

山东省高职（专科）系列教材

# 经济数学

宋清岳 王兆祥 主编



山东大学出版社

山东省高职(专科)系列教材

# 经济数学

宋清岳 王兆祥 主 编

山东大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

经济数学/宋清岳,王兆祥主编. —济南:山东大学出版社,2003.8

ISBN 7-5607-2635-6

I. 经…

II. ①宋…②王…

III. 经济数学—高等学校:技术学校—教材

IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 071597 号

山东大学出版社出版发行

(山东省济南市山大南路 27 号 邮政编码:250100)

山东省新华书店经销

日照市黄海印刷厂印刷

850×1168 毫米 1/32 13.625 印张 342 千字

2003 年 8 月第 1 版 2003 年 8 月第 1 次印刷

印数:1—6500 册

定价:19.60 元

版权所有,盗印必究

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换

# 山东省高职(专科)系列教材 编委会成员名单

主任 邢宪学

委员 (按姓氏笔画为序)

马克杰 王元恒 刘德增

牟善德 孙庆珠 杨忠斌

张卫华 张启山 张保卫

柳耀福 郝宪孝 茹方杰

侯印浩 徐 冬 高焕喜

常立学 温金祥

## 出版说明

江泽民同志在党的十六大报告中指出：“教育是发展科学技术和培养人才的基础，在现代化建设中具有先导性全局性作用，必须摆在优先发展的战略地位。……加强职业教育和培训，发展继续教育，构建终身教育体系。”职业教育作为我国教育事业的一个重要的组成部分，改革开放以来，尤其是近年来获得了长足发展。据不完全统计，目前全国各类高等职业学校有近千所，仅山东省就有50多所，为国家和地方培养了一大批高素质的劳动者和专门人才。与此相适应，教材建设也硕果累累，各出版社先后推出了多部具有高职特色的高职高专教材。但总体上看，与迅猛发展的高职教育相比，教材的出版相对滞后，这不仅表现在教材品种相对较少，更表现在内容的针对性不强，某些方面与高职的专业设置、培养目标相去甚远。同时，地方性、区域性的高职教材也稍嫌不足。以山东省为例，作为一个经济强省、人口大省、教育大省，迄今为止，居然没有一套统编的、与山东省社会、经济、文化发展相适应的高职教材，严重地制约了我省高职高专教育的发展。

有鉴于此，我们在山东省教育厅的领导与支持下，依据教育部《高职高专教育基础课程教学基本要求》和《高职高专教育专

业人才培养目标及规格》，并结合我省高职院校及专业设置的特点，组织省内十余所高职院校数十位长期从事高职教学和研究的专家、教授，历时半年有余，编写了这套“山东省高职（专科）系列教材”（第一批）。该教材充分借鉴近年来国内高职高专院校教材建设的最新成果，认真总结和汲取省内高职院校和成人高校在教育、培养新时期技术应用性专门人才方面所取得的成功经验，以适应高职院校教学改革的需要为目标，重点突出实用性、针对性，力求从内容到形式都有一定的突破和创新。本系列教材拟分三批出版，约30种。出齐后，将涵盖山东省高职（专科）教育的基础课程和主干课程。教材第一批（10册）将于2003年8月推出，供2003年新生使用。

编写这套教材，在我们是一次粗浅的尝试，也是一次学习、探索和提高的机会。由于我们水平有限，加之编写时间仓促，本教材无论在内容还是形式上都难免会存在这样那样的缺憾或不足，敬请专家和读者批评指正。

山东省高职（专科）系列教材编写委员会  
2003年6月

## 前　言

在科学技术的研究中，定量分析和精确计算是掌握客观规律的根本途径。而数学方法是对客观事物进行定量分析和精确计算的重要手段。由于数学具有高度的抽象性、严密的逻辑性、严格的规定性和广泛的适用性等特点，在长期的发展中创造了一系列的概念、理论和方法，再加上电子计算机的出现和运用，使得数学方法适应现代科学技术的要求，在科学技术研究中起着越来越重要的作用。

为了适应 21 世纪高职高专教育发展的需要，我们编写了这部《经济数学》教材。本教材贯彻“以应用为目的、以必须、够用为度”的原则，结合多年从事经济数学方面的科研与教学改革的经验，把一元函数微积分、线性代数与概率融合在一起，深入浅出，删繁就简，突出应用，适合经济类、管理类学生学习，也适合科学技术人员自学。

