



图解

新教材

八年级数学（上）

人教实验版

总策划：薛金星

总主编：钟山

主 编：韩卫华

副主编：刘晓强

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司



辽海出版社

《图解新教材》的学习与考试原理

——引导一场学习的新革命

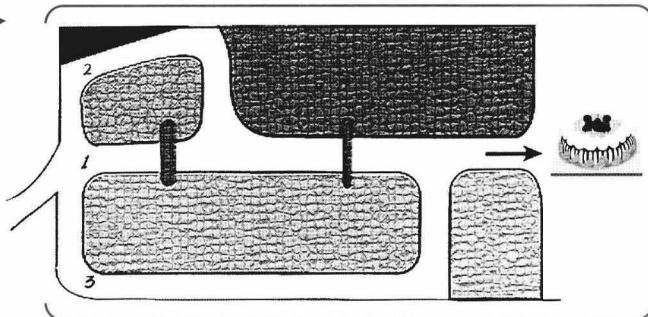
每一个孩子的成长都是在学习中完成的，但是，很少有学生能够真正理解什么是学习。心理学家加涅把学习概括为学什么、为什么学和怎样学。加涅指出，只有明确了学习的原理，才能够达到预期的学习效果。

学什么？

认知地图与目标学习

心理学家托尔曼对几只小白鼠做过这样一个迷津试验

(如图) ▶



试验

托尔曼把小白鼠分为三组，共同训练它们走迷津。

1. A组在正常条件下训练，每次到达目的地都能得到食物。
2. B组在训练的前期没有得到食物，到训练的后期得到食物。
3. C组始终没有得到食物。

结果

1. A组学习效果稳步提升。
2. B组学习效果在获得食物的奖励后突然提升。
3. C组学习效果始终没有变化。

表明

三组小白鼠的学习情境相同，差别是有没有食物强化。C组小白鼠没有受到强化的时候也在学习，但学习结果没有表现出来，是“潜在学习”。

得出

强化不是学习所必需的，但目标对于学习格外重要。没有目标，学习的结果就不能明显地体现在外现的行为中。

《图解新教材》将目标作为每一章节体系的重点，帮助学生树立目标意识。

Q为什么学?

建构主义：我们与知识的互动关系



学习能够促进大脑发育

罗森·茨威格(Rosenzweig, M. R.)研究表明，接受丰富多变的环境刺激和适当学习训练的一组幼鼠与另一组处于单调贫乏的环境而又缺乏学习训练的幼鼠相比，在4~10周中，前者大脑皮层的重量与厚度增加，神经胶质细胞数量增多，神经突触增大或增多，乙酰胆碱酯酶含量更丰富且活性提高，核糖核酸和脱氧核糖核酸的比率也有所改善。

关于人类学习对人类成长的影响，瑞士著名心理学家皮亚杰(J. Piaget)认为，学习是促进人类大脑发展最有效的方式。

学习是人的一种需要

建构主义的含义就是学习者通过新、旧知识经验间反复的、双向的交互作用，不断地调整和形成自己的新知识经验结构。建构主义原理的一个方面就是说明：人与知识之间是一个双向互动的关系，即学习是人的一种需要。

学习是个体生存的必要手段

每个人的一生都处在不断的学习过程之中，不管这种学习过程是显性的还是隐性的。教育学家认为，个体存在有两个基本条件：一是个体对知识的持续积累；二是交流。个体知识积累对个体社会关系的构建有着直接的制约作用。所以，人要在社会群体中生存，必须不断学习，只是这种学习的表现形式有所不同而已。



《图解新教材》沿用建构的学习理论，在编写过程中，不是单一地对学生灌输知识，而是注重学生自身的知识经验，注重知识的相互作用和转换的过程，引导学生自发学习。

怎样学?

