



卫生部“十一五”规划教材
供基础、临床、预防、口腔医学类专业用

医用物理学 实验教程

主 编 邓 玲
副主编 江 键 屈学民



人民卫生出版社
PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE

卫生部“十一五”规划教材
供基础、临床、预防、口腔医学类专业用

医 用 物 理 学

实验教程

主 编 邓 玲

副主编 江 键 屈学民

编 者 (以姓氏笔画为序)

马显光 (第三军医大学)	陈仕国 (第三军医大学)
文 峻 (第四军医大学)	屈学民 (第四军医大学)
邓 玲 (第三军医大学)	梁媛媛 (第二军医大学)
甘 平 (重庆医科大学)	董法杰 (第二军医大学)
龙开平 (第四军医大学)	蒋 洪 (第三军医大学)
宁 旭 (第三军医大学)	廖新华 (第三军医大学)
江 键 (第二军医大学)	

人 民 卫 生 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

医用物理学实验教程/邓玲主编. —北京:人民卫生出版社, 2009. 11

ISBN 978-7-117-12111-8

I. 医… II. 邓… III. 医用物理学—实验—医学院校—教材 IV. R312-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 180610 号

门户网: www.pmph.com	出版物查询、网上书店
卫人网: www.hrhexam.com	执业护士、执业医师、 卫生资格考试培训

医用物理学实验教程

主 编: 邓 玲

出版发行: 人民卫生出版社(中继线 010-67616688)

地 址: 北京市丰台区方庄芳群园 3 区 3 号楼

邮 编: 100078

E - mail: pmph@pmph.com

购书热线: 010-67605754 010-65264830

印 刷: 北京机工印刷厂(万通)

经 销: 新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 12

字 数: 284 千字

版 次: 2009 年 11 月第 1 版 2009 年 11 月第 1 版第 1 次印刷

标准书号: ISBN 978-7-117-12111-8/R·12112

定 价: 22.00 元

版权所有, 侵权必究, 打击盗版举报电话: 010-87613394

(凡属印装质量问题请与本社销售部联系退换)

前 言



物理实验是理工农医类大学低年级学生接受科学实验能力系统训练的必要环节。物理实验课程的设立早已脱离验证理论结果的教育轨道，而成为创新教育中的一个重要环节。学生在实验室里比在课堂上具有更大的自由度，可以更有个性地进行探索式、主动性的学习。可以使学生通过课前的思考和预见、课堂的实验和讨论、课后的总结和撰写报告等，受到严格、系统的实验技能训练，掌握科学实验的基本知识、方法和技巧，培养理论联系实际、分析问题、解决问题的能力，在提高敏锐的观察力和严谨的思维能力的同时，不断增强综合能力和创新意识。事实上，在我们先前的教学过程中，许多同学已经表现出了较强的探索精神和创新能力。我们精心选编本教材，将经典的物理实验以及我们在医用物理实验教学中的创意奉献给后来的学习者，希望同学们取得更多更好的创新成果。

本教材有以下几个特点：

1. 突出“以学生为主体、以学习为中心”的教育思想 在每一个实验开篇提出预习要求，并设计预习问题供学生和老师检验预习的效果。同时，在内容的关键之处，或用下划线加以强调，或用对话框提出问题引发思考，或用框图理出线索，尽可能降低学生在预习时的难度。

2. 突出个性化学习的新型教育理念 本教材在一些实验中设计了选做内容，在书后给出了一些参考文献，以满足不同专业、不同学生的个性化学习需求。

3. 构建分层次递进的新型教学模式 本教材将实验内容编写为“基础性实验、综合性实验和创新设计性实验”。基础性实验是以培养学生严谨而科学的实验技能为主要目标；综合性实验难度有所增加，要求有所提高，通常提出了拓展应用要求，在老师的引导下，用已使用过的主要实验仪器或实验方法检测某个新的物理量或研究新的物理规律；教材中的设计性实验只写出参考性题目与必要的提示，要求学生在教师指导下，独立设计并完成实验。通过从低到高的学习要求，逐步体验从基础到前沿的学习内容，实现从接受知识型到培养综合能力型的递进式发展教学目标。

4. 发挥优秀学生的示范作用 本教材选编少量优秀学生设计性实验论文摘要，增加了教材的亲和力，榜样示范效应可以启发学生的创新思维，增加学生做创新设计性实验的动力和信心，有效地激发学生的“比赛”心理。

本书由中国人民解放军第二军医大学、第三军医大学、第四军医大学和重庆医科大

学联合编写，由邓玲和陈仕国统稿，最后由邓玲定稿。第三军医大学物理学与生物物理学教研室任克非、马显光、许佳为本书的插图、校对等做了大量的具体工作。本书的编写得到第三军医大学教务处、生物医学工程与医学影像学院和各编者所在单位的关心和支持，在此表示感谢！

