新课标

核心知识点速记手册

公式定律概念互联网

主编 孟庆飞

图解+表解

知识结构一目了然 核心考点易懂易记

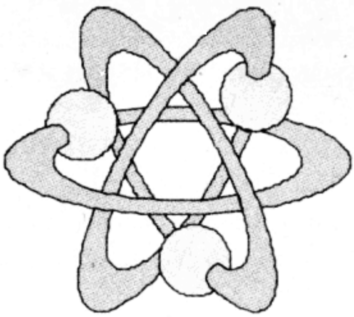
高中数学

吉林教育出版社

GONGSHI DINGLV GAINIAN

公式定律概念

互联网



[高中数学]

主编　孟庆飞

编者　胡　亮　刘　丹　张　洪
祁青松　曹瑛珂　丁　齐
李　阳　王思凯　杨丽新
马　特　朱　宇　蔡　莹

吉林教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

公式定律概念互联网. 高中数学/孟庆飞主编. —长春：吉林教育出版社，2009. 6

ISBN 978-7-5383-5696-0

Ⅰ. 公… Ⅱ. 孟… Ⅲ. 数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 102636 号

书　　名　公式定律概念互联网 高中数学

主　　编　孟庆飞

责任编辑　杨　琳　　　装帧设计　张沭沉

出　　版　吉林教育出版社

（长春市同志街 1991 号　邮编 130021）

发　　行　吉林新概念传媒有限公司

（长春市同志街 1991 号　邮编 130021）

印　　刷　长春市赛德印业有限公司

（长春市净月小合台工业区银丰路 237 号　邮编 130117）

开　　本　880×1230　1/64

印　　张　4.25

字　　数　170 000

版　　次　2009 年 7 月第 1 版　2009 年 7 月第 1 次印刷

印　　数　9440

定　　价　7.80 元

目录

第一章　集合与简易逻辑

1. 集　合 …………………………………………… [1]

2. 简易逻辑 ………………………………………… [6]

第二章　函　数

1. 函　数 …………………………………………… [11]

2. 基本初等函数 …………………………………… [31]

3. 函数与方程 ……………………………………… [38]

第三章　数　列

1. 数　列 …………………………………………… [48]

2. 等差数列与等比数列 ………………………… [52]

3. 数学归纳法 ……………………………………… [59]

第四章　三角函数

1. 角的概念的推广与弧度制 …………………… [60]
2. 三角函数及其公式 ………………………… [64]
3. 三角函数的图象与性质 …………………… [73]
4. 解三角形 ………………………………… [80]

第五章　平面向量

1. 向量的有关概念 ……………………………… [84]
2. 向量的运算 ………………………………… [87]
3. 向量的重要定理与公式 …………………… [97]

第六章　不 等 式

1. 不等式的有关概念与性质 ………………… [101]
2. 不等式的证明 ……………………………… [104]
3. 解不等式 ………………………………… [107]

第七章　直线与圆的方程

1. 直　线 ………………………………… [114]
2. 圆 ………………………………………… [127]

第八章　圆锥曲线方程

1. 椭　圆 …………………………………… [136]

2. 双曲线 …………………………………… [143]

3. 抛物线 …………………………………… [150]

4. 直线与圆锥曲线的位置关系 ………………… [153]

第九章　立体几何

1. 直线与平面 ………………………………… [156]

2. 简单几何体 ………………………………… [172]

3. 空间向量 …………………………………… [188]

第十章　排列、组合与二项式定理

1. 计数原理 …………………………………… [196]

2. 排列与组合 ………………………………… [198]

3. 二项式定理 ………………………………… [201]

第十一章　概率与统计

1. 概　率 …………………………………… [203]

2. 统　计 …………………………………… [208]

第十二章　极限与连续

1. 极　限 ………………………………………… [217]

2. 函数的连续性 …………………………………… [224]

第十三章　微 积 分

1. 导　数 ………………………………………… [228]

2. 微　分 ………………………………………… [236]

3. 不定积分 ……………………………………… [238]

4. 定积分 ………………………………………… [251]

第十四章　复　数

1. 复数的概念与数系扩充 ………………………… [255]

2. 复数的运算 …………………………………… [258]

