

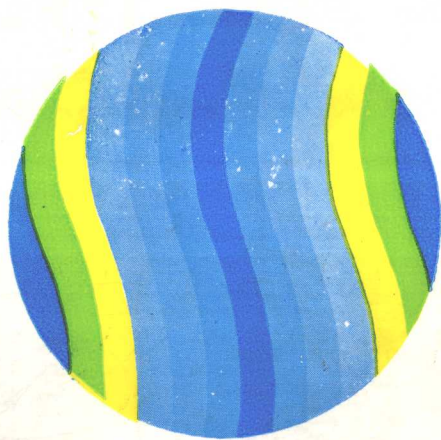
東華社會科學叢書

主編 張春興 楊國樞 文崇一

# 多變項分析統計法

社會及行為科學研究適用

林清山



# 多變項分析統計法

社會及行爲科學研究適用

林 清 山

516

東華書局印行

# 東華社會科學叢書

主編：張春興 楊國樞 文崇一

- |       |     |                                  |
|-------|-----|----------------------------------|
| 社會學   | 文崇一 | 中央研究院民族學研究所研究員兼所長；<br>臺灣大學政治學系教授 |
|       | 朱岑樓 | 臺灣大學社會學系教授兼系主任                   |
|       | 張曉春 | 臺灣大學社會學系副教授                      |
|       | 蕭新煌 | 中央研究院民族學研究所副研究員                  |
| 文化人類學 | 李亦園 | 中央研究院民族學研究所研究員；<br>臺灣大學考古人類學教授   |
| 心理學   | 張春興 | 師範大學教育心理學系教授                     |
| 社會心理學 | 楊國樞 | 臺灣大學心理學系教授；<br>中央研究院民族學研究所研究員    |
|       | 黃光國 | 臺灣大學心理學系副教授                      |
| 人格心理學 | 黃堅厚 | 師範大學輔導研究所教授                      |
| 發展心理學 | 蘇建文 | 師範大學家政教育學系教授兼系主任                 |
|       | 林美珍 | 政治大學心理學系副教授                      |
| 政治學   | 胡佛  | 臺灣大學政治學系教授                       |
|       | 袁頌西 | 臺灣大學政治學系教授                       |
| 法學緒論  | 王澤鑑 | 臺灣大學法律學系教授                       |
| 行政法   | 張劍寒 | 臺灣大學政治學系教授兼系主任及研究所所長             |
| 經濟學   | 徐育珠 | 政治大學經濟學系教授                       |
| 管理學   | 許士軍 | 政治大學企業管理研究所教授                    |

教育概論	邱兆偉 林玉體	省立高雄師範學院教育學系副教授 師範大學教育學系副教授
教育行政學	黃昆輝	師範大學教育研究所教授； 台北市教育局局長
社會及行為科學 研究	楊國樞 文崇一 吳聰賢 李亦園	臺灣大學心理學系教授； 中央研究院民族學研究所研究員 中央研究院民族學研究所研究員兼所長； 臺灣大學政治學系教授 臺灣大學農業推廣學系教授 中央研究院民族學研究所研究員； 臺灣大學考古人類學系教授
心理與教育測驗	簡茂發 黃國彥	師範大學教育研究所教授 政治大學心理學系教授兼系主任
心理與教育 統計	林清山	師範大學教育心理學系教授
多變項分 析法	林清山	師範大學教育心理學系教授

## 東華社會科學叢書序

假如單從人類物質生活一個層面看，戰後三十年來自然科學與技術科學的貢獻是偉大的。但如從人類生活的整體看，科學技術提高了人類物質生活之後，却因而產生了更多難以解決的社會問題，以致形成物質生活富裕而精神生活貧乏的文化失調現象。我們雖不能認定物質文明為人類帶來了災害，但却可斷言單憑科學技術的進步，並不能保證獲得真正美好的生活；甚至科學技術愈進步，反而愈增加了人們對未來的失望與恐懼。文化發展失調是人類自己製造出來的問題，這問題只有靠人類對自身行為的研究始有獲得解決的可能。此類研究，狹義言之，是為行為科學，廣義言之，是為社會科學。

