

中國數學大綱

(上冊)

李 儼 著

科學出版社

中 國 數 學 大 綱

(修訂本)

上 冊

李 儼 著

科 學 出 版 社

1958

內容提要

本書專述我國各時代勞動人民對於數學研究和貢獻的歷史。

本書內容包括三部分：（一）中國上古數學；

（二）中國中古數學；

（三）中國近古數學。

本書可供中國數學史研究工作者之用，並可供大中學中國數學史教學工作者參考之用。

中國數學大綱（修訂本）上冊

李儼著

*

科學出版社出版（北京朝陽門大街 117 號）
北京市書刊出版業營業許可證出字第 061 號

科學出版社上海印刷廠印刷 新華書店總經售

*

1958年7月第一版

書號：1212 印張：11 5/27

1958年7月第一次印刷

開本：787×1092 1/27

（函）0,001—2,245

字數：228,000

*

定價：(10) 1.70 元

中國數學大綱

(修訂本)

上冊

目錄

第一編 中國上古數學.....	(1)
第一章 中國數學的分期.....	(1)
第二章 太古的數學.....	(2)
第三章 殷代的數學.....	(3)
第四章 關於 <u>殷代以前數學的傳說</u>	(4)
1. 伏犧	
2. 大撓作甲子	
3. 鼎首作算數	
4. 垂作規矩	
5. 禹的測量	
第五章 周秦時期的數學.....	(8)
1. 結繩	
2. 書契，數字	
3. 規矩，幾何圖案	
4. 九九	
5. 記數方法	
6. 數學教育	
7. 會算專業	
第六章 周髀算經和諸家數學.....	(15)
1. 周髀算經	
2. 諸家數學	

第二編 中國中古數學	(24)
第一章 中古的數學	(24)
第二章 九數、算術和 <u>九章算術</u>	(24)
1. 九數		
2. 算術		
3. <u>九章算術</u>		
第三章 句股方圓圖注	(28)
第四章 中古數學家小傳(一)	(30)
前漢: 1. <u>張蒼</u>	2. <u>耿壽昌</u>	
3. <u>許商</u>	4. <u>杜忠</u>	
5. <u>尹咸</u>	6. <u>劉歆</u>	
第五章 <u>劉歆</u> 圓周率	(32)
第六章 中古數學家小傳(二)	(34)
後漢: 7. <u>張衡</u>	8. <u>劉洪</u>	
9. <u>馬續</u>	10. <u>鄭玄</u>	
11. <u>蔡邕</u>	12. <u>徐岳</u>	
13. <u>趙爽</u>		
第七章 數術記遺	(38)
第八章 中古數學家小傳(三)	(39)
三國: 14. <u>吳陸續</u>	15. <u>闕澤</u>	
16. <u>王蕃</u>	17. <u>陳熾</u>	
18. <u>魏王粲</u>	19. <u>劉徽</u>	
第九章 <u>劉徽</u> 學說	(40)
1. <u>劉徽</u> 九章注		
2. <u>劉徽</u> 割圓術		
3. <u>劉徽</u> 重差術		
4. <u>劉徽</u> 九章商功術注		
第十章 算制	(55)
第十一章 中古數學家小傳(四)	(57)
20. <u>孫子</u>	21. <u>張丘建</u>	

22. 夏侯陽	23. 北涼趙歟
24. 宋何承天	25. 皮延宗
26. 宋祖沖之	27. 梁祖暅
第十二章 祖沖之割圓術	(62)
第十三章 祖暅開立圓術	(70)
第十四章 中古數學家小傳(五)	(73)
28. 梁庾曼倩	29. 梁張續
30. 魏元延明	31. 魏殷紹
32. 成公興	33. 高允
34. 信都芳	35. 後周甄鸞
第十五章 五曹算經	(76)
第十六章 五經算術	(76)
第十七章 箍算的方法	(77)
1. 箍位	
2. 箍算乘除	
3. 箍算開方	
4. 箍算方程	
第十八章 中古平面立體形的計算	(96)
第十九章 中古數學家小傳(六)	(102)
36. 隋劉焯	37. 隋劉炫
38. 劉祐	39. 韓延
第二十章 劉焯的內插法計算	(103)
第二十一章 隋代算學制度和算書	(107)
第三編 中國近古數學	(108)
第一章 近古的數學	(108)
第二章 唐代算學制度(一), (二)	(108)
第三章 近古數學家小傳(一)	(115)
1. 唐王孝通	2. 唐李淳風
3. 僧一行	4. 邊岡
附: 5. 隋劉孝孫	6. 唐梁述

