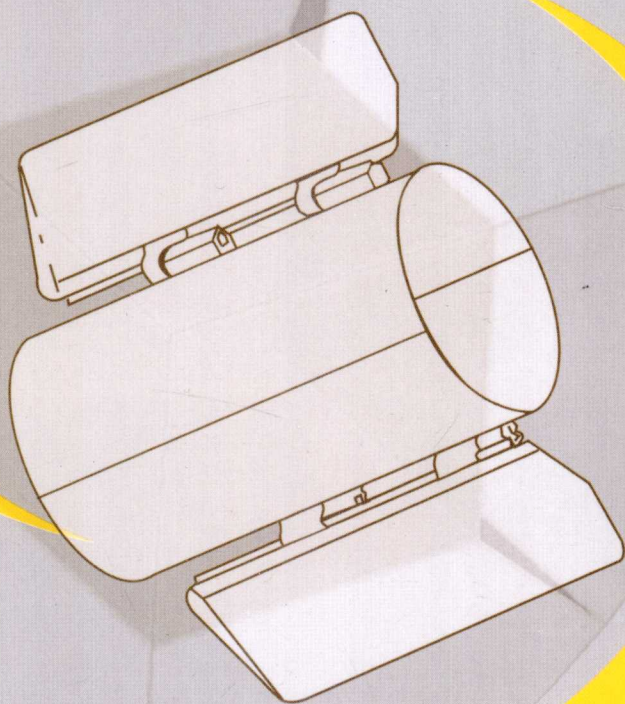


有限元方法与工程应用

田晓丽 陈国光 辛长范 著



兵器工业出版社

有限元方法与工程应用

田晓丽 陈国光 辛长范 著

兵器工业出版社

内 容 简 介

本书主要讲述了一种工程数值分析方法——有限元法。书中内容主要包括:有限元法基础理论、有限元法常用分析软件、有限元法工程应用三大部分。书中还介绍了作者几年来在工作过程中的部分研究成果以及有限元方法在科学与工程中的应用。

本书可作为高等院校计算数学、应用数学、应用力学、应用物理学专业本科生和工科硕士研究生的教材,对相关专业的科研工作者亦具有一定参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

有限元方法与工程应用/田晓丽,陈国光,辛长范著.
北京:兵器工业出版社,2009.12
ISBN 978-7-80248-383-5

I. 有… II. ①田…②陈…③辛… III. 有限元法
IV. 0241.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第127286号

出版发行:兵器工业出版社
发行电话:010-68962596, 68962591
邮 编:100089
社 址:北京市海淀区车道沟10号
经 销:各地新华书店
印 刷:北京登峰印刷厂
版 次:2009年12月第1版第1次印刷
印 数:1—550

责任编辑:刘燕丽
封面设计:李 晖
责任校对:郭 芳
责任印制:赵春云
开 本:787×1092 1/16
印 张:13.75
字 数:329千字
定 价:28.00元

(版权所有 翻印必究 印装有误 负责调换)

目 录

第一篇 有限元法基础理论

第1章 弹性力学简介	(3)
1.1 弹性力学中基本物理量的定义	(3)
1.1.1 外力	(3)
1.1.2 应力	(4)
1.1.3 应变	(5)
1.1.4 位移	(6)
1.2 两种平面问题	(6)
1.2.1 平面应力问题	(6)
1.2.2 平面应变问题	(7)
1.3 平面问题的基本方程	(8)
1.3.1 平衡微分方程	(8)
1.3.2 几何方程	(8)
1.3.3 物理方程	(8)
1.4 基本方程式的综合与矩阵表示	(9)
1.5 边界条件	(11)
1.5.1 位移边界条件	(11)
1.5.2 应力边界条件	(12)
第2章 有限元法的基本概念	(13)
2.1 有限元法的产生及应用	(13)
2.2 有限元法采用的变分原理	(14)
2.3 单元与离散化模型	(14)
2.3.1 一维单元	(14)
2.3.2 二维单元	(15)
2.3.3 三维单元	(15)
2.4 刚度矩阵和柔度矩阵	(16)
2.5 有限元法的解题思路及特点	(18)

