



21世纪高等院校通用教材

STANDARD UNIVERSITY TEXTBOOK SERIES FOR 21ST CENTURY

UNIVERSITY PHYSICS EXPERIMENTS

大学物理实验

(第2版)

主编 方利广



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS



21 世纪高等院校通用教材

Standard University Textbook Series for 21st Century

大学物理实验

(第 2 版)

主编 方利广

编写 (按姓氏笔划排序)

马 力 方利广

王慧琴 李 鸿

钟双英 郑 军

戚小平



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本教材全面提供了大学物理实验课程所需的各类实验项目及原理阐述。在实验的选择、编排及原理阐述各个方面充分吸收了国外国内先进的教学理念和教学方法,内容详尽,便于教师备课和授课,并充分开发学生的创造性潜能。

本书共有 53 个实验项目,分为三篇,第一篇为基础篇,第二篇为提高篇,第三篇为综合设计篇。本教材可供大学非物理专业的大学物理实验课程使用。根据不同专业的要求,可有选择地从中挑选实验项目。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/方利广主编. —2 版. —上海:同济大学出版社,2009.6

ISBN 978-7-5608-4004-8

I. 大… II. 方… III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 056416 号

大学物理实验(第 2 版)

方利广 主编

责任编辑 张智中 责任校对 徐春莲 装帧设计 潘向葵

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 同济大学印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 17.5

字 数 436 000

印 数 1—8 000

版 次 2009 年 6 月第 2 版 2009 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-4004-8

定 价 32.00 元

前 言

物理学是一门实验科学,物理学理论无一不是以实验中的新发现为依据,而又必须被进一步的实验来验证的。

根据物理实验教学内容改革的要求,本书所编实验项目,既保留必要的基础性实验,又增加综合性、设计性实验项目以及一些近代物理实验内容和一些反映现代科学技术和在工程技术中有用的物理实验内容。

在教材的编写过程中,充分吸收了国外国内先进的教学理念和教学方法,力求突出实验的设计思想和实验的方法、手段,以便更好地培养学生的实验技能 and 创新能力;注意对实验背景的介绍,同时尽可能地介绍一些与所选实验相关的实验技术及应用情况。考虑到各个学校的实验条件和教学安排的不同,我们只是在个别实验后面对实验仪器作了详细的介绍,大部分实验只对仪器做原理性的概括介绍,教师在教学中应向学生介绍仪器的使用说明,或向学生提供具体型号的仪器使用说明书。每本书配有完备的思考题和讨论题供教师备课、学生预习及考查、考试之用。

本书共有 53 个实验项目,分为三篇,第一篇为基础篇,第二篇提高篇,第三篇为综合设计篇。本教材可供大学理工科学生的大学物理实验课程及物理类专业普通物理实验课程使用,根据不同专业的要求,可有选择地从中挑选实验项目开设。教师在使用教材开设实验时,不一定要按本书顺序进行,也可按实验原理、实验方法和手段的难易程度分层次进行教学安排,第一学期可主要安排误差理论、数据处理和基础性实验;第二学期可安排提高性、综合设计性实验。在实际教学过程中,老师应对学生指定必做实验的部分内容,另根据实验室的条件,让学生自己选择实验题目。

本教材编写工作由方利广、郑军、戚小平、王慧琴、钟双英、李鸿、马力等完成,方利广老师统稿。同时,我们要感谢几十年来在南昌大学物理实验教学中辛勤工作过的所有老师,这本教材也是这些在实验教学第一线辛勤耕耘多年的教师在使用过程中日积月累、逐步完善的结晶。

由于编者水平有限,书中难免会有不妥和错误之处,恳请读者提出批评,并给予指正。

编者

2009 年 6 月

目 录

前言

绪论	(1)
----------	-----

第一篇 基础篇

实验 1 长度和圆柱体体积的测量	(21)
实验 2 物体材料密度的测定	(23)
实验 3 金属丝杨氏弹性模量的测定	(27)
实验 4 扭摆法测定物体转动惯量	(33)
实验 5 金属线胀系数的测定	(39)
实验 6 牛顿第二定律的验证	(43)
实验 7 动量守恒与机械能守恒	(48)
实验 8 金属导热系数的测量	(51)
实验 9 液体表面张力系数的测定	(56)
实验 10 静电场的描绘	(59)
实验 11 惠斯登电桥	(65)
实验 12 霍尔效应	(70)
实验 13 示波器的使用	(77)
实验 14 薄透镜焦距的测定	(82)
实验 15 光的等厚干涉	(88)