	7. <u>唐張元貞</u>
第四章	<u>緝古算經解(一)</u>(118)
第五章	<u>緝古算經解(二)</u>(127)
第六章	<u>近古數學家小傳(二)</u>(128)
	8. <u>唐陳從運</u> 9. <u>江本</u>
	10. <u>龍受益</u> 11. <u>宋延美</u>
	12. <u>薛崇譽</u>
第七章	<u>近古初期數學書志</u>(130)
第八章	<u>近古初期邊境數學書表</u>(131)
第九章	<u>婆羅門, 天竺數學輸入中國</u>(134)
第十章	<u>中國數學輸入朝鮮、日本</u>(141)
	(一) <u>隋唐中算輸入朝鮮</u>
	(二) <u>隋唐中算輸入日本</u>
	(三) <u>隋唐時期日本所傳中算書</u>
第十一章	<u>宋代數學教育制度</u>(150)
第十二章	<u>宋刊算經十書</u>(151)
第十三章	<u>近古數學家小傳(三)</u>(152)
	13. <u>宋李籍</u> 14. <u>李紹穀</u>
	15. <u>夏翰</u> 16. <u>徐仁美</u>
	17. <u>楚衍</u> 18. <u>沈立</u>
	19. <u>韓公廉</u> 20. <u>沈括</u>
	21. <u>賈憲</u> 22. <u>朱吉</u>
	23. <u>劉益</u> 24. <u>蔣周</u>
	25. <u>蔣舜元</u> 26. <u>李文一</u>
	27. <u>曹唐</u> 28. <u>石信道</u>
第十四章	<u>近古數學家小傳(四)</u>(157)
	29. <u>宋楊忠輔</u> 30. <u>鮑澣之</u>
	31. <u>秦九韶</u>
第十五章	<u>近古次期數學書志</u>(160)
第十六章	<u>沈括數理學說</u>(161)

第十七章	<u>楊輝引用賈憲，劉益數理學說</u>	(165)
	(一) 賈憲“開方作法本源”圖	
	(二) 賈憲正負開方術	
	(三) 劉益正負開方術	
第十八章	<u>秦九韶正負開方術</u>	(188)
第十九章	<u>秦九韶數理學說</u>	(201)
第二十章	<u>近古數學家小傳(五)</u>	(207)
	32. 劉汝諧	33. 元裕
	34. 楊雲翼	35. 洞淵
	36. 李德載	37. 瞻思
	38. 彭澤	
第二十一章	<u>近古數學家小傳(六)</u>	(209)
	39. 李治	
第二十二章	<u>天元術</u>	(211)
第二十三章	<u>李治數理學說</u>	(212)
	(一) 李治天元一術	
	(二) 李治正負開方術	
	(三) 李治圓城圖式，名義	
	(四) 李治天元一術的應用	
第二十四章	<u>近古數學家小傳(七)</u>	(227)
	40. 楊輝	41. 丁易東
第二十五章	<u>楊輝數理學說</u>	(228)
	(一) 縱橫圖	
	(二) 乘除捷法	
	(三) 級數總和	
第二十六章	<u>近古數學家小傳(八)</u>	(239)
	42. 元郭守敬	
第二十七章	<u>郭守敬數理學說</u>	(240)
	(一) 郭守敬正負開方術	
	(二) 郭守敬球面割圓術	