为了进一步提高本书的质量，以供再版时修改，因而诚恳地希望各位读者、专家提出宝贵意见。

编 者

2009 年 11 月



目

录



绪论	1
第一节 物理实验课程的地位和作用	1
第二节 物理实验课程的基本环节	1
第三节 物理实验常用的实验方法	3
第四节 测量与误差理论	5
第一篇 基础性实验	18
实验 1 基本测量	18
实验 2 用恒力矩法测转动惯量	26
实验 3 杨氏模量的测量	33
实验 4 液体表面张力系数的测量	39
实验 5 液体黏滞系数的测量	45
实验 6 万用电表的使用	49
实验 7 半导体点温度计	54
实验 8 光电效应	57
附：仿真部分 用光电效应法测普朗克常数	61
实验 9 用补偿法测电动势	65
第二篇 综合性实验	70
实验 10 应变式电阻传感器灵敏度的研究及应用	70
实验 11 利用霍尔效应测量磁场	77
实验 12 声速测量方法比较	82
实验 13 眼镜的光学原理研究	89
实验 14 分光计的调节及应用	93
实验 15 激光全息照相术	103
实验 16 显微摄影技术	108
实验 17 盖革计数器的坪特性研究	113
实验 18 示波器的工作原理及应用	120
实验 19 利用光学多道分析器测定氢原子光谱	132
实验 20 X 射线成像原理及应用	140

实验 21 B 超的应用	145
实验 22 磁共振现象的观察和共振频率测量(仿真实验)	152
第三篇 设计性实验	156
实验 23 物理因子对液体力学性质的调控研究	160
实验 24 物理因子对血液流变学特性的调控研究	161
实验 25 光学仪器的组装与参数测量设计	162
实验 26 多用电表的设计	164
实验 27 人体电特性研究	166
实验 28 传感器应用研究	168
实验 29 声阻抗测量技术的研究	170
参考文献	172
附录	173
附录 1 重庆市首届《医学物理创新设计竞赛》获奖论文摘要	173
附录 2 常用物理参数和常数	178
附录 3 常用照相冲洗液配方	182



绪 论

第一节 物理实验课程的地位和作用

实验课是使学生将所学知识活化、物化和技能化的极其有效的环节。实验室是让学生学会从实践中发现问题、解决问题和将已有的知识运用到实际中去的重要培训场所,是培养高素质、具有创新能力的科学研究与应用人才的重要基地。物理实验教学的目的,并不要求学生在课堂上去发现全新的物理现象和规律,而是要从现实中已知的(常常是规定的)物理现象和规律的教学环境中培养出会科学地做实验的人。因此,医用物理实验不必要特别注重物理实验内容和生物学科以及医学对象的衔接,而是要在学生还未接触专业学习之前,根据医学生对物理学基本知识和技能的需要,使学生在实验室的培训基地上,自主地通过“深入了解物理原理、熟练掌握测量仪器、学习应用实验方法、综合解决实际问题”的科学训练过程,努力通过学时数不多的实验教学,有效地提高科学实验素质和能力,培养创新意识和实现研究目标的探索精神,更有成效地提高综合素质。我们也希望,参加物理实验课程学习的同学们一开始就能明确这一点。

第二节 物理实验课程的基本环节

尽管物理实验的类型、内容、目标和方法等有诸多不同,但从整个

教学过程来说,大致可以划分为几个共同的基本环节。

一、实验课前的准备

为了提高实验课的教学效果,教师和学生都要让自己在课前就进入教学的预定环境。学生要通过预习教材,熟悉实验的内容和目标;通过仪器使用说明或预操作,初步掌握主要仪器的使用要领;根据实验的内容和目标,设计自己的实施方案、原始数据记录表格;联系相关理论课的学习要点,深入考察和思考相关问题。在预习的基础上,写出实验预习报告(应包括实验目的、实验器材、实验原理、实验步骤、实验数据记录表格),经教师检查认可后,方能进入实验室做实验。为了方便学生把握重点,我们对一些比较重要但又容易被忽视的内容进行了强调,并提醒大家思考,希望同学们在阅读教材时引起重视。

二、实验课中的控制

实验课更加强调过程而不是结果。实验过程具有相当的不确定性,实验条件变化、实验仪器的差异和仪器故障都会影响实验的进程。因此,不要期望实验过程一帆风顺,遇到问题要冷静分析和处理。事实上,学生正是在处理实际问题的过程中,知识得到巩固,能力得到锻炼,良好的心理素质才能逐渐形成。