第一章 集合与简易逻辑

1. 集 合

知识互联网

- 集合
  - 集合的概念
    - 集合的分类
      - 按元素性质分
        - 数 集
        - 点 集
        - 具有其他属性的集合
      - 按元素个数分
        - 空 集
        - 有限集
        - 无限集
    - 集合的表示法
      - 列举法
      - 描述法
      - 图示法
    - 集合中元素的性质
      - 确定性
      - 互异性
      - 无序性
  - 集合与集合的关系
    - 包含关系：子集、真子集、全集
    - 相等关系：$A\subseteq B$,且$B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$
    - 运算关系：交集、并集、补集
  - 运算与性质
    - 交换律 结合律
    - 分配律 反演律
    - 传递性

第一章 集合与简易逻辑

考点文件夹

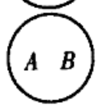
❖1.1 集合的分类与性质

集合	一般地，某些指定的对象集在一起，就称为一个集合，也简称集．或者说符合某种条件（或具有某种性质）的全体就构成了一个集合．
集合的分类	集合 　按元素性质分 　　数　集（元素是数） 　　点　集（元素是点） 　　具有其他属性的集合 　按元素个数分 　　空　集（不含有任何元素） 　　有限集（元素的个数是有限个） 　　无限集（元素的个数是无限个）
集合的表示法	**列举法：**把集合中的元素一一列举出来的方法． **描述法：**用确定的条件来表示某些对象是否属于这个集合的方法． **图示法：**有时为了直观起见，用“框”或“圆”表示集合及其相互关系的方法．
集合中元素的性质	**确定性：**一个对象，或者属于该集合，或者不属于该集合，二者必居其一． **无序性：**在集合里，不考虑元素之间的顺序，只要元素完全相同，就是同一个集合． **互异性：**集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的元素归入一个集合时，只能算作这个集合的一个元素．

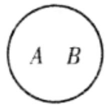
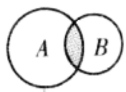
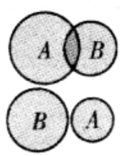
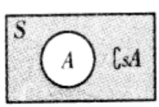
（续表）

元素与集合的关系	(1)元素与集合的关系是“属于”与“不属于”的关系，某个对象 x 要么在集合 A 中，要么不在集合 A 中. 如果 x 在 A 中，记为：$x\in A$，读作“x 属于 A”；如果 x 不在 A 中，记为：$x\notin A$，读作“x 不属于 A”. (2)元素与集合之间是个体与整体的关系. (3)“$\in$”与“$\notin$”不能随便用来表示集合与集合之间的关系，除非某个集合是另一个集合的“元素”！

❖1.2 集合与集合的关系

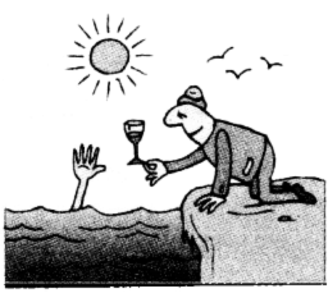
名称	定义	图示	性质
子集	若对任意的 $x\in A$，都有 $x\in B$，则称 A 是 B 的子集. 记作：$A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$）. 规定：空集是任何集合的子集.		(1)$A\subseteq A$ (2)$\varnothing\subseteq A$ (3)若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$. (4)有 n 个元素的集合的子集个数是 2^n.
真子集	若 $A\subseteq B$，且至少有 $b\notin A$，$b\in B$，则称 A 是 B 的真子集. 记作：$A\subsetneqq B$（或 $B\supsetneqq A$）. 规定：空集是任何非空集合的真子集.		(1)$\varnothing\subsetneqq A(A\neq\varnothing)$ (2)若 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$. (3)有 n 个元素的集合的真子集的个数是 2^n-1.

（续表）

名称	定义	图示	性质
相等集合	若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则 $A=B$.		两个相等的非空集合 A 和 B，它们的元素是完全相同的.
交集	$A\cap B=\{x\mid x\in A$，且 $x\in B\}$		(1) $A\cap A=A$ (2) $A\cap\varnothing=\varnothing$ (3) $A\cap B=B\cap A$ (4) $A\cap B\subseteq A$ $A\cap B\subseteq B$ (5) $A\cap B=A\Leftrightarrow B\supseteq A$ (6) $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$
并集	$A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$		(1) $A\cup A=A$ (2) $A\cup\varnothing=A$ (3) $A\cup B\supseteq B$（或 A） (4) $A\cup B=B\cup A$
补集	若 $A\subseteq S$，则 $\complement_S A=\{x\mid x\in S$，且 $x\notin A$，$A\subseteq S\}$.		(1) $A\cup\complement_S A=S$ (2) $A\cap\complement_S A=\varnothing$ (3) $\complement_S(\complement_S A)=A$ (4) $\complement_S(A\cup B)=(\complement_S A)\cap(\complement_S B)$ (5) $\complement_S(A\cap B)=(\complement_S A)\cup(\complement_S B)$ (6) $\complement_S\varnothing=S$ (7) $\complement_S S=\varnothing$