	(三) 授時平立定三差法
第二十八章	近古數學家小傳(九).....(255)
	43. 劉大鑑 44. 元朱世傑
第二十九章	<u>朱世傑</u> 數理學說.....(256)
	(一) <u>朱世傑</u> 正負開方術 (二) <u>朱世傑</u> 四元術 (三) <u>朱世傑</u> 級數論
第三十章	近古數學家小傳(十).....(282)
	45. 元丁亘 46. 趙友欽 47. 賈亨 48. 陳尚德 49. 彭絲 50. 安止齋 51. 何平子
第三十一章	<u>趙友欽</u> 平面割圓術.....(283)
第三十二章	近古末期數學書志.....(285)
第三十三章	歸法、歸除、撞歸法.....(285)
第三十四章	<u>元代</u> 域外數學家.....(289)

第一編 中國上古數學

第一章 中國數學的分期

中國有悠久的歷史，有悠久的文化。這不是一句空話，不獨政治如此，就是各門科學在中國也是如此。毛澤東選集第二卷裏曾說：“中國是世界文明發達最早的國家之一，中國已有了將近四千年的有文字可考的歷史”，所以我們需要研究中國數學發展史。數學是各門科學的基礎，以往雖有不少的科學家和歷史家計劃研究中國數學發展的情況，由於此項工作範圍廣大，任務十分繁重，所以到現在還是沒有成熟。

中國數學的歷史，暫時分做五期：

第一期：上古	從 <u>黃帝</u> 到 <u>漢初</u>	公元前 2491—公元前 100 年
第二期：中古	從 <u>漢初</u> 到 <u>隋中</u>	公元前 100—公元後 600 年
第三期：近古	從 <u>隋唐</u> 到 <u>宋元</u>	公元後 600—公元後 1367 年
第四期：近世	從 <u>明</u> 到 <u>清中葉</u>	公元後 1367—公元後 1840 年
第五期：最近世	從 <u>清中葉</u> 到解放前	公元後 1840—公元後 1949 年

公元以前黃帝以及堯舜禹湯文武的時代，是根據李兆洛，歷代紀元編估計的，在殷墟甲骨文字發現的前後，此項古代紀年的估計，已有了不同的見解。現在為便利起見，還暫時照李兆洛的估計，就是：

<u>黃帝元年庚寅</u>	在公元前 2491 年
<u>唐堯元年丙子</u>	在公元前 2145 年
<u>虞舜元年</u>	在公元前 2042 年
<u>夏禹元年</u>	在公元前 1989 年
<u>殷湯癸亥</u>	在公元前 1558 年

<u>周武王</u> ,辛卯滅 <u>殷</u>	在公元前 1050 年
<u>周共和元年庚申</u>	在公元前 841 年
<u>秦始皇帝元年乙卯</u>	在公元前 246 年
<u>漢高祖元年</u>	在公元前 206 年
<u>漢武帝建元</u> ,辛丑	在公元前 140 年
<u>漢元帝初元</u> ,癸酉	在公元前 48 年 ¹⁾

其中春秋，戰國是在公元前 500 年前後。

有時我們在數學史上，將遠古黃帝起到五代末年，即公元前 2491 年到公元後 960 年稱做“古代”，以後由北宋開始到現在稱做“近代”。這祇是爲便利研究起見，所以並不十分確定。

第二章 太古的數學

中國太古的數學，是從實際需要而產生的。恩格斯反杜林論第一編稱：“和其他所有科學一樣，數學是從人們的實際需要上產生的，是從丈量地段面積，和衡量容物容積，從計算時間，從製造工作中產生的。”²⁾

中國數學具有悠久的歷史，在五、六十萬年前中國已有中國猿人的發現。現在知道十萬年前河套人已在骨器上刻有菱形圖紋³⁾。根據地下發現所得資料，古代勞動人民已知道如何在陶器

1) 據陳夢家，殷墟卜辭綜述年代結論說：

<u>夏總年</u>	在公元前 2100—1600 年
<u>商總年</u>	在公元前 1600—1028 年
<u>殷總年</u>	在公元前 1300—1028 年
<u>西周總年</u>	在公元前 1027—771 年，即由 <u>武王</u> 克 <u>殷</u> 到 <u>幽王</u> 末年
<u>漢初元元年</u>	在公元前 47 年

