数学思想史·数学方法论·数学教学论 研究生教材

数学思想方法

——创新与应用能力的培养

SHUXUE SIXIANG FANGFA

CHUANGXIN YU YINGYONGNENGLI DE PEIYANG

吴炯圻 林培榕 编著

（第二版）

厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

数学思想史·数学方法论·数学教学论 研究生教材

数学思想方法

——创新与应用能力的培养

（第二版）

厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学思想方法:创新与应用能力的培养/吴炯圻,林培榕编著.—2版.—厦门:厦门大学出版社,2009.8
ISBN 978-7-5615-1755-0

Ⅰ.数… Ⅱ.①吴…②林… Ⅲ.数学-思想方法 Ⅳ.O1-0

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第095718号

厦门大学出版社出版发行
(地址:厦门市软件园二期望海路39号 邮编:361008)
http://www.xmupress.com
xmup@public.xm.fj.cn
南平市武夷美彩印中心印刷
2009年8月第2版 2009年8月第1次印刷
开本:787×960 1/16 印张:28.75
插页:2 字数:523千字
定价:35.00元

内容简介

本书为适应创新精神与应用能力培养的需要而编写.全书分为三篇共十三章.第一篇是数学史和古今数学思想概述,首先以“数学是什么”这样一个浅显而深奥的问题为切入点,简要介绍徐利治教授提出的数学新定义,然后介绍数学史上重大事件及其间思想方法的作用,同时注意反映主要数学分支近期的发展和新的数学思想,还给出了当代世界著名数学家对21世纪数学发展趋势的展望.第二篇较系统地介绍主要的数学思想和基本的数学方法,其间特别把数学应用的基本方法列为一章.第三篇简要叙述数学思想的教育与数学能力培养,这对于现在的和未来的中学教师都是需要的.

本书信息量大、时代感强、适应面广,可作为高等院校数学专业研究生、本科生的教材或参考书,也适用于中学教师的培训及有意了解这方面知识的人士阅读.

序 言

在新世纪，全世界的科学家们对科学技术的发展充满信心，对数学的作用寄以很大的期望.因为当代的高新技术，无论是令人鼓舞和惊叹的生物遗传工程，或是日新月异不断更新换代的计算机科学，都对数学提出了有待解决的问题，为数学的新思想、新方法和新理论的诞生提供了崭新的客观背景和广阔的应用前景.各国有识之士纷纷断言，在未来的国际竞争中，数学将发挥其重要的作用.

因此，20 世纪 80 年代以来，许多国家的数学家、教育家都把改革数学教育，提高全民的数学素质摆到十分重要的地位.在 90 年代，我国国内的教育改革也有很大进展.

近年来，漳州师院数学系的教师在教学改革中勇于探索，采用多种措施来提高学生的综合素质.他们的实践经验表明：教师重视数学思想教育，发挥数学思想方法在教学中的作用，确实是培养学生创新精神与应用能力的一个重要途径.这一经验不仅适用于高校数学专业的师生，而且适用于非数学专业的师生，此外还可供中学师生借鉴.

《数学思想方法——创新与应用能力的培养》一书是漳州师院吴炯圻教授和林培榕老师依据亲身的教改实践，在对有关资料进行认真加工整理、不断修改和充实的基础上编著而成的.全书信息量大，时代感强，颇有特色，其中不少论点具有创新性.相信该书的出版，能有益于读者从数学的历史、现状与未来，从方法论和教育学等多个角度了解数学的思想方法，从而提高科学素质.

林群

2001 年 4 月 6 日于厦门大学

第二版前言

本书第一版自2001年6月问世以来，得到广大读者的厚爱和支持；杰出的数学家和教育家、国内数学方法研究的先行者和倡导者徐利治教授还特地来信鼓励，认为这是一部好教材.2009年4月本书被福建省高校列为数学课程与教学论、数学学科教学论等方向的研究生教材。

本书第二版是适应教育事业发展的新形势和研究生培养的需要而问世的.作者基于自己多年来教学和科研的体会，认真考察了进入21世纪以来数学科研与教育改革的新进展，广泛吸收国内外有关文献的精华，对原版各章节内容做了部分调整、补充和完善，与时俱进地更新了部分历史资料.因此，与第一版相比，第二版不仅探讨问题的深度、广度有了发展，内容充实了，科学性增强了，而且适用面更宽、时代感更明显.

