用多媒体做好课件，在课堂上演示给学生；有条件的学校，可以让学生利用计算机或计算器进行探究，让学生在动态中掌握知识、提炼方法．

2. 本节设计的指导思想是加强直观．利用几何直观有利于对抽象概念的理解．在学生得出象限角的概念后，可以充分让学生讨论在直角坐标系中研究角的好处．前瞻性地引导学生体会：在直角坐标系中角的“周而复始”的变化规律，为研究三角函数的周期性奠定基础．

3. 几点说明：

(1)列举不在 $0^\circ\sim360^\circ$ 的角时，应注意所有的角在同一个平面内，且终边在旋转的过程中，角的顶点不动．

(2)在研究终边相同的两个角的关系时，k 的正确取值是关键，应让学生独立思考领悟．

(3)在写出终边相同的角的集合时，可根据具体问题，对相应的集合内容进行复习．

备课资料

备用习题

1. 若角 α 与 β 终边相同，则一定有 …………………………………………………（　　）

A. $\alpha+\beta=180^\circ$　　B. $\alpha+\beta=0^\circ$

C. $\alpha-\beta=k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$　　D. $\alpha+\beta=k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$

2. 集合 $A=\{\alpha|\alpha=k\cdot90^\circ-36^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{\beta|-180^\circ<\beta<180^\circ\}$，则 $A\cap B$ 等于（　　）

A. $\{-36^\circ,54^\circ\}$　　B. $\{-126^\circ,144^\circ\}$

C. $\{-126^\circ,-36^\circ,54^\circ,144^\circ\}$　　D. $\{-126^\circ,54^\circ\}$

3. 在直角坐标系中，若角 α 与角 β 的终边互相垂直，则角 α 与角 β 的关系是 …（　　）

A. $\beta=\alpha+90^\circ$　　B. $\beta=\alpha\pm90^\circ$

C. $\beta=\alpha+90^\circ+k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$　　D. $\beta=\alpha\pm90^\circ+k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$

4. 集合 $Z=\{x|x=(2n+1)\cdot180^\circ,n\in\mathbf{Z}\}$，$Y=\{x|x=(4k\pm1)\cdot180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$之间的关系是 ………………………………………………………………（　　）

A. $Z\subsetneqq Y$　　B. $Z\supsetneqq Y$

C. $Z=Y$　　D. Z 与 Y 之间的关系不确定

5. 已知角 θ 的终边与 168° 角的终边相同，则在 $(0^\circ,360^\circ)$ 范围内终边与 $\frac{\theta}{3}$ 角的终边相同的角是__________.

备课札记

备课札记

6. 若集合 $A=\{\alpha|k\cdot180°+30°<\alpha<k\cdot180°+90°, k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{\beta|k\cdot360°+315°<\beta<k\cdot360°+405°, k\in\mathbf{Z}\}$，求 $A\cap B$.

7. 写出终边在四个象限角平分线上的角的集合.

参考答案:

1. C　2. C

3. 答案：D

点拨：将角的终边按逆(或顺)时针旋转 90°后，知 $\alpha\pm90°$ 与角 β 的终边重合.

4. 答案：C

点拨：先分别将 n 和 k 赋以不同的整数值，找出角 x 的终边，然后再比较.

5. 答案：56°，176°，296°

点拨：根据已知条件有 $\theta=k\cdot360°+168°, k\in\mathbf{Z}$，$\frac{\theta}{3}=k\cdot120°+56°, k\in\mathbf{Z}$. 又 $0<k\cdot120°+56°<360°$，满足条件的 k 为 0，1，2.

6. 解：$B=\{\beta|k\cdot360°-45°<\beta<k\cdot360°+45°, k\in\mathbf{Z}\}$.

采用数形结合法，在直角坐标系内，分别寻找集合 A 和集合 B 中的角的终边所在的区域，终边在这两个区域的公共部分内的角的集合就是 $A\cap B$，可以求得

$A\cap B=\{x|30°+k\cdot360°<x<45°+k\cdot360°, k\in\mathbf{Z}\}$.

7. 解：终边在四个象限角平分线上的角的集合为

$\{\beta|\beta=n\cdot90°-45°, n\in\mathbf{Z}\}$.

1.1.2　弧度制

作者：房增凤

整体设计

教学分析

在物理学和日常生活中，一个量常常需要用不同的方法进行度量，不同的度量方法可以满足我们不同的需要. 现实生活中有许多计量单位，如度量长度可以用米、厘米、尺、码等不同的单位制，度量重量可以用千克、斤、吨、磅等不同的单位制，度量角的大小可以用度为单位进行度量，并且一度的角等于周角的 $\frac{1}{360}$，记作 1°.

通过类比引出弧度制，给出 1 弧度的定义，然后通过探究得到弧度数的绝对值公式，并得出角度和弧度的换算方法. 在此基础上，通过具体的例子，巩固所学概念和公式，进一步认识引入弧度制的必要性. 这样可以尽量自然地引入弧度制，并让学生在探究过程中，更好地形成弧度的概念，建立角的集合与实数集的一一对应，为学习任意角的三角函数奠定基础.

通过探究讨论，关键弄清 1 弧度角的定义，使学生建立弧度的概念，理解弧度制的定义，达到突破难点的目的. 通过电教手段的直观性，使学生进一步理解弧度作为角的度量单位的可靠性、可行性. 通过周角的两种单位制的度量，得到角度与弧度的换算公式. 使学生认识到角度制、弧度制都是度量角的制度，二者虽单位不同，但却是互相联系、辩证统一的. 进一步加强对辩证统一思想的理解，渗透数学中普遍存在、相互联系、相互转化的观点.

三维目标

1. 通过类比长度、重量的不同度量制，使学生体会一个量可以用不同的单位制来度量，