第3章 一维问题有限元法	(20)
3.1 杆单元	(20)
3.2 连接二杆结构的有限元分析	(20)
3.3 总刚矩阵的特点	(24)
3.3.1 有限元法的分析步骤	(24)
3.3.2 总刚矩阵的特点	(25)
第4章 二维问题有限元法	(27)
4.1 概述	(27)
4.2 虚功原理	(29)
4.2.1 虚位移概念	(29)
4.2.2 虚功和实功	(29)
4.2.3 外力虚功和虚应变能	(29)
4.2.4 虚功原理	(30)
4.3 基本方程的推导	(30)
4.3.1 位移函数(单元位移场)及解答的收敛性	(30)
4.3.2 应力与应变	(33)
4.3.3 节点力与节点位移、载荷的关系	(34)
4.3.4 建立以节点位移为未知数的线性方程组	(37)
4.4 形函数的性质和面积坐标	(39)
4.4.1 形函数的性质	(39)
4.4.2 面积坐标	(40)
4.5 轴对称问题	(41)
4.5.1 轴对称问题概述	(41)
4.5.2 轴对称结构单元划分及位移函数	(43)
4.5.3 应力应变与节点位移的关系	(44)
第5章 插值函数和等参数单元	(46)
5.1 单元分析概述	(46)
5.2 插值函数	(47)
5.3 边点族单元形函数的表达式	(50)
5.3.1 平面单元族的形函数表达式	(51)
5.3.2 三维立体单元形函数表达式	(53)
5.4 四节点四边形等参数单元	(54)

第二篇 有限元法常用分析软件

第1章 有限元法分析软件介绍	(59)
1.1 有限元法分析软件概述	(59)
1.2 有限元软件的选择依据	(60)
1.3 ANSYS 软件主要功能	(60)
1.4 LS-DYNA 软件的主要特点及应用	(61)
1.5 HyperWorks 软件功能	(63)
1.5.1 HyperWorks 软件的主要模块	(63)
1.5.2 HyperWorks 软件的优化工具	(64)
第2章 ANSYS 软件应用基础	(65)
2.1 ANSYS 软件使用的几个问题	(65)
2.1.1 ANSYS 软件启动与退出	(65)
2.1.2 ANSYS 菜单结构	(66)
2.1.3 ANSYS 软件求解步骤	(67)
2.1.4 执行分析前的准备工作	(68)
2.1.5 ANSYS 软件单位制	(70)
2.2 定义单元属性	(70)
2.2.1 定义单元类型	(70)
2.2.2 定义单元实常数	(71)
2.2.3 定义材料特性	(71)
2.3 建立实体模型	(73)
2.3.1 两种实体模型构建方法	(73)
2.3.2 坐标系和工作平面	(74)
2.3.3 基本图元创建方法	(76)
2.3.4 常用图形操作工具	(78)
2.3.5 图元的选择与显示	(81)
2.4 实体模型导入 ANSYS 的方法	(82)
2.5 布尔运算及操作	(85)
2.5.1 布尔运算	(85)
2.5.2 布尔运算失败时采取的措施	(88)
2.6 网格划分工具	(89)
2.6.1 单元属性控制	(89)
2.6.2 智能网格划分控制	(91)
2.6.3 单元尺寸控制	(91)

2.6.4	单元形状控制	(91)
2.6.5	网格类型控制	(92)
2.6.6	网格划分及清除	(93)
2.6.7	网格局部细化	(93)
2.6.8	网格拖拉与扫掠	(94)
2.7	加载及求解	(96)
2.7.1	载荷的种类	(96)
2.7.2	施加载荷的方法	(97)
2.7.3	求解	(98)
2.8	后处理	(99)
2.8.1	通用后处理器(POST1)	(100)
2.8.2	时间历程后处理器(POST26)	(102)
2.9	ANSYS 实例——角支架结构静力分析	(104)
2.9.1	问题描述	(104)
2.9.2	角支架结构静力分析具体步骤	(104)
第 3 章	ANSYS/LS - DYNA 软件应用基础	(113)
3.1	ANSYS/LS - DYNA 软件的求解步骤	(113)
3.2	单元类型及选择	(114)
3.3	材料模型及状态方程	(115)
3.3.1	材料模型及定义	(115)
3.3.2	状态方程	(116)
3.4	PART 的概念及使用	(116)
3.5	接触算法	(117)
3.5.1	目标面与接触面的概念	(117)
3.5.2	接触算法及类型	(117)
3.5.3	接触的定义	(118)
3.6	加载、求解及控制	(120)
3.6.1	数组的定义	(120)
3.6.2	施加约束	(121)
3.6.3	施加载荷	(122)
3.6.4	初始条件	(123)
3.6.5	求解控制及选项	(124)
3.7	结果后处理	(126)
3.8	修改关键字	(126)
第 4 章	LS - PREPOST 后处理软件应用	(128)
4.1	LS - PREPOST 后处理概述	(128)