參看陳夢家殷墟卜辭綜述，第 212, 214—216 頁，科學出版社（1956 年 7 月）。

2) 恩格斯，反杜林論（吳黎平譯），第 38 頁，北京人民出版社（1956 年 2 月）。

3) 見賈蘭坡，河套人（修訂本）第 50 頁，龍門聯合書局，第四版（1954 年 5 月）。

又舊石器時代文化分期，見裴文中，“中國舊石器時代的文化”，中國猿人第一個頭蓋骨發現二十五週紀念會報告專集，科學出版社，1955 年 9 月。

上，用幾何圖案做裝飾；新石器時代的石斧，石鏟也十分整齊，這說明當時有配製物品的工具。國外學者認為石器時代的末期，就是公元前一萬七千年前中國人已具有天文的知識，已知道計算時間了¹⁾。

第三章 殷代的數學

殷代的數學，可靠的有下列數事：

- 1) 甲子；2) 算數。

1. 甲 子

甲子是用來記錄曆日次序的，甲骨文有一片，作下列記載：

“月一，正，曰，食麥，甲子，乙丑，丙寅，丁卯，戊辰，己巳，庚午，辛未，壬申，癸酉；甲戌，乙亥，丙子，丁丑，戊寅，己卯，庚辰，辛巳，壬午，癸未；甲申，乙酉，丙戌，丁亥，戊子，己丑，庚寅，辛卯，壬辰，癸巳；二月父□□，甲午，乙未，丙申，丁酉，戊戌，己亥，庚子，辛丑，壬寅，癸卯；甲辰，乙巳，丙午，丁未，戊申，己酉，庚戌，辛亥，壬子，癸丑；甲寅，乙卯，丙辰，丁巳，戊午，己未，庚申，辛酉，壬戌，癸亥。”

這是二個月的曆日，一個月三十天，二個月剛好從甲子到癸亥六十天²⁾。這種以甲子記日名，一直沿用到現在不變。

2. 算 數

殷代已應用數字，一、十、百、千、萬都是十進。複位數記到四位，如二千六百五十六。在貞卜將貞卜次數在龜甲上的記法，有自左而右，有自上而下，或一行或二行。如貞卜十次會自上而下，分

1) Schlegel G., *Uranographic Chinoise*, v. 2, II, p. 796 (Leyden, 1875).