第二版出版前的修改工作，由吴炯圻教授负责，林培榕副教授协助完成.漳州师院数学与信息科学系唐振松副教授认真审阅了大部分材料并提出许多很有价值的意见和建议，周仕荣博士等同事也表示了热情关切，作者在此向他们表示衷心感谢.同时，作者诚挚地感谢厦门大学出版社的编辑和有关人员为本书第二版的出版所付出的努力.

虽然我们做了许多努力，但限于学识和水平，书中难免仍有一些不足之处.欢迎有关专家和师生们提出宝贵的意见和建议.

编著者

2009年4月

第一版前言

江泽民总书记指出,“创新是一个民族的灵魂.”

第三次全国教育工作大会提出全面实施素质教育的口号.高等学校教育法第五条规定:“高等学校的任务是培养具有创新精神和实践能力的高等专业人才;发展科学技术与文化,促进社会主义现代化建设.”

在当今这个科技迅速发展的信息革命时代里,国内外许多权威科学家预言,在21世纪,“数学是科技与经济发展的关键”,“在有竞争的地方,数学往往是最后取胜的法宝”,数学教育的质量直接关系到科技人才的培养与全民素质的提高.

但是在相当长的一段时间里,与世界先进国家相比,我国高等师范院校数学教育专业的课程体系,教学内容,教学方法和手段都明显地落后,严重地影响高师毕业生素质的提高,不能适应时代的要求,达不到培养从事素质教育的合格中学师资的目标.这些问题到了20世纪90年代初更为突出,引起了从中央领导、教育部到各高等院校的高度重视.

这几年,全国各高等院校开展了轰轰烈烈的教育教学改革,以实施全面素质教育为目标,以课程体系和教学内容的改革为中心,整个面貌发生了很大改观.根据中共中央,国务院颁发的《中国教育改革与发展纲要》的精神,高师数学教育同样必须进行改革试验,努力探索符合我国国情的、培养具有较高素质和规格的中学师资的途径,以适应21世纪科技与经济的发展对教育提出的要求.在这大好形势下,从1997年起,我系也开展了一系列以提高学生素质为目标的教学改革试验,并取得可喜的效果.

全国高校数学教改项目组组长姜伯驹院士在1997年以来的多次

讲话中,反复强调应该在教材中和教学过程中注入数学思想,发挥数学思想方法的作用,培养应用意识与能力.国内著名的数学教育学专家、华东师范大学张奠宙教授指出,"每一门数学学科都有其特有的数学思想,赖以进行研究(或学习)的导向,以便掌握其精神实质.只有把数学思想掌握了,计算才能发生作用,形式演绎体系才有灵魂."

在我系的改革实验过程中,我们越来越深刻地认识到,姜伯驹院士的关于教改的指导意见和张奠宙教授的上述观点是非常正确、非常重要的.在教学内容的改革中,我们特别注意到:要保证专业素质的提高,培养创新精神,必须加强数学思想方法的教育和数学能力的培养;在逐步增设数学建模等应用课程的同时,必须对传统课程的教材进行改造,删除陈旧、繁琐的东西,适当增补能充分反映人的思维认识发展过程的内容,如数学概念形成的背景、有关数学知识的应用等生动活泼的材料;在教学的过程中要尽可能挖掘教材中的思想方法,有目的有计划地渗透和灌输有关的思想方法;在可能的情况下,还要尽量注入新的数学思想、新观点,鼓励学生了解现代科技的发展趋势.

根据上述精神,在教改实践中我们收集并编写了一批关于数学思想方法与应用的教学补充材料,于1998年9月内部印刷使用.这两年的试验表明,广大师生是欢迎教改的并希望今后能更进一步深入开展;不仅数学系学生、理科学生,而且文科学生中的一大部分也对数学思想方法感兴趣.目前我校已在全校开设《数学思想方法与应用》的公共选修课.在这基础上,我们对原来的材料进行重新整理、补充和加工,编成此书——《数学思想方法——创新与应用能力的培养》.与此同时,我们还编写了《高等数学思想方法与应用选讲》,针对大学数学各门课程的需要,从数学思想方法和应用各个角度出发给出了有意义的讲评与补充.这两本书都瞄准提高科学素质与能力的目标,紧紧围绕着数学思想方法这个中心.