学生要尽可能在实验教学的过程中实现几个“转换”:

1. 从认识他人的“idea”到产生自己的“idea”,并且通过自觉或不自觉的差异评价,加深对物理科学知识的实验性的理解。
2. 从深奥抽象的学科结构学习转换为具体可及的探索式学习。
3. 从现实世界现象向物理信息表达形式有效转换,逐渐从概念上去把握所观察的对象。
4. 从对物理状况的设想向科学预见的转换,不断提高科学素养。

如实记录实验条件、实验现象和实验结果,是正确分析物理规律和实验过程的基础,也是培养学生实事求是的科学态度的重要环节。物理实验对数据记录的真实性和准确性有近乎“苛求”的要求。①数据记录时强调不可更改性(用钢笔或圆珠笔记录,不得用铅笔记录),如确因操作错误、认读错误需要更改数据,应标明原因;②记录数据应正确显示测量精度,即保留正确的有效数字位数;③实验数据必须在课堂上经教师签字认可。

三、实验课后的总结

实验课的教学效果是需要课后的工作来巩固的。学生在实验完成后必须及时完成实验报告,对实验进行全面总结。它是培养科学表达能力的重要环节。对实验报告总的要求是:格式规范、书写认真、阐述清晰、语句简练、图表适当、结果完整、分析到位。

完整的实验报告应由以下几个部分组成:①实验名称;②实验目的;③实验原理:要能简明扼要地给出直接依据的基本原理,包括公式和思路;④实验设备:记下实验中实际用到的测量仪器、附加设备和样品等必要的技术参数;⑤实验步骤:概要地记下实验进行的主要过程,包括实验内容、操作要点及注意事项等;⑥实验数据:包括原始记录、根据原始数据所整理的表格、曲线以及计算过程和结果;⑦实验结果:包括结果的误差分析、规范表达的数字结果和文字说明;⑧讨论分析:包括对实验过程中出现的现象和问题的讨

论、对影响实验结果的因素的分析、对思考题的回答以及个人的认识和体会等。另外,回答课后的思考题。

第三节 物理实验常用的实验方法

对医学生而言,物理实验不是专业课,与实用技术相比,更强调实验方法、思维方法的培养。要达到这一培养目标,有必要从方法论的角度审视每一个实验,并在实验的过程中逐渐掌握这些方法,为在今后专业课的学习和其他实践活动中灵活运用这些方法打下良好的基础。在本教程中,用到的基本实验方法包括比较法、转换法、缩放法、补偿法、模拟法、仿真法等。限于篇幅只作概要介绍。

一、比较法

通过将待测未知量与已知标准量进行比较,从而达到测量目的的方法称为比较法。比较法又可分为直接比较法和间接比较法。

如果把待测的未知量和能给出相同的物理量的标准量的测量仪表直接进行比较就是直接比较法。直接比较法的基础是重合。比如利用米尺计测量长度、利用电子表测量时间间隔等。但是,大部分未知的测量对象难以进行直接测量,只可以利用一些直接的测量结果的组合以及它们之间确定的函数关系而通过转换间接获得所需的结果,这就是间接比较法。间接比较法的基础是转换。比如,用水银温度计测量温度,表面上是温度计给出直接读数,但其实是间接通过水银柱的长度随着温度变化而呈线性变化的函数关系给出的结果。其中的关键是把水银柱长度转换成了对应的温度刻度。这种间接测量仪表的转换常称作标定。又如放射性活度的测量只能通过测量计数等再由间接计算得出结果。需要强调的是,由于间接比较法的基础是变换,而变换的方法可能有多种,因而间接比较法常常蕴含着有关研究方法的设计思路。深入了解其中的思路和依据是十分必要的。

二、转换法

转换法是利用变换原理通过各种确定的量效关系,借助于效应的测量来间接测量造成效应原因的物理量。对于同一个物理量,可能会产生种种不同的物理效应,因此就对应着诸多可能的转换途径和思路。转换法的关键是转换的合理和有效。这一点正是物理学实验创造性活力的根源所在,是推动理论发展的动力所在。物理的转换法大致可分为参量变换法和能量转换法两种基本类型。

参量转换法的基本思路是:把一个难于测得或难于精确测得的物理量,通过参量变换而变更成一组更容易测得或者精确测得的测量对象,而该测量对象和欲测量的物理量之间存在着简单的换算关系。比如,用弹簧秤测质量本质上是转换成测重力来实现的。