4.2 LS - PREPOST 后处理主要菜单及功能.....	(129)
----------------------------------	-------

第三篇 有限元法工程应用

第1章 火箭弹稳定装置静力分析	(139)
-----------------------	-------

1.1 问题描述	(139)
1.2 计算条件及要求	(139)
1.3 火箭弹稳定装置分析求解步骤	(139)
1.3.1 ANSYS 分析前准备工作	(139)
1.3.2 导入 CAD 创建的实体模型	(140)
1.3.3 定义单元属性	(141)
1.3.4 划分自由网格	(142)
1.3.5 施加约束和载荷	(142)
1.3.6 求解	(144)
1.3.7 查看分析结果	(144)
1.3.8 退出 ANSYS	(146)

第2章 火箭弹模态分析	(147)
-------------------	-------

2.1 问题描述	(147)
2.2 计算条件及要求	(147)
2.3 火箭弹模态分析求解步骤	(148)
2.3.1 分析前准备工作	(148)
2.3.2 建立实体模型	(148)
2.3.3 定义单元属性	(148)
2.3.4 划分自由网格	(150)
2.3.5 求解设置模态	(150)
2.3.6 求解	(152)
2.3.7 查看分析结果	(152)
2.3.8 退出 ANSYS	(154)

第3章 铜弹冲击刚性壁非线性分析	(155)
------------------------	-------

3.1 问题描述	(155)
3.2 铜弹冲击刚性壁求解步骤	(155)
3.2.1 定义工作文件名及工作标题	(155)
3.2.2 定义单元属性	(156)
3.2.3 生成有限元模型	(156)
3.2.4 定义分析类型和选项	(158)

3.2.5	施加载荷并求解	(159)
3.2.6	检查计算结果	(161)
3.2.7	退出 ANSYS	(165)
第4章	高速弹丸侵彻混凝土靶板	(166)
4.1	问题描述	(166)
4.2	高速弹丸侵彻混凝土靶板求解步骤	(166)
4.2.1	设置工作目录和工作文件	(166)
4.2.2	定义单元属性	(166)
4.2.3	创建弹丸和混凝土靶板实体模型	(167)
4.2.4	划分网格	(169)
4.2.5	创建 PART 定义接触及算法	(171)
4.2.6	定义对称面约束和边界约束	(171)
4.2.7	设置分析求解选项	(172)
4.2.8	编辑修改 K 文件	(173)
4.2.9	求解	(173)
4.2.10	观察混凝土靶板的开坑和层裂	(174)
4.2.11	退出 ANSYS	(174)
第5章	装药爆炸对钢板的破坏效应	(180)
5.1	问题描述	(180)
5.2	装药爆炸对钢板的破坏效应求解步骤	(181)
5.2.1	设置工作目录和工作文件	(181)
5.2.2	定义单元属性	(181)
5.2.3	创建实体模型	(182)
5.2.4	划分映射网格	(183)
5.2.5	创建 PART	(183)
5.2.6	定义对称约束和厚度方向约束	(184)
5.2.7	定义 PART 组	(184)
5.2.8	设置求解分析相关选项	(185)
5.2.9	编辑修改 K 文件	(187)
5.2.10	求解	(188)
5.2.11	查看结果	(188)
5.2.12	退出 ANSYS	(189)
第6章	爆炸成型弹丸形成过程	(195)
6.1	问题描述	(195)
6.2	爆炸成型弹丸形成过程求解步骤	(195)

6.2.1	设置工作目录和工作文件名	(195)
6.2.2	定义单元属性	(195)
6.2.3	创建实体模型	(196)
6.2.4	划分映射网格	(197)
6.2.5	创建 PART	(199)
6.2.6	移动药型罩面	(200)
6.2.7	设定分析求解选项	(200)
6.2.8	编辑修改 K 文件	(201)
6.2.9	求解	(201)
6.2.10	查看结果	(201)
6.2.11	退出 ANSYS	(204)
参考文献		(208)