本教材具备以下几个特点：

1. 保持数学的系统性和科学性，但不追求理论体系的完整性，许多概念、定理采取描述性说明介绍给学生。
2. 坚持理论联系实际，但不过分强调应用。本教材介绍了一些数学在经济问题中应用的内容，目的是为了让学生更好地理解数学知识。
3. 注意到对学生自学能力、运算能力、分析问题和解决问题能

力的培养，每章后配备适量习题，重在基本概念的理解、基本定理与基本公式的应用。

本教材共分三篇十二章，其中第一章由宋宝亚编写，第二章、第三章由王龙波编写，第四章、第五章由季振东编写，第六章由王保合编写、第七章至第十一章由王兆祥编写，第十二章由宋平编写。

本书由宋清岳教授和王兆祥副教授担任主编。宋清岳教授拟定了编写大纲并对全部的书稿进行了认真的审阅和修改。王龙波副教授对全部书稿进行了技术处理。在本书的编写过程中，山东省经济管理干部学院、山东省青年管理干部学院、中华女子学院山东分院的领导给予了很大的支持与帮助。在此，对本书编写给予支持与帮助的领导、对付出艰辛劳动的老师表示衷心的感谢。

由于出书时间仓促，书中难免有不妥之处，敬请读者批评指正。

编 者

2003年6月

# 目 录

<b>第一篇 微积分</b> .....	(1)
<b>第一章 极限与连续</b> .....	(1)
第一节 函数 .....	(2)
第二节 极限 .....	(12)
第三节 无穷小与无穷大 .....	(17)
第四节 极限的运算法则 .....	(20)
第五节 两个重要极限 .....	(24)
第六节 无穷小的比较 .....	(29)
第七节 函数的连续性 .....	(31)
第八节 经济问题中常见的函数 .....	(39)
习题一 .....	(42)
<b>第二章 导数与微分</b> .....	(49)
第一节 导数的概念 .....	(49)
第二节 导数的基本公式与运算法则 .....	(55)
第三节 高阶导数 .....	(63)
第四节 微分及其应用 .....	(65)
习题二 .....	(71)

---

<b>第三章 导数的应用 .....</b>	(78)
第一节 拉格朗日定理和函数的单调性 .....	(78)
第二节 函数的极值与最值 .....	(84)
第三节 函数作图 .....	(89)
第四节 柯西定理与洛必达法则 .....	(94)
第五节 导数在经济上的应用举例 .....	(99)
习题三 .....	(102)
<b>第四章 不定积分 .....</b>	(109)
第一节 不定积分的概念 .....	(109)
第二节 不定积分的性质与基本公式 .....	(113)
第三节 积分方法 .....	(116)
第四节 简单的微分方程 .....	(126)
习题四 .....	(133)
<b>第五章 定积分 .....</b>	(139)
第一节 定积分的概念与性质 .....	(139)
第二节 微积分基本定理 .....	(146)
第三节 定积分的计算 .....	(148)
第四节 广义积分 .....	(152)
第五节 定积分的应用 .....	(156)
习题五 .....	(162)
<b>第二篇 线性代数与线性规划 .....</b>	(167)
<b>第六章 行列式 .....</b>	(167)
第一节 二阶、三阶行列式 .....	(167)
第二节 $n$ 阶行列式 .....	(170)
第三节 $n$ 阶行列式的性质 .....	(173)

---

第四节 $n$ 阶行列式的计算 .....	(179)
第五节 克莱姆法则 .....	(182)
习题六 .....	(187)
<b>第七章 矩阵 .....</b>	<b>(192)</b>
第一节 矩阵的概念 .....	(192)
第二节 矩阵的运算 .....	(194)
第三节 几种特殊的方阵 .....	(202)
第四节 $n$ 阶方阵的行列式 .....	(204)
第五节 逆矩阵 .....	(206)
第六节 分块矩阵 .....	(211)
第七节 矩阵的初等变换 .....	(216)
第八节 矩阵的秩 .....	(222)
习题七 .....	(226)
<b>第八章 线性方程组 .....</b>	<b>(231)</b>
第一节 线性方程组的消元解法 .....	(231)
第二节 向量 .....	(244)
第三节 线性方程组解的结构 .....	(257)
习题八 .....	(264)
<b>第九章 线性规划 .....</b>	<b>(269)</b>
第一节 线性规划问题及其数学模型 .....	(269)
第二节 线性规划问题的图解法 .....	(278)
第三节 影子价格 .....	(285)
习题九 .....	(289)
<b>第三篇 概率论初步 .....</b>	<b>(294)</b>