能量转换法的基本思路是:把测量过程中的具体对象的信息载体的形式进行转换,使其成为更易于记录、分析、储存的形式;一般是把力、热、声、光、磁等非电信号转换成电信号。我们把具有能量形式转换功能的元器件称为换能器或传感器。也就是说,使用了传感器的实验其实就采用了能量转换法。

三、缩放法

当测量的物理量对于常规的测量方法和通用的测量仪器来说,已经接近或超过可测量的限度,不能给出满足精度要求的读数时,我们可以把被测的对象放大或者缩小,从而可以得到满意的结果,这种方法称作缩(小)放(大)法。缩放法的关键是放大倍数的稳定。放大法更为常用,有:①累计放大法,即把不易精确测量的微小量倍加起来,再把测量结果除以倍数;②机械放大法,即通过机械传动装置把微小量通过放大的传动比而适当放大;③还有利用光学或电学的放大器件进行放大的光电放大法等。常用的测微螺旋计和千分尺等就是利用了机械放大法;测微小转角的平面镜反射法和利用显微镜读数就是利用了光学放大法;利用了放大电路的测量仪表就利用了电子学的放大技术,等等。

四、补偿法

一般说来,测量操作总会对待测对象产生影响。比较容易理解的例子是,当用伏特表测量电源电动势时,由于测量时已不同于开路状态,所测电压值小于电动势,这是由于伏特表消耗待测电源能量引起的,如果用另外的方式将电源输出能量回输(补偿)给电源,就可消除这种影响,提高测量的精度,这种方法就称为补偿法。

五、模拟法

模拟法是一种间接的测量方法,它是通过对一个与测试对象物理状态或过程相似而且易于实现的模型的研究和测量来间接研究待测现象的方法。模拟法是一种用途很广泛的测试方法,特别是随着电子计算机模拟技术的发展,常能对测量困难甚至无法实现的物理量或物理过程给出十分逼真的结果。特别对于某些破坏性实验或成本较高的原始实验,模拟实验往往是十分重要的手段。模拟法的关键是等效性和保真性。等效性和保真性的降低或丢失可能会带来荒谬的结论,这是应该特别注意的。模拟法基本上是由数学模拟法、物理模拟法或它们的组合构成的。数学模拟法是把对某个物理量或过程的测试用另一个本质虽不相同但服从相同的数学规律的物理量或物理过程的研究或测试来代替。比如,我们可以用稳定电流场模拟静电场等。物理模拟法就是通过实验装置模拟真实的条件对同一个物理本质的对象的研究。比如,大家所熟悉的“风洞”实验就是利用一种高速气流装置来模拟飞行器在大气中飞行时的真实流体动力学条件的。

六、仿真法

仿真法是电子计算机技术和数字化模拟法的有机结合,是一种新型的实验方法。它仿照真实的实验装置的结构和功能通过软件的编制完全再现,使得全部的物理实验过程都能在计算机虚拟的平台上实现。由于它的巨大的资源共享性和无损的装备使用寿命,使得仿真法在现代教育和训练中发挥出越来越大的作用。目前,由于多方面条件的限制,物理仿真实验开设的数量比较少,也不够普遍。我们仅选用普朗克常数的测量、磁共振等少数实验作为例子,让大家体会一下仿真实验的学习方式,同学们可以在课余时间完成更多的仿真实验。

以上所说的几种基本实验方法,在物理实验中,也在科学实验活动中得到广泛应用。

还有很多有效的方法未介绍。事实上,多种实验方法往往是交织在一起,综合运用,很难截然分开。希望大家不断从实验中总结这些具有方法学意义的知识和技能,并通过完成一定的设计性和综合性实验逐步积累,全面地提高自己的实验技能。

第四节 测量与误差理论

医用物理实验的定性观察和定量测定是不可分割的两个方面。为了揭示物理量间的内在数量关系,必须运用测量器具对相关的物理量进行科学测量。

一、测量的定义

所谓测量就是将待测的物理量与同类量的标准单位进行比较,其倍数(可为整数,也可为小数)为该待测量测量值的实验过程。要确定一个物理量的大小必须使用仪器来进行测量。测量是人类认识和改造世界的重要手段之一。只有通过科学测量,才能对客观事物获得数量的概念;才能将测量结果进行归纳和分析,以总结出一般规律。

二、测量的分类

(一) 按测量形式不同分类

测量按其测量形式不同,可分为直接测量和间接测量两大类。

1. 直接测量 能够直接用仪器读出测量值的测量,称为直接测量。例如,用米尺测量人的身高;用磅秤称量人的体重;用电子表测量人的心率和用天平称物体质量等,这一类型测量都属于直接测量。