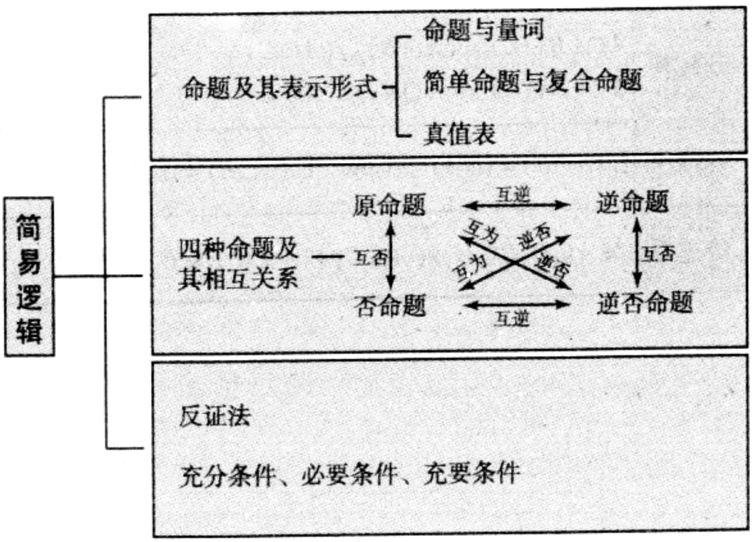
❖1.3 集合的运算与性质

交换律	$A\cap B=B\cap A$　$A\cup B=B\cup A$
结合律	$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$　$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$
分配律	$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$ $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
反演律	$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$　$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$
传递性	若 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$;若 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,则 $A\subsetneqq C$.



2. 简易逻辑

知识互联网



考点文件夹

❖2.1 命题与量词

命题	定义	可以判断真假的语句叫做命题.
	说明	(1)并不是任何语句都是命题.疑问句、祈使句、感叹句都不是命题. (2)一个命题可以用小写字母来表示,如 p、q、r……
	真命题	正确的命题叫做真命题.
	假命题	错误的命题叫做假命题.

（续表）

量词	全称量词	短语“所有”在陈述中表示所述事物的全体，逻辑中通常叫做全称量词，并用符号“$\forall$”表示.
	全称命题	含有全称量词的命题叫做全称命题. 例：$\forall x\in M$，$p(x)$.
	存在量词	短语“有一个”或“有些”或“至少有一个”在陈述中表示所述事物的个体或部分，逻辑中通常叫做存在量词，并用符号“$\exists$”表示.
	存在性命题	含有存在量词的命题叫做存在性命题. 例：$\exists x\in M$，$q(x)$.

❖2.2 简单命题与复合命题

逻辑联结词	定义	“或”、“且”、“非”这些词叫做逻辑联结词.
	说明	**或**：两个简单命题至少一个成立. **且**：两个简单命题都成立. **非**：对一个命题的否定.
简单命题与复合命题	简单命题	不含逻辑联结词的命题叫做简单命题.
	复合命题	由简单命题与逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.
	表示形式	(1)简单命题常用小写字母 p、q、r……来表示. (2)复合命题有三类：①p 或 q；②p 且 q；③非 p.

❖2.3 真值表

定义	表示命题真假的表叫做真值表. 利用真值表可以判断复合命题的真假.