---

第十章 随机事件及其概率.....	(294)
第一节 随机现象.....	(294)
第二节 随机事件.....	(295)
第三节 概率.....	(301)
第四节 概率的加法公式.....	(307)
第五节 条件概率与乘法公式.....	(310)
第六节 事件的独立性.....	(315)
第七节 独立试验序列模型.....	(319)
习题十.....	(321)
第十一章 随机变量及其分布.....	(323)
第一节 随机变量的概念.....	(323)
第二节 随机变量的分布.....	(325)
第三节 随机变量的数字特征.....	(336)
第四节 几种重要的离散型分布.....	(343)
第五节 几种重要的连续型分布.....	(350)
习题十一.....	(359)
第十二章 数理统计简介.....	(364)
第一节 基本概念.....	(364)
第二节 参数估计.....	(368)
第三节 假设检验.....	(374)
第四节 一元线性回归.....	(381)
习题十二 .....	(389)
附录一 常用统计数值表.....	(392)
附录二 积分表.....	(397)
习题答案参考.....	(409)
参考书目.....	(425)

# 第一篇 微积分

## 第一章 极限与连续

极限是微积分学中最基本的概念之一，微积分学中的许多概念都是由它引入的，如连续、导数、定积分等。本章将在中学数学的基础上对函数概念作必要的补充，然后介绍函数与数列的极限、函数的连续性，为学习微积分打好基础。

## 第一节 函 数

### 一、函数的概念

#### 1. 邻 域

邻域是特殊的数集,它是研究函数性质时常用的概念.

**定义 1** 设  $x_0$  是定值,  $\delta$  是一个正数, 区间  $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$  叫做  $x_0$  点的一个  $\delta$  邻域, 记为  $U(x_0, \delta)$ .

$U(x_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0 + \delta) = \{x \mid |x - x_0| < \delta\}$   
 $x_0$  叫做邻域的中心,  $\delta$  叫做邻域的半径(见图 1-1-1).

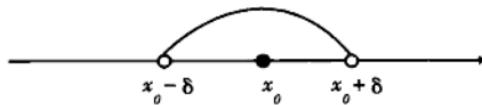


图 1-1-1

例如:  $U(2, 0.1) = (2 - 0.1, 2 + 0.1) = (1.9, 2.1)$ .

在  $x_0$  点的  $\delta$  邻域  $U(x_0, \delta)$  中去掉中心  $x_0$ , 称为  $x_0$  点的  $\delta$  去心邻域, 记为  $\dot{U}(x_0, \delta)$ (见图 1-1-2).

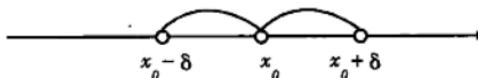


图 1-1-2

例如,  $\dot{U}(-1, 0.2) = (-1 - 0.2, -1) \cup (-1, -1 + 0.2)$   
 $= (-1.2, -1) \cup (-1, -0.8)$ .

当我们只注意变量在一个定点  $x_0$  附近变化时, 可以不写出邻域半径. 如  $U(x_0)$  表示  $x_0$  附近的数值,  $\dot{U}(x_0)$  表示除  $x_0$  以外的  $x_0$  附近的数值.

## 2. 函数的定义

变量之间以某种形式相互联系、相互制约的关系, 称之为函数.

**定义 2** 设在某个变化过程中有两个变量  $x$  和  $y$ , 变量  $y$  随变量  $x$  变化而变化, 当变量  $x$  在一个非空实数集合  $D$  上取某一数值时, 变量  $y$  依照某一对应规律  $f$  总有唯一确定的数值与之相对应, 则称变量  $y$  是变量  $x$  的函数, 记为  $y = f(x), x \in D$ .

其中,  $x$  叫做自变量,  $y$  叫做因变量或者函数.

自变量  $x$  的取值范围叫做函数  $y = f(x)$  的定义域. 若  $x_0$  是  $f(x)$  定义域中的一个点, 则称  $f(x)$  在  $x_0$  点有定义.