2. 间接测量 无法直接用仪器读出测量值,只能由一个或多个直接测量值,通过已知的函数关系计算出最终测量值的测量,称为间接测量。许多物理量(如固体的体积等)没有直接读数的仪表,只能先用仪器测量一些必需的直接测量值,然后利用这些直接测量值,通过一定公式计算出待测的物理量。例如,测球体的体积可先直接测出球的直径,再通过直径与体积的计算公式求出其体积;人体内肝脏的大小,通常就是利用超声诊断仪进行间接测量的;测量导体的电阻 R ,可通过直接测量加于导体两端的电压 U 和流过两端的电流 I 后,再由公式 $R=U/I$ 计算出来等等,这一类型测量都属于间接测量。

(二) 其他方式分类

无论是直接测量还是间接测量,都又可分为单次测量和多次测量。而且,多次测量又分为等精度测量和不等精度测量。在实验中,对同一待测量,用同一仪器(或精度相同的仪器),在同一实验条件下进行的多次测量称为等精度测量;否则,称为不等精度测量。等精度测量所得到的各个测量值的可靠性是相同的。为了提高测量的精度,在物理实验中将尽量采用等精度测量。

三、误差理论的基本知识

在实际的测量过程中总会有误差。现在,虽然随着科学技术的发展可以将测量误差控制得愈来愈小,但是误差仍然是不可避免的。误差理论是计量科学的重要组成部分之一。本课程仅对医用物理学实验中所要涉及的误差理论知识作一个基本介绍,使同学们

对误差理论有一个基本认识,并能将这种认识运用于实验数据的处理中。

(一) 误差的定义

在一定条件下,每一个物理量都具有一个不以人的意志为转移的确切值。这个客观存在的真切值就是该物理量的真实值,简称真值。科学测量的目的总是力图得到真实值。但是,由于实验理论的近似性、实验仪器的灵敏度和分辨能力的局限性、环境的不稳定性等因素的影响,其测量值只能是真实值的近似值。因为,测量仪器的精度总会存在一定的限制(如有最小刻度),不同测量者的主观观察能力各有所不同,外加由于外界环境的偶然变化都会对测量产生一定偏差。因此,任何测量值总是真值的近似值。测量值与真值(或公认值)的偏差称为测量误差,简称误差。

(二) 误差的分类

根据误差的性质及产生原因,可分为系统误差、偶然误差和过失误差三种。

1. 系统误差

(1) 定义:在同等条件下(方法、仪器、环境和测量者都不变)多次测量同一量值时,符号和绝对值保持相对恒定或按一定规律变化的测量误差,称为系统误差。这主要是由于实验仪器或装置的不完善、实验方法本身或理论的不完善等原因所引起的。

(2) 特征:系统误差的特征是其确切性。例如,测量值总是有规律地比真值偏大或者总是比真值偏小。产生系统误差的原因主要有:①仪器与调整误差:测量仪器的缺陷或调节不准(如砝码的质量不准、仪器的零点不准或零点漂移);②理论与方法误差:测量方法欠佳(如公式的近似性较差,达不到理论要求的条件);③环境误差:测量中未考虑某些确定性因素(如环境、温度、接触电阻、空气浮力等的影响);④个人误差:测量者个人的读数总是偏大或偏小等。

(3) 消除:系统误差是可以针对产生原因设法修正或消除的。主要方法有:选用精度较高的仪器;改进实验的设计及环境条件并改良测量者读数的习惯等。

2. 偶然误差(随机误差)

(1) 定义:在同一条件下多次测量同一物理量时,测量值总是以不可预知的方式变化(在消除系统误差之后依然如此)的测量误差,称为偶然误差(也称为随机误差)。它是由许多不可预测的偶然因素所决定的。它出现的机会和大小分布具有数学统计性规律,其规律性由高等数学分支——《概率论与数理统计》加以重点研究。

(2) 特征:偶然误差的特征是其随机性。其测量值虽然比真值或偏大或偏小不定,但服从一定的数学统计规律,为误差理论研究的主要对象。常见的情况是:测量值比真值偏大或偏小的可能性(即几率)相等;小误差比大误差出现的几率大。产生偶然误差的原因主要是:由于人们感观(如听觉、视觉、触觉等)分辨力的不尽相同,表现为每个人对测量值的估读能力不一致;周围环境因素的偶然变化(如环境温度、气流、气压等的波动,杂散电磁场的干扰)以及其他不可预测的次要因素的影响。

(3) 减小:偶然误差是不可避免的,也是无法控制的。但是,由于偶然误差的出现服从一定的统计规律,所以,可以通过一定的数学相关理论(称之为误差理论)来减小它。例如,采用增加等精度测量的测量次数取平均值的方法来减小偶然误差等。