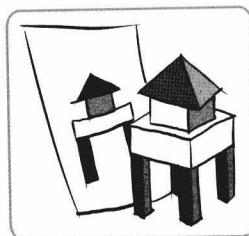
学习就像搭积木

《图解新教材》所利用的建构主义理论学习模式

1

学习是学习者主动建构知识的过程。

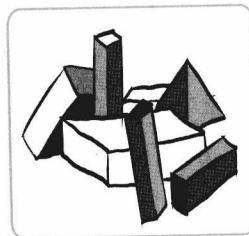
如图：我们可以按照不同的图纸搭建不同的东西。



2

学习需要按照新的目标对旧知识经验结构做出调整和改善，从而形成新的知识和经验。

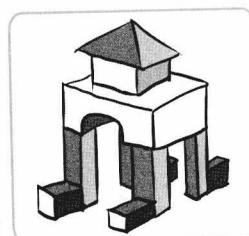
如图：面对新的图纸，我们可以搭建新的形状。



3

利用已有的知识经验，充分调动人的主观能动性，运用自己的旧知识解决新问题。

如图：我们可以灵活地利用积木搭出不同的图形。



怎样学习才能举一反三？



要达到举一反三的学习效果，需要满足五个条件。



学习要举一反三

学习迁移发生的主要条件

① 条件：智力水平

如：把一些比较困难的复合题变换分解成几个简单题做，不太难，单独解决这些复合题，难度就大。

② 条件：旧经验的泛化水平

如：学习除法时引入分数的形式，则有利于正迁移，而学习加减法会对学习乘除法产生干扰。

③ 条件：学习对象的共同因素

如：英语和法语在词性、读音和语法结构上有相同或相似之处，学习两门外语容易产生正迁移，学习共同因素很少的英语与汉语容易产生负迁移。

④ 条件：学习的理解和巩固程度

如：在学习语文时，深刻理解字、词、句的含义，才能更顺畅地阅读和写作。

⑤ 条件：定势的影响

如：练习某类课题有助于类似课题的学习，但碰到与先前的作业不是同类的作业时，定势就可能干扰后面的学习，限制创造性地解决问题。

突破学习的瓶颈——高原现象

目标是影响练习效率最重要的因素。练习与机械重复的本质区别在于，机械重复没有目标，是为了重复而重复，而目标具有指向性功能，并可以改进练习的方式方法。

练习成绩

激发练习的动机和热情

最终目标：

使练习者对结果充满期待

为检测练习结果提供参照

提高学习成绩

目标

▲局部练习和整体练习

整体练习法是把学习内容作为整体来掌握，从一开始就着手强化学习内容各元素之间的联系。局部练习法是把学习内容分解为若干个元素或部分，并逐个练习，再完成所有的学习内容。通常，学习的内容容易被分解，则采用局部练习法，或者在学习的前期采用局部练习法。

▲集中练习和分散练习

练习时间的安排可以分为集中练习和分散练习。集中练习是长期不断地进行练习，在练习中间不安排休息时间；分散练习是每隔一段时间进行练习，每次练习之间有休息间隔。分散练习利于整体的提高，但集中练习有时可以达到突击的效果。

▲及时收集反馈信息

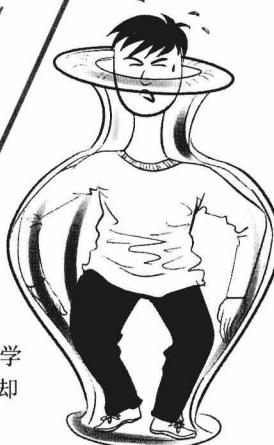
对练习的反馈可以提高练习的积极性和纠正练习过程中出现的偏差，从而改善学习者的行为。反馈既可以来自内部，即“感觉”自己的练习方式是否有问题，也可以是来自外界的评价。

现状

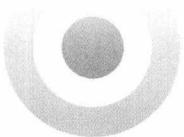
高原现象

高原现象（plateau phenomenon）是学习成绩出现暂时性的停顿，虽十分常见，却不是普遍存在的。

练习时间



发掘学习潜力



学习潜力——心理因素的无限可能性

研究表明，心理因素对人们的学习有着重要的影响，起着引导、维持、调节和强化等作用。如下图：



心理因素中的某些条件可以发掘学习者无限的潜力，但也有某些条件会对学习者的学习效果产生不利的影响。



《图解新教材》的魅力就在于能够在学习思路上挖掘学习者心理因素中对学习有利的因素，而排除那些对学习不利的因素，最大程度地保证学习效果。



学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明，图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造，以图解的方式方法，创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题，站在更高的层面上分析问题，运用最恰当的方式解决问题。

本丛书将会使您轻松成为学习高手

本书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具—概念地图与思维导图”，以图解方式科学地实现了知识的可视化，化深为浅、化繁为简、化抽象为形象、化理论为实例，实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式，将高效、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中去，帮助你释放出难以置信的学习潜能，让你的学习、记忆、理解、应试更轻松、更快捷。