第二篇 提高篇

实验 16 液体比汽化热测量	(95)
实验 17 空气比热容比的测量	(99)
实验 18 液体黏滞系数的测量	(104)
实验 19 声速的测量	(107)
实验 20 弦音实验	(112)
实验 21 铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线	(118)
实验 22 亥姆霍兹线圈磁场	(124)
实验 23 电表的改装	(130)
实验 24 热电偶的定标与温度的测量(电位差计)	(136)
实验 25 电子束的偏转与聚焦现象	(141)
实验 26 交流电桥	(147)
实验 27 分光计的调节与使用	(149)

实验 28	光栅衍射	(155)
实验 39	偏振光实验	(158)
实验 30	迈克尔逊干涉仪	(164)
实验 31	RLC 串联电路暂态特性的研究	(169)
实验 32	全息照相	(173)
实验 33	单缝衍射与光强分布测量	(177)
实验 34	旋光仪的使用	(182)
实验 35	阿贝折射仪	(186)
实验 36	模拟心向量环的投影实验	(190)
实验 37	眼镜的光学原理	(193)

第三篇 综合设计篇

实验 38	冰的比溶解热	(201)
实验 39	非线性电阻伏安特性曲线测定	(203)
实验 40	双棱镜干涉测波长	(205)
实验 41	动态法测量杨氏模量	(209)
实验 42	普朗克常量的测量(光电效应)	(215)
实验 43	F-P 干涉仪测波长差	(219)
实验 44	空气折射率的测量	(222)
实验 45	传感器实验	(226)
实验 46	超声光栅测声速	(230)
实验 47	密立根油滴实验	(235)
实验 48	非平衡电桥	(243)
实验 49	典型光学系统设计	(247)
实验 50	光学傅里叶变换及光信息处理	(250)
实验 51	夫兰克-赫兹实验	(258)
实验 52	用小型棱镜摄谱仪测定光波波长	(263)
实验 53	利用非平衡电桥设计数字温度计	(268)
附 录		(269)

绪 论

§ 1 物理实验须知

1. 物理实验的意义与任务

物理学是自然科学中一门重要的基础学科。物理学的研究方法通常是在观察和实验的基础上,对物理现象进行分析、抽象和概括,从而建立物理定律,形成物理理论,再回到实验中去经受检验。可以说,实验和科学分析相结合是物理学研究中的一个特点。

在研究物理现象时,实验的任务不仅是观察物理现象,更重要的是找出各物理量之间的数量关系,找出它们变化的规律。任何一个物理规律的确立,都必须根据大量的实验材料。即使已确立的物理定律,如果出现了新的实验事实与这个定律相违背,那么便需要修正原有的物理定律和物理理论。因此说,物理实验是物理理论的基础,它是理论正确与否的试金石。

最近数十年来,物理学与其他学科一样,发展很快,尤其是核物理、激光、计算机等现代科学技术应用于物理实验,反映了物理实验技术发展的新水平。科学技术的发展使人们越来越感到物理实验技术的重要。在对学生的实验训练过程中,通过物理理论的运用与物理现象的观测分析,理论与实验相互补充以加深和扩大学生的物理知识,这是大学物理学习的一个重要环节。

物理实验是理工科大学学生进行科学实验训练的基础课程,是各专业后继实验课的基础之一。它的主要任务如下:

(1) 学习物理实验的基本理论,包括一些典型的实验方法及其物理思想,例如电磁学实验中的模拟法、伏安法、电桥法、补偿法、示波法等,以有助于学生们思维与创造能力的培养。

(2) 使学生获得必要的实验知识和操作技能的训练,培养学生初步具有以下各方面的科学实验能力,即正确使用仪器、进行测量、处理数据、分析结果以及写实验报告等。

(3) 培养学生严格、细致、实事求是、刻苦钻研、一丝不苟的科学态度以及爱护国家财产的道德品质,培养学生善于动脑、乐于动手、讲究科学方法、遵守操作规程、注意安全等科学习惯。

2. 物理实验课的学习特点

由于客观上存在着学生人数与仪器设备数量之间的矛盾,一个班的学生不可能同时进行同一个内容的实验,而只能用分阶段循环的办法来安排实验。实验课与理论课不同,它的特点是同学们在教师指导下自己动手,独立地完成实验任务。通常,每个实验的学习都要经历三个阶段。

2.1 实验的准备

实验前,必须认真阅读讲义,做好必要的预习,才能按质按量按时完成实验。预习的同时,

要写好预习报告。

在学生预习实验教材的基础上,实验前,指导教师要对仪器设备进行介绍,操作示范,让学生在正式做实验之前,有机会了解实验装置,学会仪器的使用,以便进一步做好实验。

2.2 实验的进行

此阶段包括仪器的安装和调整、观察实验现象和选择测试条件、读数及数据记录、计算及分析实验结果等。

进入实验室要遵守实验规则,实验过程中,可能会出现故障,应该在教师的指导下,分析故障原因,学会排除故障的本领。实验完毕,做好仪器设备的整理工作。

2.3 书写实验报告

撰写实验报告训练学生具有以书面形式汇报实验结果的能力。

3. 怎样写实验报告

3.1 预习报告

预习报告要求在正式实验前写好,内容包括:

(1) 实验目的:说明本实验的目的及应达到的要求。

(2) 原理摘要:在理解的基础上,用简短的文字扼要阐述实验原理,切忌整篇照抄。力求做到图文并茂,图指原理图、电路图、光路图等。写出实验所用的主要公式,说明式中各量的意义、单位以及适用条件等。

(3) 设计好数据记录表格。

3.2 实验报告

实验报告的主要内容包括:

(1) 目的:说明本实验的目的。

(2) 仪器:记录实验所用仪器(包括规格和编号),记录仪器编号是一个好的工作习惯,便于以后必要时对实验进行复查。记录仪器规格可以使同学逐步熟悉它,以便正确读数和培养选用仪器的能力。

(3) 原理:在理解的基础上,用简短的文字扼要阐述实验原理,切忌整篇照抄。力求做到图文并茂,图指原理图、电路图、光路图等。写出实验所用的主要公式,说明式中各量的意义、单位以及适用条件等。

(4) 实验内容和观测现象记录。

(5) 数据:数据记录应做到清晰有条理,尽量采用列表法,特别注意在标题栏内要注明单位。数据不得任意涂改。确实测错而无用的数据,可在旁边注明“作废”,不要任意划去。

(6) 数据处理与计算:这是实验报告的重要部分,是最后的实验成果,包括作图、计算结果与误差估算,其中作图要用坐标纸,计算时要写明文字公式,再代入数值进行运算,不确定度估算要预先写出不确定度公式,最后按标准形式写出实验结果。必要时,注明结果的实验条件。

(7) 作业题与附注:完成教师指定的思考题,对实验中出现的说明和讨论,写出实验心得或建议等。

实验报告要求做到书写清晰,字迹端正,内容简明扼要。实验报告一律用专用的实验报告纸写。

4. 实验规则

为了保证实验正常进行,以及培养严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯,制订以下

规则,希望同学们遵照执行:

- (1) 学生应在实验安排表规定的时间内进行实验,不得无故缺席或迟到。
- (2) 学生每次实验前,要对实验进行预习,并在预习基础上,写预习报告。
- (3) 进入实验室后,应将预习报告放在桌上由教师检查,并回答教师的提问,经检查合格,才能进行实验。不预习、无预习报告者不得进行实验。
- (4) 实验时,应携带必要的物品,如文具、计算器和草稿纸等。
- (5) 开始实验前,先根据仪器清单核对自己将使用的仪器有否缺少或损坏,发现问题,及时向教师提出。
- (6) 实验时,操作动作应谨慎细心,严格遵守各种仪器仪表的操作规则及注意事项,尤其是电学实验,线路接好要经教师检查,经许可后才能接通电源,以免发生意外。
- (7) 实验完毕,应将实验数据交给教师检查,实验合格教师签字通过者,方可离开实验室。
- (8) 实验时,应保持实验室安静,实验完毕,应将仪器、桌椅恢复原状,放置整齐。
- (9) 如有仪器损坏,应及时报告教师,并填写损坏单,说明损坏原因。赔偿办法根据学校有关规定处理。

§ 2 测量、误差和数据处理

1. 测量与误差

1.1 测量

物理实验不仅要定性观察各种物理现象,更重要的是找出有关物理量之间的定量关系。为此就需要进行测量。测量的意义就是将待测的物理量与一个选来作为标准的同类量进行比较,得出它们之间的倍数关系。选来作为标准的同类量称之为单位,倍数称为测量数值。由此可见,一个物理量的测量值等于测量数值与单位的乘积。一个物理量的大小是客观存在的,选择不同的单位,相应的测量值就不同。单位愈大,测量数值愈小,反之亦然。

测量可分为两类。一类是直接测量,如用直尺测长度、以秒表计时间、以天平称质量、以安培表测电流等;另一类是间接测量,是根据直接测量所得的数据,由一定的公式,通过运算得出所需要的结果,例如直接测出圆柱体的底面半径 R 和高 H ,应用公式 $V = \pi R^2 H$,以求出其体积 V 。在物理量的测量中,绝大部分是间接测量,但直接测量是一切测量的基础。不论是直接测量或是间接测量,都要满足一定的实验条件,按照正确的方法及正确地使用仪器,才能得出应有的结果。