3. 过失误差(粗大误差)

(1) 定义:由于测量者粗心大意或实验条件发生突变或者因实验方法错误等原因而

引起的测量误差,称为过失误差(也称为粗大误差)。

(2) 特征:它是在测量的客观条件下无法合理解释的那些突出误差。这主要是观测者在观测、记录和整理数据过程中,由于实验方法错误、缺乏经验、粗心大意和疲劳等原因引起的。它与测量中的系统误差和偶然误差是有根本区别的。

(3) 消除:这种错误应当而且能够通过实验者纠正实验方法、仔细认真地测量而加以克服。在科学实验中,应该尽量消除过失误差。由于缺乏实验经验,刚进入实验阶段的学生容易出现过失误差。因此,应在实验指导教师的帮助下,不断总结经验,提高实验技能,尽量防止过失误差的出现。

(三) 偶然误差的估算

由于系统误差和过失误差是可以消除的,因此在以下的讨论中,约定在一般情况下系统误差和粗大误差已经修正或消除,只讨论偶然误差对测量结果的影响。

1. 直接测量的误差估算

(1) 单次直接测量的误差:在医用物理学实验中,由于条件的不许可或者对测量准确度要求不高等原因,对物理量只进行了一次直接测量。在这种单次测量的情况下,可将仪器出厂检定书上的或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果仪器上没有注明仪器误差,也可取仪器的最小刻度的一半作为单次测量的误差。

(2) 多次直接测量的误差:一般情况下,待测量的真值是不知道的。根据误差理论的数学推导可知,为了减少偶然误差,在可能的情况下尽量采用多次测量的方法,将各测量值的算术平均值作为测量的结果。例如,在同样条件下对某物理量的 n 次测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 用 $\bar{X}$ 表示其算术平均值:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (0-1)$$

根据误差理论可知,在消除系统误差后,通过等精度多次测量的算术平均值最接近于真值,而且随着测量次数 n 的增加,其算术平均值将愈来愈接近真值。因此,在这种情况下,测定值的偶然误差可用算术平均偏差或者均方根偏差表示出来。

算术平均偏差是各次测量值与算术平均值之差(称为偏差)绝对值的平均值。用 ΔX 表示算术平均偏差,

$$\text{则 } \Delta X = \frac{1}{n}(|x_1 - \bar{X}| + |x_2 - \bar{X}| + |x_3 - \bar{X}| + \dots + |x_n - \bar{X}|) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}| \quad (0-2)$$

均方根偏差也称为标准偏差。它是将各次测量值与平均值的差值先平方求其平均值,然后再开方。其均方根偏差的计算式为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \quad (0-3)$$

算术平均偏差和标准偏差都可以作为测定值误差大小的量度。它们都表示在一组多次测量的数据中,各个测量数据之间分散的程度。如果算术平均偏差或标准偏差较大,则表示各数据之间差别较大,该测量不够精密。

有一种特殊情况,即重复测量 n 次,每次的测量值不变。这种情况并不是说明它的误差为零,而是说明此时的偶然误差相对于仪器的精度而言比较小,仪器的精度不足以反映

出其微小差别。这时可直接估读其绝对误差为仪器最小分度值的一半。

必须指出,误差是测量值与真值之差,而偏差是测量值与平均值之差,这两者是有差别的。但当测量次数很多时,在仪器精确可靠的条件下,算术平均值将很接近真值。因此,在常规的医用物理学实验中不必去区分偏差和误差的细微差别,而把算术平均偏差和标准偏差分别称为算术平均误差和标准误差。

(3) 测量结果的表示

1) 绝对误差的表达式:测定值 X 最终结果(即测量结果)的正确表达式为

$$X = \bar{X} \pm \Delta X (\text{单位})$$

或

$$X = \bar{X} \pm \sigma (\text{单位}) \quad (0-4)$$

上式为所有实验报告(包括公开发表的科研论文)中[实验结果]的最终表达式。式中的“ $\pm$ ”号表示测量结果的误差范围,即每次的测量值可能比算术平均值 $\bar{X}$ 大一些,也可能比 $\bar{X}$ 小一些,其误差范围的大小将由 ΔX (或 σ)表示,它在误差理论中有严格的数学定义。例如,用直尺测得某人的身高为 $L_1 = (1.720 \pm 0.005)\text{m}$ 。其中 1.720m 为测量的最终结果,而 0.005m 就是它的误差范围(即不确定度)。

注意,式中的 $\bar{X}$ 与 ΔX (或 σ)的物理单位必须统一;而且,从下面的讨论可知, ΔX (或 σ)将因为单次直接测量、多次直接测量和间接测量方法的不同而必须按照相应的计算方法进行具体的计算。