本丛书将会使您真正成为学考专家

本书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题，同步新课标教材，落实新课标学习与考试理念。内容讲解上知识与考点融为一体，突出深入浅出的学习特点；全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子，与考例直线链接，达到快速融会贯通；总结学法与考法清晰明确，助学助考事半功倍；例题与习题突出方法总结，实现授之以渔，举一反三；学生能力与素质分阶段培养落实，全程循序渐进，系统提升。

本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的，常言道“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式，各类图示变繁杂抽象为直观快捷，各种插画变深奥冗烦为浅显愉悦，各种表格变枯燥乏味为清晰明了，充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

**全球超过2.5亿人使用的高效的学习方法，
你不想试一试吗？**

目 录



| | |
|----------------------|--------|
| 第十一章 全等三角形 | (1) |
| 11.1 全等三角形 | (2) |
| 本节知识方法能力图解 | (3) |
| 多元智能 知识点击 | (3) |
| 发散思维 题型方法 | (5) |
| 知识激活 学考相联 | (7) |
| 考场报告 误区警示 | (7) |
| 自主限时 精题精练 | (8) |
| 练后反思 / 答案详解 | (9) |
| 教材问题 详尽解答 | (9) |
| 附精品专题 | (10) |
| 11.2 三角形全等的判定 | (11) |
| 本节知识方法能力图解 | (11) |
| 第1课时 全等三角形的判定 | |
| | (11) |
| 多元智能 知识点击 | (11) |
| 发散思维 题型方法 | (13) |
| 知识激活 学考相联 | (18) |
| 自主限时 精题精练 | (18) |
| 练后反思 / 答案详解 | (19) |
| 教材问题 详尽解答 | (21) |
| 附精品专题 | (22) |
| 第2课时 斜边、直角边 | (23) |
| 多元智能 知识点击 | (23) |
| 发散思维 题型方法 | (24) |
| 知识激活 学考相联 | (29) |
| 考场报告 误区警示 | (30) |
| 自主限时 精题精练 | (30) |
| 练后反思 / 答案详解 | (31) |
| 教材问题 详尽解答 | (32) |
| 附精品专题 | (35) |
| 11.3 角的平分线的性质 | (35) |
| 本节知识方法能力图解 | (36) |
| 多元智能 知识点击 | (36) |
| 发散思维 题型方法 | (38) |
| 知识激活 学考相联 | (42) |
| 考场报告 误区警示 | (43) |

| | |
|--------------------|--------|
| 自主限时 精题精练 | (43) |
| 练后反思 / 答案详解 | (44) |
| 教材问题 详尽解答 | (45) |
| 附精品专题 | (47) |
| 章末复习课 | (47) |
| 构建体系 知识网络 | (47) |
| 综合拓展 专题专项 | (48) |
| 面向中考 阶段总结 | (53) |
| 自主限时 精题精练 | (53) |
| 练后反思 / 答案详解 | (54) |
| 教材问题 详尽解答 | (55) |
| 附精品专题 | (57) |
| 第十二章 轴对称 | (58) |
| 12.1 轴对称 | (59) |
| 本节知识方法能力图解 | (60) |
| 多元智能 知识点击 | (60) |
| 发散思维 题型方法 | (65) |
| 知识激活 学考相联 | (69) |
| 考场报告 误区警示 | (70) |
| 自主限时 精题精练 | (70) |
| 练后反思 / 答案详解 | (71) |
| 教材问题 详尽解答 | (72) |
| 附精品专题 | (73) |
| 12.2 作轴对称图形 | (74) |
| 本节知识方法能力图解 | (75) |
| 第1课时 作轴对称图形 | (75) |
| 多元智能 知识点击 | (75) |
| 发散思维 题型方法 | (76) |
| 知识激活 学考相联 | (78) |
| 自主限时 精题精练 | (78) |
| 练后反思 / 答案详解 | (79) |
| 教材问题 详尽解答 | (80) |
| 附精品专题 | (80) |
| 第2课时 用坐标表示轴对称 | |
| | (81) |
| 多元智能 知识点击 | (81) |
| 发散思维 题型方法 | (82) |