2) 見董作賓殷曆譜卷下，年曆譜引。

作兩行，左行一、三、五、七、九；右行二、四、六、八、十；在十個數字內已分析成奇耦¹⁾。

第四章 關於殷代以前數學的傳說

殷代既有甲子，算數，可能在殷代以前已產生，故周秦以後諸家，遂多傳說，現歸納為下列各條：

1. 伏羲；
2. 大撓作甲子；
3. 隸首作算數；
4. 垂作規矩；
5. 禹的測量。

這些傳說，還需要地下發現的新資料後，方可證實。

1. 伏 羲

漢班固的漢書律曆志說：“自伏羲畫八卦，由數起，至黃帝，堯，舜而大備，三代稽古，法度章焉。”²⁾

伏羲亦作伏羲，伏戲，庖羲，宓羲，宓羲，亦有誤作伏虧的。傳說和神話以為他是人面蛇身，曾作結繩，九九，還執規矩，畫八卦。是歷史傳說中最先知算的人物³⁾。

2. 大撓作甲子

世本所說大撓造甲子是說明應用干支紀日法，即甲子紀日法，

1) 見小屯第二本，殷墟文學乙編下輯，科學出版社，1953年。

2) 漢班固，前漢書卷二十一上，律曆志，第一上。

3) 李儼，中算史論叢，第五集，第2,3頁：“上古中算史，二，伏羲”，北京，科學出版社（1955年7月）。

乃是以十干和十二支交相組合，而成六十單位。以一個單位（如甲子）代表一日。在兩個月內，甲子是不相重的，可以依序排成六行：

甲子，乙丑，丙寅，丁卯，戊辰，己巳，庚午，辛未，壬申，癸酉；
 甲戌，乙亥，丙子，丁丑，戊寅，己卯，庚辰，辛巳，壬午，癸未；
 甲申，乙酉，丙戌，丁亥，戊子，己丑，庚寅，辛卯，壬辰，癸巳；
 甲午，乙未，丙申，丁酉，戊戌，己亥，庚子，辛丑，壬寅，癸卯；
 甲辰，乙巳，丙午，丁未，戊申，己酉，庚戌，辛亥，壬子，癸丑；
 甲寅，乙卯，丙辰，丁巳，戊午，己未，庚申，辛酉，壬戌，癸亥；
 這六行都以甲為開始，所以漢唐稱做爲“六甲”¹⁾。

梁劉昭補後漢書卷十一律曆志第一，稱：“大撓作甲子”註引：【呂氏春秋，曰：黃帝師大撓。……月令章句：大撓探五行之情，占斗綱所建，於是始作甲子以名日，謂之幹，作子丑以名日，謂之枝，枝幹相配，以成六旬】。

3. 隸首作算數

黃帝使隸首作算數史書都是本着世本的傳說²⁾。由殷代卜辭所看到的數字是十進制的。漢徐岳撰數術記遺又強調說：“隸首註術乃有多種”；又說：

“黃帝爲法，數有十等，及其用也，乃有三焉。十等者：億、兆、京、垓、秭、壤、溝、澗、正、載。三等者謂上中下也。其下數者十變之。若言十萬曰億，十億曰兆，十兆曰京也；中數者萬萬變之，若言萬萬曰億，萬萬億曰兆，萬萬兆曰京也；上數者數窮則變，若言萬萬曰億，億億曰兆，兆兆曰京也”³⁾。

1) 陳夢家，殷墟卜辭綜述，第 235—236 頁，科學出版社（1956 年 7 月）。

2) 李儼，中國古代數學史料，第 12 頁，上海，科技出版社（1956 年 8 月）。

李儼，中算史論叢，第五集，第 3, 4 頁，科學出版社（1955 年 7 月）。

3) 徐岳撰，甄鸞註，數術記遺，第 16, 13—14 頁，商務印書館，叢書集成初編，第 1266 本據祕冊彙函本（1939 年 12 月）。

後周甄鸞撰五經算術卷上和唐慧琳一切經音義卷二十七引算經，引着上文。這都是和數術記遺一樣假託黃帝，隸首作算數。可是在殷代已經確定是用十進制，不止是殷代，是在殷以前。

禮記內則第十二，記錄古代數學教育，曾說：“九年教之數日。”宋王應麟困學紀聞卷五，儀禮條，釋內則以爲“九年教數日，漢志所謂六甲也。”

因前漢書食貨志稱：“八歲入小學，學六甲五方，書計之事”。以後魏王粲(177—217)儒吏論也稱：“古者八歲入小學，學六甲，五方，書計之事”，又唐徐堅(659—729)初學記也稱：“古者子生六歲，而教數與方名，十歲入小學，學六甲，書計之事”。元胡三省音註資治通鑑：“未窺六甲”條，以爲：[六甲，謂六十甲子也]¹⁾都說明大撓造甲子是應用干支紀日法即甲子紀日法。就是以十干和十二支交相組合成六十單位，每一單位代表一日。干支紀日在晚殷卜辭，獸骨刻辭和銅器銘文都可以看到。