一個國家科學的發展，不但不能偏廢，而且必須生根。此一原則，用於社會科學較之用於自然科學更為適切。在文化差異與地域限制兩個基礎上，社會科學實不易做到像自然科學那樣可以局部的或枝節的「借用」或「移植」。近十多年來，由於政府的提倡與社會的重視，國內大學在自然科學方面的教學與研究水準已大為提高；大學本科階段學生的程度，較之當世科學先進國家並無遜色。但無可諱言的，社會科學方面的發展則較為落後。從國內大學社會科學的教學方式及出版的中文書籍看，多年積留下來的幾種缺點一直未能革除：其一是

內容陳舊，跟不上世界學術的創新與進步；其二是忽視方法論方面的知識，以致學難致用；其三是僅限於國外資料的介紹，而缺乏與國情需要配合的研究成果。雖然目前影印技術進步，翻印外文書籍甚為方便，但因一般學生的外文能力不足，兼之外文書籍內容又未必與國內需要符合，故以外文書為大學社會科學各科教本的嘗試多未奏效。因此，以往國內社會科學的發展，縱止尾隨求齊已感不暇，遑論學術獨立生根及提高水準？

基於此等認識，在國內各大學擔任社會科學教學的朋友們，根據各自教學與研究的經驗，咸認有義務也有責任，經由科際合作的方式，共同從事社會科學叢書的撰寫，以期使社會科學在國內生根，為國內的社會建設略盡綿薄。誠然，撰寫大學教科書或參考書不足以代表社會科學在國內的高水準發展，但也不能否認，在期望達到我國社會科學學術獨立與高水準發展之前，普遍提高大學社會科學的教學水準是一項必要的教育工作。唯其如此，在本叢書撰寫之前，同仁等幾經研討，咸認各書之內容應力求與國內需要相配合，非但不宜囿於一家之言的傳述，尤須避免只根據某一外國名著的翻譯。因此，經議決，本叢書內容之取材將共同遵守以下兩個原則：

一、在內容上應概括該學科發展到目前為止的重要知識（如基本理論重要發現等）與基本研究方法，並須指出重要問題之研究方向及進修途徑，藉此對讀者產生啓發性的教育作用。

二、對重要問題之討論，務須顧到國內情況及實際的需要；並儘量採用國內學者與有關機構新近完成之研究成果，以期增加讀者的適切感與知識的實用性，並藉以引起社會對國內學術發展之重視。

因鑑於國內社會科學方法論方面書籍之闕如，本叢書諸作者除分擔撰寫各科專書外，特配合大學部及研究所課程之需要，就各人專長，

復採合作方式，撰寫社會及行為科學中各種重要的研究方法，集為另一專書，期能由此引起國內學者的研究興趣，從而提高社會科學的水準。

此外，本叢書內各書的撰寫體例也力求統一，舉凡章節編排、註解方式、參考資料引註、中英文索引編製等，均於事前確定統一格式，甚至排版字體、繪圖、製表、紙張、裝訂等，亦採用統一標準，務期做到形式與內容並重的地步。

本叢書之能順利出版，首應感謝各科著者的支持與合作。目前所列叢書範圍只是暫時的決定，以後將視情形逐漸擴大，增加各科專書。我們始終相信科學的發展是全面的，必須經由科際間的合作，始能達成既普及又提高的效果。因此，我們除了感謝已參與本叢書撰寫的學者之外，也竭誠希望海內外的學者先進給予鼓勵、支持與指正。