本书分为三篇共十三章.第一篇是数学史和古今数学思想概述,首先简要介绍人们对"数学是什么"这样一个浅显而深奥的问题的各种不同认识,包括古代、近代和目前最新的观点,然后介绍数学史上重大事件及其间思想方法的作用,同时注意反映主要数学学科近期的发展和新的数学思想,还给出了当代数学名家对21世纪数学发展的展

望.第二篇较系统地介绍主要的数学思想和基本的数学方法,其间特别把数学应用的基本方法列为一章.第三篇简要叙述数学思想的教育与数学能力培养,这对于现在的和未来的中学教师都是需要的.

本书第三篇全部和第一篇的前半部分共12万字由林培榕老师编写,其余部分由吴炯圻教授完成.在编写过程中,我们力求做到有自己的特色,如:一、取材较新颖,许多资料直接来源于最近几年的期刊,例如《数学译林》或Inter网;二、着重于教学实用,希望对学生掌握思想方法和开拓视野有所帮助,不在理论的论证上深入探讨;三、阐述观点较开放,旨在探索,不求周全;四、全书包含的信息量较大,深浅程度不求一致,目的是让具有不同需求和不同数学水平的读者都有收益,使"深者得其深,浅者得其浅".当然,这种做法是否得当,还要经过实践检验,不妥之处还请求有关专家多予指导.

本书在写作过程中,参考和引用了许多出版物的不少论点和资料,除了书末列出的部分主要参考文献外,恕不一一列举.借此机会,我们向有关作者表示衷心感谢.同时感谢集美大学王志雄教授、我校林怡谋教授审阅了打印稿,并提出许多有益的修改意见.感谢厦门大学出版社的同志对本书出版的大力支持.

我们特别感谢中国科学院院士、科学院系统所所长林群教授在百忙中为本书作序,以及在本书写作过程中所给予的支持和鼓励.

限于作者的学识和水平,书中难免有各种疏漏或错误,欢迎专家和读者多提宝贵的修改意见.

作者于漳州师范学院数学系

2000年9月

目 录

第一篇　数学史和古今数学思想概述

横跨19、20世纪的杰出数学家庞加莱(P. H. Poincarè)指出,"如果我们想要预见数学的未来,适当的途径是研究这门科学的历史和现状."

作为数学专业的大学生或数学教师,通过对数学史的学习,不仅有助于了解世界数学宝库中古今中外数学家的卓越贡献及其为科学事业献身的感人品格,激发自己为国争光的拼搏精神和顽强刻苦的毅力;更重要的是通过了解数学发展历程中形形色色五彩缤纷的数学创造和重大发现的事例,探索先人的数学思想方法,有助于掌握大至数学的发展规律,小至某些具体数学问题从提出到解决的过程所表现出来的内在联系,以便指导自己的学习与工作,为数学的研究和数学人才的培养作出贡献.

基于这些考虑,本篇首先介绍人们对"数学是什么"这样一个普通而深奥的问题的回答,包括历史的、近代的和现在普遍公认的定义,数学的基本内容和它的应用. 然后,从第二章起,选讲数学发展简史以及重要历史事例中体现出来的思想方法,特别强调数学思想在数学重大变革过程中所起的作用. 在简略地阐述历史的同时,我们有所侧重地介绍了一些主要数学学科分支的新进展和新思想;在第六章,还选编了一些著名数学家、菲尔兹奖获得者对下一世纪数学发展的展望. 另外,我们还列举了古今中外部分杰出的数学家和历届菲尔兹奖、沃尔夫奖获得者的简况,把它们放在本书最后的附录,以供读者参考.

第一章　数学是什么

§1.1　数学的研究对象

数学是打开科学大门的钥匙.

——培根(R. Bacon)

数学是科学之王.

——高斯 (C. F. Gauss)

一门科学只有成功地运用数学时,才算达到真正完善的地步.