1.2 误差

物理量在客观上有确定的数值,称为真值。然而在实际测量时,由于实验条件、实验方法和仪器精度等的限制,以及实验人员技术水平的原因,使得测量值与真值之间有一定的差异。我们定义测量值 X 与真值 T_x 的差值为测量误差,简称误差,用 δ 表示,即

$$\delta = X - T_x$$

任何测量都不可避免地存在误差,所以,一个完整的测量结果应该包括测量值和误差两个部分。既然测量不能得到真值,那么,怎样才能最大限度地减小测量误差,并估算出这误差的范围呢?要回答这些问题,首先要了解误差产生的原因及其性质。

误差的表示形式,有绝对误差和相对误差之分。

绝对误差 $\pm\Delta X$ 表示测量结果 X 与真值 T_x 之间差值以一定的可能性(概率)出现的范围,即真值以一定的可能性(概率)出现在 $(X-\Delta X, X+\Delta X)$ 区间内。

相对误差 $E = \Delta X/T_x$,表示绝对误差在整个物理量中所占的比重,一般用百分数表示。

仅仅根据绝对误差的大小不能全面评价一个测量结果的可靠程度,还需要看测定值本身的大小,或者说看相对误差。例如,测量一长度为1000m,绝对误差1m。测量另一长度为100cm,绝对误差1cm。后者的相对误差为1%,而前者为0.1%,所以,我们认为前者较后者更可靠。

1.3 误差的分类

测量误差按其产生的原因与性质可分为系统误差、随机误差和过失误差三大类。

(1) 系统误差

系统误差的特点是有规律性,测量结果要么都大于真值,要么都小于真值。或在测量条件改变时,误差也按一定规律变化。系统误差的来源有以下几个方面:

① 由于测量仪器的不完善、仪器不够精密或安装调整不妥,如刻度不准、零点不对、天平臂不等长、砝码未经校准等。

② 由于实验理论和实验方法不完善,所引用的理论与实验条件不符,如在空气中称质量而没有考虑空气浮力的影响,所以测得结果就偏小;测电压时未考虑电压表内阻对电路的影响等。

③ 实验者个人的生理或心理特点、缺乏经验引入的误差。例如,有人习惯于侧坐斜视读数、眼睛辨色能力较差等,使测量值偏大或偏小。

系统误差出现有一定的规律性,所以,我们可以根据仪器的缺点尽可能地加以校正,改变实验方法,在计算公式中加入修正项,纠正不良实验习惯,这样可以使系统误差降到最低限度。

(2) 偶然误差(又称随机误差)

在相同的条件下,对同一物理量进行多次测量,即使系统误差减小到最小程度,测量值仍然会出现一些难以预料和无法控制的起伏,而且测量误差的绝对值和符号在随机变化,这种误差称为偶然误差。

偶然误差主要来源于人们视觉、听觉和触觉等感觉能力的限制以及实验环境偶然因素的干扰。例如温度、湿度、电源电压的起伏、振动等因素的影响。从个别测量值来看,它的数值带有随机性,但是测量次数足够多的话,就会发现随机误差遵从一定的统计规律,可以用概率理论来估算它。

系统误差与偶然误差的关系:系统误差与偶然误差的区别不是绝对的,在一定的条件下,它们可以相互转化。如砝码误差,对于制造商来说,它是偶然误差,对于使用者来说,它是系统误差。又如测量对象的不均匀性(如小球直径、金属丝的直径等),既可以当作系统误差,又可以当作偶然误差。有时,系统误差与偶然误差混在一起,也难于加以区分。例如,测量者使用仪器时的估读误差往往既包含系统误差,又包含偶然误差。这里的系统误差是指他读数时总是有偏大或偏小的倾向,偶然误差是指他每次读数时偏大或偏小的程度又是互相不相同的。

(3) 过失误差(粗大误差)

这种误差是由于实验者仪器使用不正确、实验方法及操作不合理造成的。如读错数据、记错数据等,这种误差在实验进程中应绝对避免。克服错误的方法,除端正工作态度、严格执行操作规程外,可用与另一些测量结果相比较的办法发现纠正,或者用剔除坏值准则来判别异常数据并加以剔除。

2. 测量的不确定度和测量结果的表示

2.1 测量的不确定度

测量误差存在于一切测量中,由于测量误差的存在而对测量值不能确定的程度,即为测量的不确定度,它给出测量结果不能确定的误差范围。一个完整的测量结果不仅要标明其量值大小,还要标出测量的不确定度,以表明该测量结果的可信赖程度。