上述平均误差或标准误差都是以误差的绝对值形式来表示测定值的误差,称为绝对误差。由于测量结果的精确程度不仅与绝对误差有关,而且与待测量本身的大小有关。为此,在误差理论中还引入了相对误差的表达式。

2) 相对误差的表达式:用 E_r 表示相对误差。测量结果相对误差的表达式为

$$E_r = \frac{\Delta X}{\bar{X}} \quad (0-5)$$

另外,相对误差也常用百分比的形式来表示,故又称为百分误差。

$$\text{即} \quad E_r = \frac{\Delta X}{\bar{X}} \times 100\% \quad (0-6)$$

举例说明相对误差的意义。同样,用直尺测得某人的身高为 $L_1 = (1.720 \pm 0.005)\text{m}$ $L_1 = 1.720 \pm 0.005(\text{m})$,而他的食指的平均直径(将食指横截面近似看作圆形)为 $L_2 = (0.020 \pm 0.001)\text{m}$,按照相对误差的定义,它们分别为

$$E_{r1} = \frac{0.005}{1.720} \times 100\% = 0.29\% \quad E_{r2} = \frac{0.001}{0.020} \times 100\% = 5\%$$

很显然,虽然后者的绝对误差比前者小,但其相对误差却比前者大得很多。这说明前一个测量结果更准确些。

2. 间接测量的误差估算(误差传递的基本公式) 由于间接测量是利用直接测量值通过一定的公式计算出来最终结果的,所以,既然公式中的直接测量值有误差,间接测量值也必然有误差。它们两者之间的联系规律就是误差理论中的误差传递理论。

假设 N 为间接测量值,而 $X, Y, Z, \dots$ 为直接测量值,它们之间的数学函数关系为

$$N = f(X, Y, Z, \dots)$$

如果直接测量值的表达式分别为 $X = \bar{X} \pm \Delta X; Y = \bar{Y} \pm \Delta Y; Z = \bar{Z} \pm \Delta Z; \dots$,将这些直

接测量值的表达式代入前面的公式,则可求得间接测量值的测量结果的最终表达式

$$N = \bar{N} \pm \Delta N (\text{单位}), E_r = \frac{\Delta N}{\bar{N}} \times 100\%$$

式中, $\bar{N} = f(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}, \dots)$ 为间接测量值的最佳值(或算术平均值);而 ΔN 为间接测量值的算术平均偏差(或标准偏差),其具体计算方法如下。

(1) 加减法运算的误差估算:假设 N 与 X, Y, Z 的函数关系为 $N = X \pm Y \pm Z$, 则有 $N = (\bar{X} \pm \Delta X) \pm (\bar{Y} \pm \Delta Y) \pm (\bar{Z} \pm \Delta Z)$ 。

所以,间接测量的最佳值 $\bar{N} = \bar{X} \pm \bar{Y} \pm \bar{Z}$

绝对误差 $\Delta N = \pm \Delta X \pm \Delta Y \pm \Delta Z$

考虑到最不利的情况可能出现的最大误差,

$$\text{则} \quad \Delta N = \Delta X + \Delta Y + \Delta Z \quad (0-7)$$

$$\text{它们的相对误差为} \quad E_r = \frac{\Delta X + \Delta Y + \Delta Z}{\bar{X} \pm \bar{Y} \pm \bar{Z}} \quad (0-8)$$

(2) 乘除法运算的误差估算:假设 N 与 X, Y, Z 的函数关系为 $N = X \times Y$ 或 $N = X/Y$, 其中 X, Y 为直接测量值,则可以证明,其间接测量值的平均值 $\bar{N} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$ 或 $\bar{N} = \bar{X}/\bar{Y}$, 它们的相对误差为

$$E_r = E_x + E_y = \frac{\Delta X}{\bar{X}} + \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} \quad (0-9)$$

式中, E_x 和 E_y 为直接测量值 X, Y 的相对误差。又因为 $E_r = \frac{\Delta N}{\bar{N}}$,

所以,其间接测量值的绝对误差为

$$\Delta N = E \cdot \bar{N} \quad (0-10)$$

综上所述,在直接测量值进行加减法运算时,其间接测量值的绝对误差等于各直接测量值的绝对误差之和;而在直接测量值进行乘除法运算时,它的相对误差等于各直接测量值的相对误差之和。因此,当间接测量值的计算公式中只含有加减法运算时,一般方法是先计算绝对误差,再计算相对误差;而当计算公式中只含有乘除法运算时,则一般先计算相对误差,再计算绝对误差。