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考，图解是一种高效的方法，更是一种成功的习惯。



| | | |
|-------------------|------|-------|
| 知识激活 | 学考相联 | (83) |
| 考场报告 | 误区警示 | (84) |
| 自主限时 | 精题精练 | (84) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (85) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (85) |
| 附精品专题 | | (87) |
| 12.3 等腰三角形 | | (87) |
| 本节知识方法能力图解 | | (88) |
| 第1课时 等腰三角形 | | (88) |
| 多元智能 | 知识点击 | (88) |
| 发散思维 | 题型方法 | (90) |
| 知识激活 | 学考相联 | (95) |
| 自主限时 | 精题精练 | (95) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (96) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (97) |
| 附精品专题 | | (98) |
| 第2课时 等边三角形 | | (99) |
| 多元智能 | 知识点击 | (99) |
| 发散思维 | 题型方法 | (101) |
| 知识激活 | 学考相联 | (104) |
| 考场报告 | 误区警示 | (105) |
| 自主限时 | 精题精练 | (106) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (106) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (107) |
| 附精品专题 | | (108) |
| 章末复习课 | | (109) |
| 构建体系 | 知识网络 | (109) |
| 综合拓展 | 专题专项 | (110) |
| 面向中考 | 阶段总结 | (111) |
| 自主限时 | 精题精练 | (112) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (113) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (113) |
| 附精品专题 | | (115) |
| 第十三章 实数 | | (116) |
| 13.1 平方根 | | (117) |
| 本节知识方法能力图解 | | (117) |
| 多元智能 | 知识点击 | (118) |
| 发散思维 | 题型方法 | (119) |
| 知识激活 | 学考相联 | (121) |
| 考场报告 | 误区警示 | (122) |
| 自主限时 | 精题精练 | (122) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (123) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (123) |
| 附精品专题 | | (125) |
| 13.2 立方根 | | (125) |
| 本节知识方法能力图解 | | (125) |
| 多元智能 | 知识点击 | (126) |
| 发散思维 | 题型方法 | (127) |
| 知识激活 | 学考相联 | (129) |
| 考场报告 | 误区警示 | (129) |
| 自主限时 | 精题精练 | (130) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (130) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (131) |
| 附精品专题 | | (132) |
| 13.3 实数 | | (132) |
| 本节知识方法能力图解 | | (132) |
| 多元智能 | 知识点击 | (133) |
| 发散思维 | 题型方法 | (133) |
| 知识激活 | 学考相联 | (135) |
| 考场报告 | 误区警示 | (136) |
| 自主限时 | 精题精练 | (136) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (137) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (137) |
| 附精品专题 | | (138) |
| 章末复习课 | | (139) |
| 构建体系 | 知识网络 | (139) |
| 综合拓展 | 专题专项 | (139) |
| 面向中考 | 阶段总结 | (141) |
| 自主限时 | 精题精练 | (142) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (142) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (143) |
| 附精品专题 | | (144) |
| 第十四章 一次函数 | | (145) |
| 14.1 变量与函数 | | (146) |
| 本节知识方法能力图解 | | (147) |
| 第1课时 变量 | | (147) |
| 多元智能 | 知识点击 | (147) |
| 发散思维 | 题型方法 | (148) |