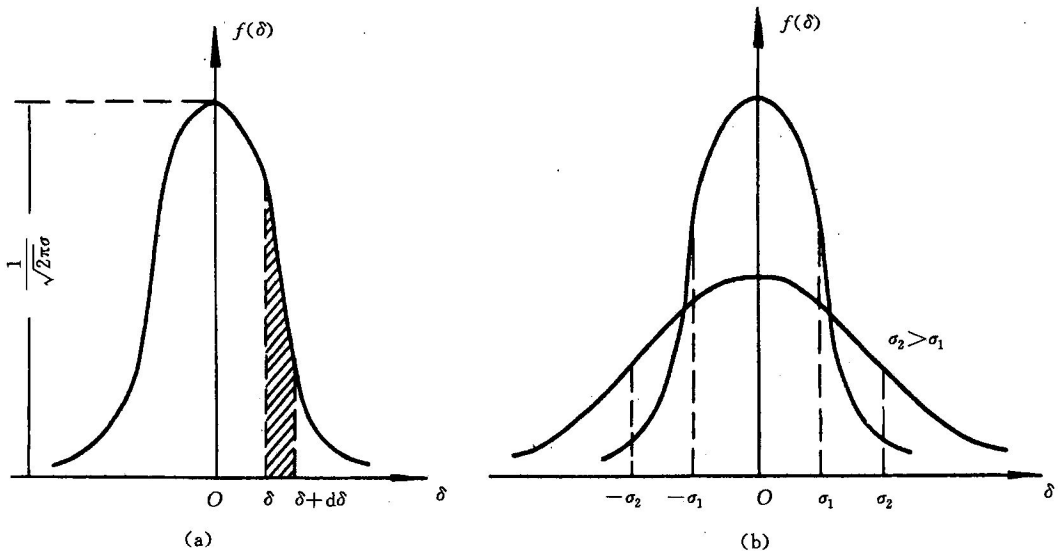
目前世界上已普遍采用不确定度来表示测量结果的误差,我国从 1992 年 10 月开始实施的《测量误差和数据处理技术规范》中,也规定了使用不确定度评定测量结果的误差。

通常,不确定度按计算方法分为两类,即用统计方法对具有随机误差性质的测量值计算获得的 A 类分量 Δ_A 以及用非统计计算方法获得的 B 类分量 Δ_B 。

2.2 偶然误差与不确定度的 A 类分量

2.2.1 偶然误差的分布与标准偏差

偶然性是偶然误差的特点。但是,在测量次数相当多的情况下,偶然误差仍然服从一定的统计规律。在物理实验中,多次独立测量得到的数据一般可近似看作为正态分布。正态分布的特征可以用正态分布曲线形象地表示出来,如图绪-1 所示。



图绪-1 随机误差的正态分布曲线

测量值 x 的正态分布函数为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-v}{\sigma}\right)^2\right) \quad (1)$$

其中, v 表示 x 出现的概率最大的值,在消除系统误差后, v 为真值, σ 称为标准偏差,它反映了测量的离散程度。

定义

$$\xi = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

表示变量 x 在 (x_1, x_2) 区间出现的概率,称为置信概率。 x 出现在 $(v-\sigma, v+\sigma)$ 之间的概率为

$$\xi = \int_{v-\sigma}^{v+\sigma} f(x) dx = 0.683 \quad (2)$$

式(2)表示对任一次测量出现在 $(v-\sigma, v+\sigma)$ 区间的可能性为 0.683。为了给出更高的置信水平,置信区间可扩展为 $(v-2\sigma, v+2\sigma)$ 和 $(v-3\sigma, v+3\sigma)$,其置信概率分别为

$$\xi = \int_{v-2\sigma}^{v+2\sigma} f(x) dx = 0.954 \quad \text{和} \quad \xi = \int_{v-3\sigma}^{v+3\sigma} f(x) dx = 0.997 \quad (3)$$

2.2.2 多次测量平均值的标准偏差

尽管一个物理量的真值 v 是客观存在的,但由于随机误差的存在,企图得到真值的愿望仍然不能实现,我们只能估算 v 值。根据偶然误差的特点,可以证明,如果对一个物理量测量了相当多次后,分布曲线趋于对称分布,其算术平均值就是真值 v 的最佳值。如果对物理量 x 测量 n 次,每一次测量值为 x_i ,则算术平均值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4)$$

x 的标准偏差可用贝塞尔公式估算,为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (5)$$

其意义为任一次测量的结果落在 $(\bar{x}-\sigma_x)$ 到 $(\bar{x}+\sigma_x)$ 区间的概率为 0.683。

由于算术平均值是测量结果的最佳值,最接近真值,因此,我们更希望知道 $\bar{x}$ 对真值的离散程度。误差理论可以证明 $\bar{x}$ 的标准差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

式(6)表示,平均值的标准偏差是 n 次测量中任意一次测量值标准差的 $1/\sqrt{n}$,显然, $\sigma_{\bar{x}}$ 小于 σ_x 。 $\sigma_{\bar{x}}$ 的意义是待测物理量处于 $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ 区间内的概率为 0.683。从式(6)中可以看出,当 n 为无穷大时, $\sigma_{\bar{x}} = 0$,即测量次数无穷多时,平均值就是真值。