第一篇 有限元法基础理论

-  第 1 章 弹性力学简介
-  第 2 章 有限元法的基本概念
-  第 3 章 一维问题有限元法
-  第 4 章 二维问题有限元法
-  第 5 章 插值函数和等参数单元

第 1 章 弹性力学简介

弹性力学是有限元法的理论基础。用有限元法求解弹性力学问题，虽然并不需要掌握弹性力学中很多的理论，但须了解其中的某些概念和基本方程。为此，本章简略介绍这些概念和方程，作为介绍弹性力学有限元法的导引。

1.1 弹性力学中基本物理量的定义

1.1.1 外力

作用于物体上的外力通常分为两类：体积力和表面力。本书中均采用右手正交坐标系定义弹性力学的基本物理量。

体积力指分布在物体全部体积内的力，它作用于物体内部的每一个质点。例如重力和磁力等，一般情形下，物体内部各点所受到的体积力是不相同的，它是各点位置坐标的函数。

设弹性体内部有一点 P ，如图 1-1 所示，取一包含 P 点的微元体，其体积为 ΔV ，假定作用于该微元体上的体积力为 $\Delta \vec{Q}$ ，它是一个向量，我们规定极限：

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{Q}}{\Delta V} = \frac{d\vec{Q}}{dV} = \vec{F}_n \quad (1-1)$$

为物体在 P 点所受到的单位体积力，称为体积力集度，它也是一向量，简称体积力或体力。通常用坐标系中的三个分量来表示，体力在直角坐标系中记为 X 、 Y 、 Z ，分别表示 $\vec{F}$ 在坐标轴 x 、 y 、 z 上的投影。

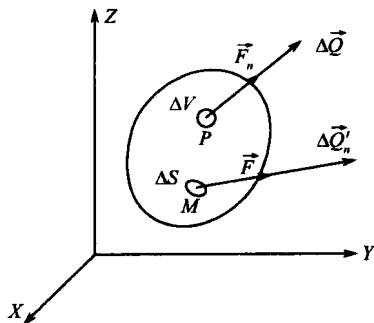


图 1-1 体积力和面积力的定义

体积力的方向规定与坐标轴正方向一致者为正，相反者为负。

体积力的量纲为 [力] [长度]⁻³。

面积力指分布在物体表面的力，如与该物体相接触的气体、液体或固体的压力等。一般情形下，物体表面上各点所受到的表面力是不相同的，它是表面上各点位置坐标的函数。

设弹性体表面有一点 M ，如图 1-1 所示，取一包含 M 点的表面微元，其面积为 ΔS ，假定在该微元面上作用的面力为 $\Delta \vec{Q}'_n$ ，设面力在微元上连续分布，我们规定极限：

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{Q}'_n}{\Delta S} = \frac{d\vec{Q}'_n}{dS} = \vec{F}'_n \quad (1-2)$$

为物体在表面 M 点所受到的表面力，称为表面力集度，它也是一向量，简称表面力或面力。通常用坐标系中的三个分量来表示，面力在直角坐标系中记为 $\tilde{X}$ 、 $\tilde{Y}$ 、 $\tilde{Z}$ ，分别表示 $\vec{F}'_n$ 在坐标轴 x 、 y 、 z 上的投影。记号中的下标 n 表示表面在 M 点的外法线方向。

面力的方向规定与坐标轴正方向一致者为正，相反者为负。

面力的量纲为[力][长度] $^{-2}$ 。

1.1.2 应力

弹性体受外力作用以后，其内部将产生抵抗变形的内力。为了描述弹性体内某一点 P 的应力，取一包含 P 点的微小平行六面体 $PABC$ ，它的六个面垂直于各坐标轴，如图 1-2 所示。