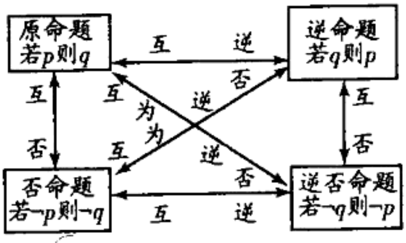
（续表）

<table>
<tr><td>表示形式</td><td>p 或 q</td><td>p 且 q</td><td>非 p</td></tr>
<tr><td>判定真假</td>
<td>
<table>
<tr><td>p</td><td>q</td><td>p 或 q</td></tr>
<tr><td>真</td><td>真</td><td>真</td></tr>
<tr><td>真</td><td>假</td><td>真</td></tr>
<tr><td>假</td><td>真</td><td>真</td></tr>
<tr><td>假</td><td>假</td><td>假</td></tr>
</table>
◆说明：
(1) 当 p、q 至少有一个为真时，p 或 q 为真.
(2) 当 p、q 都为假时，p 或 q 为假.
</td>
<td>
<table>
<tr><td>p</td><td>q</td><td>p 且 q</td></tr>
<tr><td>真</td><td>真</td><td>真</td></tr>
<tr><td>真</td><td>假</td><td>假</td></tr>
<tr><td>假</td><td>真</td><td>假</td></tr>
<tr><td>假</td><td>假</td><td>假</td></tr>
</table>
◆说明：
(1) 当 p、q 都为真时，p 且 q 为真.
(2) 当 p、q 中至少有一个为假时，p 且 q 为假.
</td>
<td>
<table>
<tr><td>p</td><td>非 p</td></tr>
<tr><td>真</td><td>假</td></tr>
<tr><td>假</td><td>真</td></tr>
</table>
◆说明：
(1) 当 p 为真时，非 p 为假.
(2) 当 p 为假时，非 p 为真.
</td>
</tr>
</table>

❖2.4 四种命题及其相互关系

<table>
<tr><td rowspan="4">四种命题</td><td>互逆命题</td><td>在两个命题中，如果第一个命题的条件（或题设）是第二个命题的结论，且第一个命题的结论是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题.</td></tr>
<tr><td>互否命题</td><td>在两个命题中，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的条件的否定和结论的否定，那么这两个命题叫做互否命题.</td></tr>
<tr><td>互为逆否命题</td><td>在两个命题中，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定，那么这两个命题叫做互为逆否命题. 互为逆否的两个命题同真假.</td></tr>
<tr><td colspan="2">在互逆命题、互否命题和互为逆否命题中，如果把其中一个命题叫做原命题，那么另一个命题分别叫做原命题的逆命题、否命题和逆否命题.</td></tr>
</table>

（续表）

<table>
<tr><td>相互关系</td><td>

◆说明：p、q 分别表示原命题的条件和结论，$\neg p$、$\neg q$ 分别表示 p、q 的否定.</td></tr>
<tr><td>命题的真假与等价</td><td>(1) 原命题为真，它的逆命题不一定为真.
(2) 原命题为真，它的否命题不一定为真.
(3) 原命题为真，它的逆否命题一定为真.
(4) 原命题与它的逆否命题是等价的.
(5) 原命题的逆命题与它的否命题是等价的.</td></tr>
</table>

❖2.5 反证法

反证法	原命题与它的逆否命题是等价的告诉我们：如果从正面证明命题为真较难时，可以反过来证明它的逆否命题为真，这就是反证法的理论依据.
反证法证明命题的一般步骤	**第一步**：假设命题的结论不成立，即假设结论的反面成立. **第二步**：从这个假设出发，经过推理论证，得出矛盾. **第三步**：由矛盾判定假设不正确，从而肯定命题的结论正确.

(续表)

选用反证法的几种情形	**第一种**:问题的结论共有 n 种情况,而要证明其中一种成立,可想到用反证法把其他 $(n-1)$ 种情况都排除,从而确定只有这一种情况成立. **第二种**:命题是用否定的形式叙述的. **第三种**:命题是用"至少"、"至多"这些词语叙述的. **第四种**:条件简单,结论复杂,而且结论与条件之间很难找到联系,而它的逆命题易证.

◆2.6 充分条件、必要条件、充要条件

充分条件	定义	如果 p 成立,那么 q 成立,即 $p\Rightarrow q$,就说 p 是 q 成立的充分条件.
	从集合观点看	若集合 $P\subseteq Q$,则 P 是 Q 的充分条件.
必要条件	定义	如果 q 成立,那么 p 成立,即 $q\Rightarrow p$,或者,如果 p 不成立,那么 q 就不成立,这时我们就说 p 是 q 成立的必要条件.
	从集合观点看	若集合 $Q\subseteq P$,则 P 是 Q 的必要条件.
充要条件	定义	如果 $p\Rightarrow q$,又有 $q\Rightarrow p$,我们就说 p 是 q 成立的充分必要条件,简称充要条件,即 $p\Leftrightarrow q$.
	从集合观点看	若集合 $P=Q$,则 P 是 Q 的充分必要条件.