当  $x$  取定值  $x_0$  时所对应的  $y$  的数值  $y_0 = f(x_0)$  或  $y|_{x=x_0}$ , 称之为当  $x = x_0$  时  $y = f(x)$  的函数值. 若  $f(x_0) = 0$ , 则称  $x_0$  是函数  $f(x)$  的零点.

全体函数值的集合称为函数  $y = f(x)$  的值域.

若函数  $y = f(x)$  的定义域是数集  $D$ , 则它的值域是数集  $\{y | y = f(x), x \in D\}$ .

在实际问题中, 函数的定义域要根据实际问题的意义来确定. 例如, 每个茶碗的单价是 5 元, 买  $x$  个茶碗花  $y$  元钱的函数关系式是  $y = 5x$ , 其定义域是非负整数.

在数学中, 往往不考虑函数的实际意义, 而是抽象地研究用算式来表达的函数, 这时函数定义域的确定只要能保证算式有意义就行. 例如,  $y = x^2 + x$  的定义域是  $(-\infty, +\infty)$ ,  $y = \ln(x+1)$  的

定义域是 $(-1, +\infty)$ .

### 3. 确定函数的两个要素

从函数的定义知道, 函数关系是表达两个变量之间的相互依赖关系. 当自变量的取值范围和自变量与因变量之间的对应关系确立之后, 这个函数关系就完全被确定. 因此, 确定函数关系有两个要素: 一是定义域, 二是对应规律. 定义域, 对应规律完全相同的函数, 视为同一函数.

例 1 下列函数为同一函数的是( ) .

- A.  $y = \sqrt{x^2}$  与  $y = (\sqrt{x})^2$
- B.  $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  与  $y = x + 1$
- C.  $y = x$  与  $y = x(\sin^2 x + \cos^2 x)$
- D.  $y = \ln(x^2)$  与  $y = 2\ln x$

分析: A, B, D 所给的两个函数皆因定义域不同, 故不是同一函数. C 所给的两个函数定义域相同, 对应规律相同 ( $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ), 故是同一函数.

### 4. 函数表示方法

常用的函数表示方法有三种: 解析法(公式法)、表格法和图示法.

解析法就是用解析表达式(公式)表示函数关系的方法.

例如:  $y = \sin x$ ,  $s = \pi r^2$  等. 微积分学中研究的函数多用解析表达式表示.

表格法是用图表表示函数关系的方法, 例如车站上的里程票价表, 数学用表上的平方表、对数表、三角函数表等. 在研究社会经济现象时, 常采用这种表格法.

图示法是用平面直角坐标系中的曲线表示函数关系的方法. 如图 1-1-3 表示某日 24 小时内气温随时间的变化.

函数的三种表示方法各有优缺点, 在具体应用时, 常常是三种

方法配合使用.

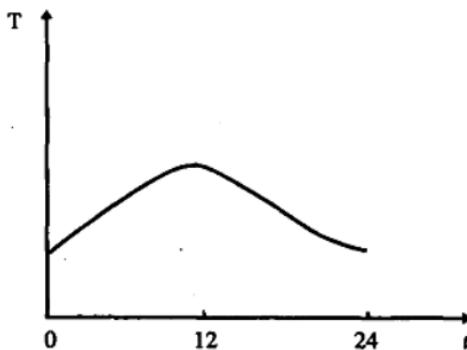


图 1-1-3

### 5. 分段函数

有些函数,对于其定义域内自变量不同的值,函数不能用一个统一的公式表示,而要用两个或两个以上的公式表示,这类函数称为分段函数.

**例 2** 在邮局从甲地往乙地邮寄包裹,重量不超过 1000 克的收费 3 元,超过 1000 克后,每增加 1 克增收 0.01 元的邮费. 现用  $x$  表示包裹的重量(单位:克), $y$  表示邮资(单位:元),则

$$y = \begin{cases} 3 & 0 < x \leqslant 1000 \\ 3 + 0.01 \times (x - 1000) & x > 1000 \end{cases}$$

当函数关系是一个分段函数时,应特别注意:

(1) 分段函数是用几个式子合起来表示的一个函数,而不是几个函数;

(2) 由于分段函数是用多个式子表示,所以每一段上自变量的取值范围必须明确标出;

(3) 对分段函数求函数值时,不同点的函数值应代入相应范