值得注意的是,测量次数相当多时,测量值才近似为正态分布,上述结果才成立。在测量次数较少的情况下,测量值将呈 t 分布(此知识请查阅有关资料)。测量次数较少时, t 分布偏离正态分布较多,当测量次数较多时(例如多于 100 次), t 分布趋于正态分布。 t 分布时, $\bar{x} \pm \sigma_x$ 的置信概率不是 0.683。在这种情况下, $x = \bar{x} \pm t_{\xi} \sigma_{\bar{x}} = \bar{x} \pm t_{\xi} \sigma_x / \sqrt{n}$ 的置信概率是 ξ 。在物理实验中,我们建议置信概率采用 0.95。 $t_{0.95}$ 和 $t_{0.95/\sqrt{n}}$ 的值见表绪-1。

表绪-1

n	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	≥ 100
$t_{0.95}$	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.14	2.09	≤ 1.97
$\frac{t_{0.95}}{\sqrt{n}}$	2.48	1.59	1.204	1.05	0.926	0.843	0.770	0.715	0.553	0.467	≤ 0.139

2.2.3 不确定度的 A 类分量

不确定度的 A 类分量一般取多次测量平均值的标准偏差及置信概率为 0.95。从表 1 中

可以看出, $n=6$ 时, 有 $t_{0.95}/\sqrt{n}\approx 1$, 取 $\Delta_A=\sigma_x$, 即在置信概率为 0.95 的前提下, A 类不确定度 Δ_A 可以用测量值的标准偏差 σ_x 估算。

2.3 不确定度的 B 类分量

凡是不能用统计方法来处理的不确定度均为 B 类不确定度, 不确定度的 B 类分量是用非统计方法计算的分量, 如仪器误差等。不确定度的 B 类分量 Δ_B 在我们的物理实验中可简化用仪器标定的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表述, 即不确定度的 B 类分量 Δ_B 取仪器标定的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 。 $\Delta_{\text{仪}}$ 包含了仪器的系统误差, 也包含了环境以及测量者自身可能出现的变化(具随机性)对测量结果的影响。 $\Delta_{\text{仪}}$ 可从仪器说明书中得到, 它表征同一规格型号的合格产品, 在正常使用条件下, 可能产生的最大误差。一般而言, $\Delta_{\text{仪}}$ 为仪器最小刻度所对应的物理量的数量级(但不同仪器差别很大)。

例如, 模拟(指针)电表的最大允差是量程乘级别的百分数, 即若量程为 100V 的一级电压表, 测量一个电池的电动势为 1.5V。仪表的不确定度为 1.0V。若量程为 10V, 则降低到 0.1V。对于数字电表, 仪器最大允差为读数乘级别的百分数, 再加上最末位的若干单位。即: 如某精度为 1.0 级的三位半电表, 用 100.0V 量程测量电池电动势, 读数为 1.5V。按其说明书, 读数乘级别的 1%, 再加上末位的(譬如)5 个单位。则测量结果的不确定度为 $(0.015+0.5)\text{V}=0.52\text{V}$ 。改用 10.00V 量程, 则为 $(0.015+0.05)\text{V}=0.065\text{V}$ 。

某些常用仪器的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 见表绪-2。

表绪-2

某些常用实验仪器的最大允差

仪器名称	量程	最小分度值	最大允差
钢板尺	150mm	1mm	$\pm 0.10\text{mm}$
	500mm	1mm	$\pm 0.15\text{mm}$
	1000mm	1mm	$\pm 0.20\text{mm}$
钢卷尺	1m	1mm	$\pm 0.8\text{mm}$
	2m	1mm	$\pm 1.2\text{mm}$
游标卡尺	125mm	0.02mm	$\pm 0.02\text{mm}$
		0.05mm	$\pm 0.05\text{mm}$
螺旋测径器 (千分尺)	0~25mm	0.01mm	$\pm 0.004\text{mm}$
七级天平 (物理天平)	500g	0.05g	0.08(接近满量程) 0.06g(1/2 量程附近) 0.04g(1/3 量程附近)
三级天平 (分析天平)	200g	0.1mg	1.3mg(接近满量程) 1.0mg(1/2 量程附近) 0.7mg(1/3 量程附近)
普通温度计 (水银或有机溶剂) 精密温度计(水银)	0~100°C	1°C	$\pm 1^\circ\text{C}$
	0~100°C	0.1°C	$\pm 0.2^\circ\text{C}$

续表

仪器名称	量程	最小分度值	最大允差
电表(0.5级) 电表(0.1级)			$0.5\% \times \text{量程}$ $0.1\% \times \text{量程}$
数字万用表			$\alpha\% \cdot U_x + \beta\% \cdot U_m$ (其中 U_x 表示测量值即读数, U_m 表示满度值即量程, α, β 对不同的测量功能有不同的读值。通常将 $\beta\% \cdot U_m$ 用“数字”表示, 如“2个字”等)