本叢書從最初的構想、設計以至出版，深得東華書局董事長卓鑫森先生與總經理馬之驊先生全力支持，併此致謝。

張春興 楊國樞 文崇一 謹識

中華民國六十四年九月於臺北

## 序 言

人類的行為及社會事象極為錯綜複雜。從事社會及行為科學研究的研究者常會發覺：值得我們研究的人類行為很少可以只從單一方面去研究的；即使是比較簡單的社會事象通常也有許多複雜的不同變項牽涉在內。過去，由於統計技術和工具的限制，研究工作者只能使用單變項統計法來處理他們的研究資料，因而無形中往往祇能得到見樹而不見林、無法窺其全貌的研究結果。自從高速電算機廣為應用之後，同時處理大量的資料和許多複雜的變項已成為可能。統計學本身在多變項統計方面也隨之有驚人的進展。不但上述的此項缺失可因多變項統計方法的進步而予以解決，而且研究工作的領域也隨之大為擴展，對問題的探討也更為周密而深入。

近年來，國內在社會及行為科學研究方面已有長足的進步。所以筆者認為：作為研究社會及行為科學之基礎工具的多變項統計方法也該受到應有的重視纔對。這是筆者繼「心理與教育統計學」一書之後，再寫這一本「多變項分析統計法」的主要動機。

多變項分析統計法即一般所稱的「多變項分析」(multivariate analysis)。在傳統的單變項統計法裏，我們所處理的依變項資料通常只限於一個；在多變項分析統計法裏，我們則常常需要同時處理好幾個依變項資料。實際上，一般統計學中所討論的單變項統計只是多變



項統計的一個特例而已。就學習的歷程而言，我們宜先學習單變項統計，然後纔進一步學習多變項統計。然而，要對統計方法（尤其是社會及行為科學適用的統計學）有通盤的瞭解，則非學習多變項統計方法不可。

本書係為從事社會及行為科學研究的工作者和主修社會科學行為科學的研究生和大學生而寫。寫這一本書時，係假定將來要使用它的讀者已有一般單變項統計法的基礎。為了使能與舊經驗相聯繫起見，書中每討論到一種多變項統計方法時，總是儘量先提到有關的單變項統計法。為了要幫助讀者較易了解重要統計概念，每一節總先出現「基本原理」的介紹，然後隨即出現「計算實例」，使讀者能從實際的計算過程中印證和加深該項統計概念。初次接觸多變項統計方法的讀者最好由每一節的計算實例開始，等到瞭解計算實例之後，再回頭閱讀基本原理部分。當然，更佳策略也許是每學到一項統計方法之後，馬上能將它使用到實際問題的研究方面，使理論與實際不致脫節。

就書本的內容來說，本書分為十二章，大致上包括五大部分。導論部分介紹常用矩陣數學和多變項統計法基本概念；迴歸分析部分討論逐步迴歸分析、徑路分析、多變項複迴歸分析、和多项式迴歸分析；相關分析部分包括主成份分析、共同因素分析、和典型相關分析；多變項變異數分析部分討論單因子設計、多因子設計、區別分析、階層設計、拉丁方格設計、和多變項重複量數等；最後一部分則為多變項共變數分析。全書係以迴歸分析模式、變異數分析模式、和共變數分析模式等三種一般線性模式來貫穿。原則上，讀者應按章節順序依次閱讀下去，但是必要時可視情形和需要省略某一章或某一節，或改變閱讀的順序。

本書的重要參考文獻如書末所示，但是仍以 Finn (1974) 和

Timm (1975) 為主要參考書。Timm 的這本 *Multivariate Analysis* 是目前多變項統計學教科書之中系統較為完整者。它的優點在於所使用的方法與傳統的單變項統計法很相近，學起來不致感到難於接受。Finn 的這本 *A General Model for Multivariate Analysis* 所使用的多變項統計法，十分靈活，學起來也不困難。加上他所設計的名電算機程式 *MULTIVARIANCE*，幾乎可以解決大部分的統計問題，堪稱多才多藝。二人所用統計原理雖異，但同一統計資料使用二者的統計方法之結果却完全一樣。這是本書採用他們的方法之主要理由。

去年九月初筆者來美進修之前，這本書便在國內完稿付印。我要感謝國家科學委員會的補助，使我有機會能在去年秋季前往匹茲堡大學跟 Dr. Neil H. Timm，和在今年春季來到水牛城紐約州立大學跟 Dr. Jeremy D. Finn 研習多變項分析統計的問題。因為這樣，本書原稿一邊排印，一邊乃有機會使用 *MULTIVARIANCE* 等電算機程式再一次實際驗算過，證實例題的計算正確無誤。