——马克思 (K. Marx)

按照希尔伯特(近代杰出的数学大师)的想象,数学就像一块多面晶体,每一面都既有它自己的来源,也为天才而严肃的学者提出潜在的前景.我认为不存在适用于数学真理的所有侧面的唯一客观标准,只有数学本身和历史才能做评价.数学的自由度就在于此,并且仅在于此.这一点早就被 G.康托尔看到了.

——亚历山德罗夫(P. S. Alexendrov)

数学被认为是单调乏味的学科,但如今已经越来越被认为在科学发展中具有高度重要性的学科.实际上,数学研究极大地开阔了人类思想的地平线,并且在某种程度上帮助人们理解自然界和物质世界.今天,它是表达严格科学的媒介.

——涅鲁(J, L. Nehru)

应用数学的传奇是知识的传奇之一部分.它是知识力的传奇,是为了能控制自然而揭示其奥秘的斗争的传奇.

——卡普尔(J. N. Kapur)

纯数学使我们能够发现概念和联系这些概念的规律,这些概念和规律给了我们理解自然现象的钥匙.

——爱因斯坦(A. Einstein)

数学是什么?对于学者和门外汉,这个问题都不是靠哲学来回答,而是靠从事数学的经验来回答的.

——科朗与罗宾(R. Courant & H. Robbin)

数学创造是令人神往的，五彩缤纷的创造活动一幕幕演出，数学创造的种类繁多，数学创造的天地广阔无际，数学创造的步幅正在加大. 人类文明记载的数学已经有数千年的历史了，数学在人类身边几乎无时不在、无所不在地起作用. 每一位数学家都知道自己是在从事数学研究工作，然而对于“数学是什么”，古往今来却有着各种各样的看法，其中有些观点甚至相差甚远.

约公元前 5 世纪的古希腊的毕达哥拉斯(Pythagoras)数学学派把数(指自然数和有理数)看成万物之本，而所谓的数是先验的；柏拉图(Plato)把数学看成“心智的产物”而且属于他的“理念世界”，认为数学也是先验的；亚里士多德(Aristotle)是最早的一位具有唯物主义观点的大数学家，他反对柏拉图的先验论，认为数学只研究存在的一部分属性，提出了“数学是研究数量的科学”的定义. 这是非常了不起的，这种观点直到 19 世纪仍为多数哲学家和数学家所接受. 17 世纪杰出的哲学家、数学家笛卡尔(R. Descartes)认为“ 数学是研究顺序与度量的科学”，其思想与亚里士多德基本一致，只是把数量分别解释为顺序与度量而已.

由于在 19 世纪之前，数学的主要成就是算术、几何、代数、解析几何和微积分以及与它们密切相关的领域，其研究的主要对象都是客观事物的形式和数量. 对此，无产阶级革命导师恩格斯(F. Engels)于 19 世纪中叶就数学研究的对象，提出了如下深刻而准确的概括：“纯数学的对象是现实世界的空间形式与数量关系.”恩格斯的观点得到数学家的普遍赞同.

19 世纪以来，非欧几何、多维几何、复变函数论、泛函分析、抽象代数等新的数学领域相继出现且迅速发展，成果累累. 与 19 世纪之前的情况不同的是，这些新学科分支的产生似乎都不直接以客观世界的事物为模型或背景，它们的研究对象或得出的结论在现实世界也一时找不到对应物(如非欧几何称“两条直线可以有多个交点”，“一个三角形的内角和可以不是 180°”等). 这不能不引起人们重新考察“数学是什么”这一问题.

对于这个问题的不同回答，在 20 世纪上半叶形成了不同的数学学派.

逻辑主义学派认为：数学无需任何自身特定的概念，只需由逻辑的概念导出数学的概念(例如“1”就是被导出的)；数学的命题也只需由逻辑的命题出发，用纯演绎的办法推理出来. 这就是说，整个数学是由逻辑学所派生出来的，数学只是逻辑学的一个分支. 逻辑主义学派的主要代表英国数学家、哲学家罗素(B. A. Russell)和怀特海德(A. N. Whitehead)在《数学的原理》一书中说：“纯粹数学是所有形如‘p 蕴涵 q’的命题类.”

直觉主义学派认为：数学只能建立在一种结构性程序上，任何数学对象都必须有构造步骤或者判断准则. 他们承认 $1, 2, \cdots, n$，这个 n 可以是任何自然数；但