不确定度的 B 类分量是用非统计方法计算的分量,有时还包括测量者估算产生的部分 $\Delta_{\text{估}}$,对于刻度式仪表,测量估算的不确定度 $\Delta_{\text{估}}$ 常常小于仪器最小刻度的一半;对于数字式仪表,如果数字稳定,没有估算不确定度;如果数字跳动变化,记录其稳定表示的值。如果用秒表测量时间,估算误差为 0.2s 左右。在几十秒钟的时间段,远大于仪器的最大允差。在暗室中做几何光学实验,进行长度测量时,长度的估算误差也可达 $\pm(1 \sim 2)\text{mm}$ 。

对于 $\Delta_{\text{估}}$ 和 $\Delta_{\text{仪}}$,选二者中较大的为测量值的 B 类不确定度。

2.4 测量结果的表示

2.4.1 测量结果的表示

若用不确定度表征测量结果的可靠性程度,则测量结果写成下列标准形式:

$$x = \bar{x} \pm u$$

$$u_r = \frac{u}{\bar{x}} \times 100\% \quad (7)$$

式中, $\bar{x}$ 为多次测量的平均值, u 为合成不确定度, u_r 为相对不确定度。合成不确定度 u 由 A 类不确定度 Δ_A 和 B 类不确定度 Δ_B 采用均方根合成方式得到:

$$u = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \quad (8)$$

若 A 类分量有 n 个, B 类分量有 m 个,那么,合成不确定度为

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta_{A_i}^2 + \sum_{i=1}^m \Delta_{B_i}^2} \quad (9)$$

2.4.2 直接测量的不确定度计算过程

(1) 单次测量时,大体有以下 3 种情况:

- (a) 仪器精密度较低,偶然误差很小,多次测量读数相同,不必进行多次测量;
- (b) 对测量的准确度要求不高,只测一次就够了;
- (c) 因测量条件的限制,不可能多次重复测量。

单次测量的结果也应以式(9)表示测量结果。这时, u 常用极限误差 Δ 表示。 Δ 的取法一般有两种:一种是仪器标定的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$;另一种是根据不同仪器、测量对象、环境条件、仪器灵敏阈等估计一个极限误差。二者中取数值较大的作为 Δ 值。

(2) 多次测量时,不确定度以下面的过程进行计算:

(a) 求测量数据的算术平均值:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

(b) 修正已知的系统误差, 得到测量值(如螺旋测微器必须消除零误差);

(c) 用贝塞尔公式计算标准差:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}$$

(d) 标准差乘以一置信参数 $t_{0.95}/\sqrt{n}$, 若测量次数 $n=6$, 取 $t_{0.95}/\sqrt{n}=1$, 则 $\Delta_A = \sigma_x$;

(e) 根据仪器标定的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 确定 $\Delta_B = \Delta_{\text{仪}}$;

(f) 由 Δ_A, Δ_B 合成不确定度:

$$u = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$$

(g) 计算相对不确定度:

$$u_r = \frac{u}{x} \times 100\%$$

(h) 给出测量结果:

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm u \\ u_r = \frac{u}{x} \times 100\% \end{cases}$$

例 1 在室温 23°C 下, 用共振干涉法测量超声波在空气中传播的波长 λ , 数据见下表, 试用不确定度表示测量结果。

N	1	2	3	4	7	8
λ/cm	0.6872	0.6854	0.6840	0.6880	0.6820	0.6880

解 波长 λ 的平均值为

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \lambda_i = 0.6858(\text{cm})$$

任意一次测量值的标准差为

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (\bar{\lambda} - \lambda_i)^2}{(6-1)}} = \sqrt{\frac{2.9 \times 10^3 \times 10^{-8}}{5}} \approx 0.0024(\text{cm})$$

实验装置的游标示值误差为: $\Delta_{\text{仪}} = 0.002\text{cm}$

波长不确定度的A类分量为: $\Delta_A = \sigma_\lambda = 0.0024\text{cm}$

B类分量为: $\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.002\text{cm}$

于是, 波长的合成不确定度为

$$u_\lambda = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{(0.0024)^2 + (0.0020)^2} \approx 0.0031(\text{cm})$$

相对不确定度为

$$u_{\lambda} = \frac{u_{\lambda}}{\lambda} \times 100\% = 0.45\%$$

测量的结果表达为

$$\begin{cases} \lambda = (0.6858 \pm 0.0031) \text{ cm} \\ u_{\lambda} = 0.45\% \end{cases}$$