本書得以順利出版，要特別感謝國立臺灣師範大學教育心理系教授張春興博士的鼓勵並予編入他所主編的東華社會科學叢書。東華書局董事長卓鑫森先生與總編輯徐萬善先生對本書的排版印刷鼎力支持，使我甚為感激。我也要感謝國立臺灣師範大學教育心理系主任陳榮華博士、體育研究所齊沛霖所長、方瑞民教授慷慨提供系所裏的計算設備，使我得以精確又快速完成書中的計算實例。在撰寫過程中，筆者常自高雄師範學院教育系吳鐵雄博士那裏得到寶貴的意見，也常得到蔡榮顯先生在程式設計方面的協助。在排印過程中，國立臺灣師範大學教育心理系郭生玉博士幫忙校對，王勝賢先生代為編製索引，都一併在此謹致謝忱。回想本書的寫作過程，感到相當艱難，時間經

歷五、六年，此間辛苦波折頗多。我要特別感謝內人王百合女士耐心的照顧與賢慧的體諒，使我能在寫完本書之後，仍能安然無恙。

筆者期望本書的出版，能對提高國內應用統計的水準多少有所幫助；如能這樣，便感到心滿意足。然而，由於筆者並非統計學家，且付梓期間不在國內，錯誤之處在所難免；敬祈專家學者不吝批評指教，俾供修訂時參考改正，謹此表示感謝之意。

林 清 山

民國六十九年三月

國立臺灣師範大學教育心理系教授

謹識於美國水牛城紐約州立大學

## 希臘字母表

A	$\alpha$	Alpha	N	$\nu$	Nu
B	$\beta$	Beta	$\Xi$	$\xi$	Xi
$\Gamma$	$\gamma$	Gamma	O	$o$	Omicron
$\Delta$	$\delta$ $\delta$	Delta	$\Pi$	$\pi$	Pi
E	$\epsilon$	Epsilon	P	$\rho$	Rho
Z	$\zeta$	Zeta	$\Sigma$	$\sigma$	Sigma
H	$\eta$	Eta	T	$\tau$	Tau
$\Theta$	$\theta$	Theta	Y	$\upsilon$	Upsilon
I	$\iota$	Iota	$\Phi$	$\phi$ $\varphi$	Phi
K	$\kappa$	Kappa	X	$\chi$	Chi
$\Lambda$	$\lambda$	Lambda	$\Psi$	$\psi$	Psi
M	$\mu$	Mu	$\Omega$	$\omega$	Omega

# 目 次

東華社會科學叢書序 .....	i
序 言.....	v
<b>第一章 多變項分析常用的矩陣代數 (I)</b>	
1•1 矩陣的表示方法和基本運算 .....	1
1•2 行列式和反矩陣的求法 .....	20
1•3 矩陣的秩與向量的線性組合 .....	41
1•4 概化反矩陣的求法 .....	47
<b>第二章 多變項分析常用的矩陣代數 (II)</b>	
2•1 缺秩矩陣方程式的特別解法 .....	55
2•2 正規化、正交化、和正交正規化 .....	65
2•3 矩陣微分 .....	75
2•4 特徵值和特徵向量 .....	80
<b>第三章 多變項分析的基本概念</b>	
3•1 多變項分析法的意義和性質 .....	103
3•2 多變項分析法的分類 .....	106
3•3 多變項一般線性模式 .....	108
3•4 多變項常態分配的性質及種類 .....	110

x 多變項分析統計法

3.5	多變項資料的整理及平均數、標準差、和相關係數 矩陣的求法 .....	119
3.6	多變項分析顯著性考驗的準則 .....	129

#### 第四章 一個和兩個母群的平均數假設考驗

4.1	一個樣本的平均數假設考驗 .....	131
4.2	兩個獨立樣本的平均數假設考驗 .....	144
4.3	一般線性模式在平均數假設考驗方面的實際應用 .....	157
4.4	配對組法及前測末測設計 $T^2$ 考驗 .....	166
4.5	單一組重複量數統計法 .....	174