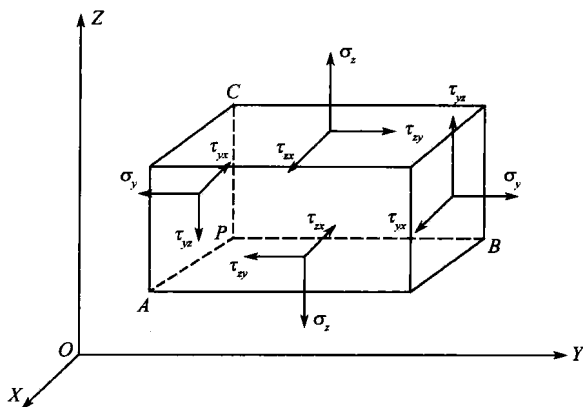


图 1-2 正应力和剪应力的定义

正应力用字母 σ 表示。为了表明这个正应力的作用面和作用方向，加上一个下标，例如正应力 σ_x 是作用在垂直于 x 轴的面上同时也沿着 x 轴方向作用的。剪应力用字母 τ 表示，并加上两个下标，前一个下标表明作用面垂直于哪一个坐标轴，后一个下标表明作用方向沿着哪一个坐标轴。例如，剪应力 τ_{xy} 是作用在垂直于 x 轴的面上而沿着 y 轴方向作用的。

如果某一个面的外法线是沿着坐标轴的正方向，这个面上的应力就以坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。相反，如果某一个面的外法线是沿着坐标轴的负方向，这个面上的应力就以坐标轴负方向为正，沿坐标轴正方向为负。图 1-2 中所示的应力全都是正的。

六个剪应力并不是互不相关，而是两两相等的。即：

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (1-3)$$

这通常称为剪应力互等定律：作用在两个互相垂直的面上并且垂直于该两面交线的剪

应力是互等的（大小相等，正负号也相同）。

根据剪应力互等定律，在三个相互垂直面上应力向量的九个分量只有六个是不相同的，它们组成一个二阶对称的张量，可以用矩阵来表示。记为：

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

考虑到剪应力互等定律，还可用一列阵表示应力向量：

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx}]^T \quad (1-5)$$

应力的量纲为[力][长度]⁻²。

1.1.3 应变

在外力作用下的物体，其内部的每一部分都要发生变形，若考察物体内部某点 P 的变形情况，只需研究通过该点微元线素长度的变化和两条微元线素所夹角度的变化。设过 P 点某一微元线素长度为 Δl ，其变形后长度为 $\Delta l'$ ，我们规定极限：

$$\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta l' - \Delta l}{\Delta l} = \frac{dl' - dl}{dl} = \varepsilon_l \quad (1-6)$$

为 P 点在 l 方向的正应变。正应变表示单位长度线素的伸长或缩短，如图 1-3(a) 所示。设 dl_s 和 dl_r 为过点 P 的两条相互垂直的微元线素，我们定义变形后该二线所夹角度的改变（以弧度计）为剪应变，记为 γ_{rs} 或 γ_{sr} ，它由两部分组成，一是方向线素 s 向 r 方向的转角 α_{rs} ；另一个是方向线素 r 向 s 方向的转角 α_{sr} ，如图 1-3(b) 所示。规定 P 点的剪应变为：

$$\gamma_{rs} = \gamma_{sr} = \alpha_{rs} + \alpha_{sr} \quad (1-7)$$

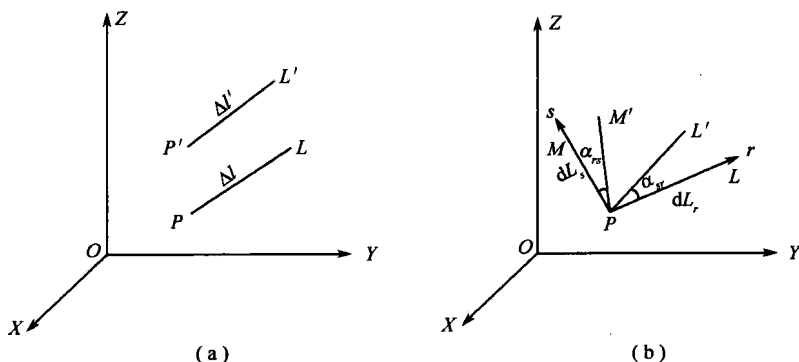


图 1-3 应变

(a) 正应变的定义；(b) 剪应变的定义

正应变方向规定以伸长为正, 缩短为负; 剪应变方向规定以直角的减小为正, 增加为负。

若过 P 点取三条与坐标轴方向一致的微元线素 dx 、 dy 、 dz , 显然可定义出三个正应变 ε_x 、 ε_y 、 ε_z 和三对两两相等的剪应变:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx}, \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zy}, \quad \gamma_{zx} = \gamma_{xz} \quad (1-8)$$

这九个应变分量中, 独立的只有六个, 它们组成一个对称的二阶应变张量, 记为:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