2.4.3 间接测量不确定度的计算

间接测量量是由直接测量量根据一定的数学公式计算出来的。这样一来,直接测量量的不确定度就必然影响到间接测量量,这种影响的大小也可以由相应的数学公式计算出来。设间接测量所用的数学公式可以表为如下的函数形式:

$$N = F(x, y, z, \dots) \quad (10)$$

式中的 N 是间接测量量, $x, y, z, \dots$ 是直接测量量, 它们是相互独立的量。设 $x, y, z, \dots$ 的不确定度分别为 $u_x, u_y, u_z, \dots$, 它们必然影响到间接测量量, 使 N 值也有相应的不确定度 u 。由于不确定度都是微小的量, 相当于数学中的“增量”, 因此, 间接测量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同。不同之处如下:

- (1) 要用不确定度 u_x 等替代微分 dx 等;
- (2) 要考虑到不确定度合成的统计性质, 一般是用“方、和、根”的方式进行合成。

$$u = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 (u_z)^2 + \dots} \quad (11)$$

$$u_r = \frac{u_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 (u_z)^2 + \dots} \quad (12)$$

上面的第一个式子适用于 N 是和差形式的函数, 上面的第二个式子适用于 N 是积商形式的函数。

间接测量不确定度表示结果的计算过程如下:

- ① 先写出(或求出)各直接测量量的不确定度。
- ② 依据 $N = F(x, y, z, \dots)$ 的关系求出 $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \dots$ 或 $\frac{\partial \ln F}{\partial x}, \frac{\partial \ln F}{\partial y}, \dots$ 。

$$\textcircled{3} \text{ 用 } u = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 (u_z)^2 + \dots}$$

或

$$u_r = \frac{u_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 (u_z)^2 + \dots}$$

求出 u 和 u_r 。

- (3) 亦用传递公式直接用各直接测量量不确定度进行计算(见表绪-3)。

表绪-3

常用函数的不确定度传递公式

测量关系	不确定度传递公式
$N=x+y$	$u=\sqrt{u_x^2+u_y^2}$
$N=x-y$	$u=\sqrt{u_x^2+u_y^2}$
$N=kx$	$u=ku_x, u_r=\frac{u}{x}$
$N=\sqrt[k]{x}$	$u_r=\frac{1}{k} \cdot \frac{u}{x}$
$N=xy$	$u_r=\sqrt{u_{rx}^2+u_{ry}^2}$
$N=\frac{x}{y}$	$u_r=\sqrt{u_{rx}^2+u_{ry}^2}$
$N=\frac{x^k \times y^m}{z^n}$	$u_r=\sqrt{(ku_{rx})^2+(mu_{ry})^2+(nu_{rz})^2}$
$N=\sin x$	$u_r= \cos x u_x$
$N=\ln x$	$u=u_{rx}$

(4) 给出实验结果:

$$\begin{cases} N=\bar{N}+u \\ u_r=\frac{u}{\bar{N}} \times 100\% \end{cases} \quad \bar{N}=f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$$

例 2 已知金属环的内径 $D_1=(0.288 \pm 0.004)\text{cm}$, 外径 $D_2=(3.600 \pm 0.004)\text{cm}$, 高度 $H=(2.575 \pm 0.004)\text{cm}$ 。求金属环的体积, 并用不确定度表示实验结果。

解 求金属的体积:

$$\bar{V}=\frac{\pi}{4}(D_2^2-D_1^2)H=\frac{\pi}{4} \times (3.600^2-2.880^2) \times 2.575=9.436\text{cm}^3$$

$$\text{求偏导:} \quad \frac{\partial \ln V}{\partial D_2}=\frac{2D_2}{D_2^2-D_1^2}, \frac{\partial \ln V}{\partial D_1}=\frac{-2D_1}{D_2^2-D_1^2}, \frac{\partial \ln V}{\partial H}=\frac{1}{H}$$

$$u_{rV}=\frac{u_V}{\bar{V}}=\sqrt{\left[\frac{2D_2 u_{D_2}}{D_2^2-D_1^2}\right]^2+\left[\frac{-2D_1 u_{D_1}}{D_2^2-D_1^2}\right]^2+\left(\frac{u_H}{H}\right)^2} \xrightarrow{\text{(代入数据)}} 0.008=0.8\%$$

$$\text{求出} \quad u_V=\bar{V}u_{rV}=9.436 \times 0.008 \approx 0.08\text{cm}^3$$

实验结果为

$$\begin{cases} V=(9.44 \pm 0.08)\text{cm}^3 \\ u_{rV}=0.8\% \end{cases}$$

2.5 不确定度分析的意义和不确定度均分定理

2.5.1 不确定度分析的意义

我们已经知道, 不确定度表征测量结果的可靠程度, 反映测量的精确度。另外, 更重要的是人们在接受一项测量任务时, 要根据测量不确定度的要求设计实验方案, 选择仪器和实验环