(3) 一般运算的误差估算(误差传递的基本公式):设 $N = f(X, Y, Z, \dots)$, 则间接测量在一般情况下的误差公式可由对函数的全微分求得

$$dN = \frac{\partial f}{\partial X} dX + \frac{\partial f}{\partial Y} dY + \frac{\partial f}{\partial Z} dZ + \dots \quad (0-11)$$

上式称为误差传递的基本公式。式中, $\frac{\partial f}{\partial X} dX, \frac{\partial f}{\partial Y} dY, \frac{\partial f}{\partial Z} dZ \dots$ 各项叫做分误差; $\frac{\partial f}{\partial X}, \frac{\partial f}{\partial Y}, \frac{\partial f}{\partial Z} \dots$ 的数学术语为一阶偏导数,在误差理论中称之为误差的传递系数; dN 相当于间接测量值的绝对误差。将式中的 $dN, dX, dY, dZ, \dots$ 分别用 $\Delta N, \Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \dots$ 代表,并考虑到误差可能出现的最大值,右方各项均取绝对值,因此,绝对误差的传递公式为

$$\Delta N = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \Delta X \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \Delta Y \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial Z} \Delta Z \right| + \dots$$

若误差传递系数中的 $X, Y, Z, \dots$ 分别用 $X, Y, Z \dots$ 代替,

则得相对误差公式为
$$E_r = \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{N} \left(\left| \frac{\partial f}{\partial X} \Delta X \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \Delta Y \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial Z} \Delta Z \right| + \dots \right) \quad (0-12)$$

表 0-1 列出了常用函数的误差传递公式。在实际计算中发现,误差合成时起主要作用的常常只是其中一两项或少数几项分误差。因此,当某一项分误差对总误差的贡献很小(例如占总误差的 1/10 以下)时,则可将该项分误差略去不计。这一结论在实验方法的设计时非常重要。例如,在设计实际测量方法时,为了最大程度地合理地使用相关仪器,应该对与主要分误差相关的直接测量值选用高精度的仪器进行测量,保证它具有较高的精确度;而对其他的直接测量值,其精度要求可以降低一些。

表 0-1 常用函数的误差传递公式

运算关系 $N=f(X,Y,Z,\dots)$	绝对误差 ΔN	相对误差 $E_r = \frac{\Delta N}{N}$
$N=X \pm Y \pm Z \pm \dots$	$\Delta X + \Delta Y + \Delta Z + \dots$	$\frac{\Delta X + \Delta Y + \Delta Z + \dots}{X \pm Y \pm Z \pm \dots}$
$N=X \cdot Y \cdot Z$	$Y \cdot Z \Delta X + X \cdot Z \Delta Y + X \cdot Y \Delta Z$	$\frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y} + \frac{\Delta Z}{Z}$
$N=\frac{X}{Y}$	$\frac{Y \Delta X + X \Delta Y}{Y^2}$	$\frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y}$
$N=X^n$	$n X^{n-1} \cdot \Delta X$	$n \frac{\Delta X}{X}$
$N=X^{\frac{1}{n}}$	$\frac{1}{n} X^{n-1} \cdot \Delta X$	$\frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta X}{X}$
$N=\sin X$	$ \cos X \cdot \Delta X$	$ \operatorname{ctg} X \cdot \Delta X$
$N=\cos X$	$ \sin X \cdot \Delta X$	$ \operatorname{tg} X \cdot \Delta X$
$N=\operatorname{tg} X$	$\frac{\Delta X}{\cos^2 X}$	$\frac{2 \Delta X}{ \sin 2 X }$
$N=\operatorname{ctg} X$	$\frac{\Delta X}{\sin^2 X}$	$\frac{2 \Delta X}{ \sin 2 X }$
$N=\ln X$	$\frac{\Delta X}{X}$	$\frac{\Delta X}{X \ln X}$

四、实验数据的记录

由于测量误差的客观存在,在测量中从仪表直接读出的直接测量数据只能是近似值,而且通过这些近似值计算从而求得的间接测量值也必然是近似值。因此,只有按照一定的规定来正确记录和计算这些近似值,才能正确地表示出实验记录的真实数据,整个实验过程也才真正具有科学意义。为此,在医用物理学实验中规定,将直接测量结果的数值记录到开始有误差的那一位为止。

(一) 有效数字的基本概念

在测量中,按照“将直接测量结果的数值记录到开始有误差的那一位为止”的规定,通常将从仪表读出的数字估计到仪表最小分度值的下一位(注意:有例外情况,例如游标卡尺等)。例如,用最小分度值为厘米的直尺测量一块物体的长度(图 0-1 所示),3 个人分