式 (1-9) 称为应变张量矩阵。

应变为无量纲的量。

1.1.4 位移

物体内部每一点在受力变形过程中, 都要发生位置的变化, 称为位移。它是一个向量, 用 f 表示, 在三个坐标轴方向的分量记为 u 、 v 、 w 。一个微元体的位置变化, 由两部分组成: 其一是周围介质位移使它产生的刚性位移; 其二是本身变形产生的位移。其后者与应变有着确定的几何关系。

位移的量纲是 [长度]。

1.2 两种平面问题

弹性力学问题, 在一般情况下都是空间问题, 即已知的几何参数和载荷以及未知的应力应变均是三个坐标参数 x 、 y 、 z 的函数。但是如果考虑的弹性体具有特殊形状, 并且承受的是特殊外力, 就有可能将空间问题简化为近似的平面问题, 而不必考虑某些位移分量、应变分量或应力分量, 从而大大减少了分析和计算工作, 同时也可保证一定工程精度。

1.2.1 平面应力问题

设有很薄的均匀薄板, 如图 1-4 所示。只在板边上受有平行于板面并且不沿厚度变化的面力, 同时, 体力也平行于板面并且不沿厚度变化。

设薄板的厚度为 t , 以薄板的中面为 xy 面, 建立如图 1-4 所示的坐标系。由于板面不受力, 所以有:

$$(\sigma_z)_{z=\pm t/2} = 0 \quad (\tau_{yz})_{z=\pm t/2} = 0 \quad (\tau_{zx})_{z=\pm t/2} = 0 \quad (1-10)$$

又因为板很薄, 外力不沿厚度变化, 所以, 可认为在整个薄板的所有各点都有:

$$\sigma_z = 0 \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0 \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = 0 \quad (1-11)$$

这样就只剩下平行于 xy 面的三个应力分量, 即 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} , 这种问题就称为平面应力问

题,它们均与 z 无关,只是 x,y 的函数。应力矩阵表示简化成为:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1-12)$$

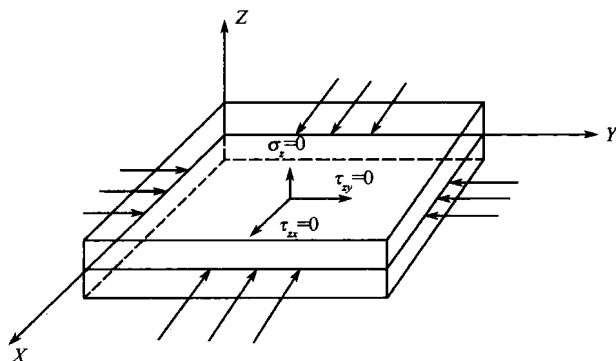


图 1-4 平面应力问题

实际工程中可简化为平面应力问题的例子很多,如工程中的梁墙、链条的平面链环等。

1.2.2 平面应变问题

设有无限长的柱形体,它的横截面如图 1-5 所示,在柱面上受有平行于横截面而且沿长度变化的面力,同时,体力也平行于横截面而且沿长度变化。

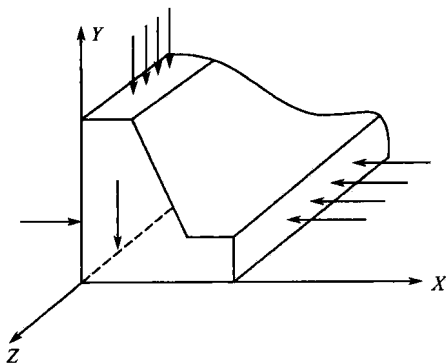


图 1-5 平面应变问题

以任一横截面为 xy 面,任一纵线为 z 轴,则所有一切位移分量、应变和应力分量都不沿 z 方向变化,它们都只是 x 和 y 的函数。此外,在这一情况下,由于对称性,所有各点只有 x 和 y 方向的位移而不会有 z 方向的位移,即: $w=0$,因此与直接有关系的 ϵ_z 也因 z 方向的线素不伸长而为零,即有:

$$\epsilon_z = 0 \quad \gamma_{yz} = \gamma_{xy} = 0 \quad \gamma_{zx} = \gamma_{xz} = 0 \quad (1-13)$$

这样,就只剩下三个应变分量,即 ϵ_x 、 ϵ_y 、 γ_{xy} ,这种问题称为平面位移问题,但在