4. 垂作規矩

上古應用規矩來製方圓，相傳是始於伏羲，也說是垂所製。

垂亦作倕。相傳是黃帝時代的人或堯時人。

周尸佼尸子卷下，稱：“古者倕爲規矩、準繩、使天下倣焉”。又莊子卷七稱：“工倕旋而蓋規矩”。

在垂之後有奚仲和公輸般也應用規矩準繩工作²⁾。

5. 禹的測量

夏禹在公元前約二千年有應用數學的故事。在史記卷二夏本

1) 資治通鑑，卷一百七十六。

2) 參看李儼中算史論叢，第五集第4頁內：“上古中算史，四。垂”內註文，科學出版社(1955年7月)。

紀載：（禹）“陸行乘車，水行乘舟，泥行乘橇（音敲），山行乘櫂（音局），左準繩，右規矩，載四時，以開九州，通九道”。在山海經卷下，海外東經第九，載：“帝命豎亥步自東極，至於西極，五億十選豎亥，健行人，選：萬也] 九千八百步。豎亥右手把算，左手指青丘（國）北。一曰禹令豎亥，一曰五億十萬九千八百步。”¹⁾又淮南子卷四，墜形訓本文也載：“禹乃使太章步自東極至於西極，二億三萬三千五百里七十五步。使豎亥步自北極至於南極，二億三萬三千五百里七十五步[太章，豎亥善行人，皆禹臣也……]²⁾。

周髀算經卷上之一，本文：“昔者周公問於商高……商高曰……是謂積矩。故禹之所以治天下者，此數之所生也”。又漢趙爽注稱：[禹治洪水，決疏江河，望山川之形，定高下之勢，除滔天之災，釋昏蟄之厄，使東注於海，而無侵逆，乃勾股之所由生也]³⁾。

以上都說明禹治水時曾用着準繩和規矩的工具。禹使太章（或大章）和豎亥（即豎亥或孺亥）丈量大地時，還右手把算來計算。這是禹治水和勾股測量的史實⁴⁾。

1) 山海經十八卷本。

2) 淮南子二十一卷本。

周髀算經卷上之三漢趙爽注引：“淮南子地形訓云，禹使大章步自東極至於西極，孺亥（即豎亥或豎亥）步自北極至於南極，而數皆然，……夫言億者，十萬曰億也。”

3) 宋羅泌撰，羅苹註路史後紀第十二卷引稱：[周髀經：商高語周公積矩之法，禹所以治天下者也，數之所生也。 趙語云：禹治洪水，決流江河，望山川之形，定高下之勢，除滔天之災，使東注海，無侵溺之患，此勾股之所繇生也]，見四部備要本史部，路史第 141 頁，中華書局刊本。

4) 章鴻釗，“禹之治水與勾股測量術”，中國數學雜誌，第 1 卷第 1 期（1951 年 10 月），第 16—17 頁。

第五章 周秦時期的數學

周武王克殷曾擬在公元前 1027 年。周禮卷三，地官司徒第二，記：

“三曰六藝：禮，樂，射，御，書，數。”

又周禮卷四，地官司徒下，記：

“保氏，掌……養國子以道，乃教之六藝：一曰五禮，二曰六樂，三曰五射，四曰五馭，五曰六書，六曰九數”¹⁾。

漢鄭玄（康成）釋周官保氏九數，以爲：“九數：方田，粟米，差分，少廣，商功，均輸，方程，贏不足，旁要；今有：重差，夕桀，句股”。

周髀算經卷上本文記：“昔者周公問於商高曰：竊聞乎大夫善數也……請問數安從出。”宋李籍撰周髀算經音義註“周髀”因稱：“周髀算經者以九數：句股，重差，算日月周天行度……其傳自周公，受之於大夫商高，周人志之，故曰周髀”²⁾。

現在總結周秦時期和周秦時期以前的數學事實，如下各項：

1. 結繩

易繫辭稱：“上古結繩而治，後世聖人，易之以書契”³⁾。莊子卷四，胠篋第十稱：“昔者容成氏，大庭氏，伯皇氏，中央氏，栗陸氏，驪畜氏，軒轅氏，赫胥氏，尊盧氏，祝融氏，伏戲氏，神農氏。當是時也，民結繩而用之”⁴⁾。典論也以爲伏羲作結繩⁵⁾。

1) 周禮十二卷本，商務印書館，四部叢刊，經部，影明翻宋本。

2) 汲古閣影宋鈔本周髀算經（天祿琳瑯叢書之一），1931 年，北京，故宮博物院影印本。

3) 參看周易十卷本，商務印書館，四部叢刊，經部，影宋刊本。

4) 莊子，郭象子玄注，引：[司馬云：此十二氏皆古帝王]：見莊子十卷本，中華書局，四部備要，子部，據明世德堂本。

5) 北堂書鈔卷十二引典論。