#### 第五章 迴歸分析法

5.1	單變項複迴歸分析 .....	185
5.2	多變項複迴歸分析 .....	207
5.3	逐步迴歸分析及其他選取最佳迴歸公式的方法 .....	232
5.4	徑路分析 .....	245

#### 第六章 多項式迴歸分析

6.1	單變項多項式迴歸分析 .....	255
6.2	多變項多項式迴歸分析 .....	273

#### 第七章 主成份分析和典型相關分析

7.1	主成份分析 .....	289
7.2	典型相關分析 .....	325

## 第八章 共同因素分析

- 8·1 因素分析的理論基礎 ..... 347
- 8·2 共同性的決定和共同因素的抽取方法 ..... 351
- 8·3 正交轉軸法與斜交轉軸法 ..... 361
- 8·4 共同因素的解釋和顯著性考驗 ..... 385

## 第九章 多變項變異數分析 (I)——單因子設計和區別分析

- 9·1 線性複迴歸模式在單變項變異數分析方面的應用 ..... 395
- 9·2 單因子多變項變異數分析 (I) ..... 403
- 9·3 單因子多變項變異數分析 (II) ..... 418
- 9·4 區別分析 ..... 436

## 第十章 多變項變異數分析 (II)——多因子設計

- 10·1 二因子獨立樣本多變項變異數分析 (I) ..... 455
- 10·2 二因子獨立樣本多變項變異數分析 (II) ..... 474
- 10·3 三因子獨立樣本多變項變異數分析 ..... 491
- 10·4 階層設計的多變項變異數分析 ..... 498
- 10·5 拉丁方格設計的多變項變異數分析 ..... 507

## 第十一章 重複量數和趨向分析

- 11·1 二樣本重複量數統計法 ..... 517
- 11·2 三樣本重複量數統計法 ..... 536
- 11·3 由多變項統計法中求單變項統計數 ..... 551
- 11·4 多變項重複量數統計法 ..... 558

11•5 趨向分析..... 568

## 第十二章 多變項共變數分析

12•1 單因子多變項共變數分析 ( I ) ..... 583

12•2 單因子多變項共變數分析 ( II ) ..... 595

12•3 二因子多變項共變數分析..... 613

附錄圖表目次..... 629

參考文獻 ..... 677

## 索引

漢英索引..... 685

英漢索引..... 693



# 第一章

## 多變項分析常用的矩陣代數 (I)

在本書中，我們將時常使用一些簡單的矩陣代數 (algebra of matrices) 來幫助說明多變項分析統計法的基本原理和計算方法。因此，我們要在前兩章裏討論或復習有關矩陣 (matrix)、行列式 (determinant)、和向量 (vector) 的基本運算和概念。如果您能夠熟練這些矩陣代數，則以下各章所討論的多變項分析統計法，將會變得相當容易。當您學會或復習完這兩章時，您便算打好了學習多變項分析統計法的基礎。

### 1.1 矩陣的表示方法和基本運算

假使某教師為甲乙丙丁戊五位學生舉行了國文、數學、歷史、和地理四個科目的成就測驗，他便可以把所得的測驗成績排成下面所示的形式：

	國文	數學	歷史	地理
甲	7	5	9	6
乙	4	6	3	2
丙	8	4	1	5
丁	6	3	7	8
戊	5	8	0	9

或  $Y = \begin{matrix} 5 \times 4 \\ \begin{pmatrix} 7 & 5 & 9 & 6 \\ 4 & 6 & 3 & 2 \\ 8 & 4 & 1 & 5 \\ 6 & 3 & 7 & 8 \\ 5 & 8 & 0 & 9 \end{pmatrix} \end{matrix}$

由這些數字的安排可以看出：甲生的國文、數學、歷史、和地理四科