2



图解新教材

革命你的思维，改变你的世界。迈出思维一小步，导向人生远景图。



| | | | | |
|------------------|------|-------|--------------------------|-------|
| 知识激活 | 学考相联 | (149) | 14.3 用函数观点看方程(组)与 不等式 | (195) |
| 自主限时 | 精题精练 | (149) | 本节知识方法能力图解 | (195) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (150) | 第1课时 一次函数与一元一次 方程 | (196) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (150) | 多元智能 知识点击 | (196) |
| 附精品专题 | | (150) | 发散思维 题型方法 | (197) |
| 第2课时 函数 | | (151) | 知识激活 学考相联 | (200) |
| 多元智能 | 知识点击 | (151) | 自主限时 精题精练 | (201) |
| 发散思维 | 题型方法 | (153) | 练后反思 / 答案详解 | (201) |
| 知识激活 | 学考相联 | (155) | 第2课时 一次函数与一元一次 不等式 | (202) |
| 自主限时 | 精题精练 | (155) | 多元智能 知识点击 | (202) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (156) | 发散思维 题型方法 | (203) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (157) | 知识激活 学考相联 | (207) |
| 第3课时 函数的图象 | | (157) | 自主限时 精题精练 | (207) |
| 多元智能 | 知识点击 | (157) | 练后反思 / 答案详解 | (208) |
| 发散思维 | 题型方法 | (160) | 教材问题 详尽解答 | (209) |
| 知识激活 | 学考相联 | (163) | 附精品专题 | (210) |
| 考场报告 | 误区警示 | (164) | 第3课时 一次函数与二元一次 方程(组) | (210) |
| 自主限时 | 精题精练 | (165) | 多元智能 知识点击 | (210) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (166) | 发散思维 题型方法 | (212) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (167) | 知识激活 学考相联 | (215) |
| 14.2 一次函数 | | (170) | 考场报告 误区警示 | (216) |
| 本节知识方法能力图解 | | (170) | 自主限时 精题精练 | (216) |
| 第1课时 正比例函数 | | (170) | 练后反思 / 答案详解 | (217) |
| 多元智能 | 知识点击 | (170) | 教材问题 详尽解答 | (218) |
| 发散思维 | 题型方法 | (172) | 附精品专题 | (219) |
| 知识激活 | 学考相联 | (174) | 章末复习课 | (220) |
| 自主限时 | 精题精练 | (174) | 构建体系 知识网络 | (220) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (175) | 综合拓展 专题专项 | (220) |
| 教材问题 | 详尽解答 | (175) | 面向中考 阶段总结 | (224) |
| 第2课时 一次函数 | | (176) | 自主限时 精题精练 | (225) |
| 多元智能 | 知识点击 | (176) | 练后反思 / 答案详解 | (226) |
| 发散思维 | 题型方法 | (180) | 教材问题 详尽解答 | (227) |
| 知识激活 | 学考相联 | (186) | 附精品专题 | (228) |
| 考场报告 | 误区警示 | (187) | | |
| 自主限时 | 精题精练 | (188) | | |
| 练后反思 / 答案详解 | | (189) | | |
| 教材问题 | 详尽解答 | (191) | | |
| 附精品专题 | | (194) | | |



第十五章 整式的乘除与因式

| | | |
|---------------|-------|-------|
| 分解 | | (229) |
| 15.1 整式的乘法 | | (230) |
| 本节知识方法能力图解 | | (230) |
| 第1课时 幂的运算 | | (231) |
| 多元智能 知识点击 | | (231) |
| 发散思维 题型方法 | | (233) |
| 知识激活 学考相联 | | (235) |
| 自主限时 精题精练 | | (235) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (236) |
| 教材问题 详尽解答 | | (236) |
| 附精品专题 | | (237) |
| 第2课时 整式的乘法 | | (237) |
| 多元智能 知识点击 | | (237) |
| 发散思维 题型方法 | | (239) |
| 知识激活 学考相联 | | (241) |
| 考场报告 误区警示 | | (242) |
| 自主限时 精题精练 | | (242) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (243) |
| 教材问题 详尽解答 | | (243) |
| 附精品专题 | | (245) |
| 15.2 乘法公式 | | (245) |
| 本节知识方法能力图解 | | (246) |
| 第1课时 平方差公式 | | (246) |
| 多元智能 知识点击 | | (246) |
| 发散思维 题型方法 | | (247) |
| 知识激活 学考相联 | | (249) |
| 自主限时 精题精练 | | (250) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (250) |
| 教材问题 详尽解答 | | (250) |
| 附精品专题 | | (251) |
| 第2课时 完全平方公式 | | (251) |
| 多元智能 知识点击 | | (251) |
| 发散思维 题型方法 | | (253) |
| 知识激活 学考相联 | | (256) |
| 考场报告 误区警示 | | (257) |
| 自主限时 精题精练 | | (257) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (258) |
| 教材问题 详尽解答 | | (258) |
| 15.3 整式的除法 | | (259) |
| 本节知识方法能力图解 | | (260) |
| 多元智能 知识点击 | | (260) |
| 发散思维 题型方法 | | (261) |
| 知识激活 学考相联 | | (264) |
| 考场报告 误区警示 | | (265) |
| 自主限时 精题精练 | | (265) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (266) |
| 教材问题 详尽解答 | | (266) |
| 附精品专题 | | (267) |
| 15.4 因式分解 | | (268) |
| 本节知识方法能力图解 | | (268) |
| 多元智能 知识点击 | | (269) |
| 发散思维 题型方法 | | (271) |
| 知识激活 学考相联 | | (273) |
| 考场报告 误区警示 | | (274) |
| 自主限时 精题精练 | | (275) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (276) |
| 教材问题 详尽解答 | | (276) |
| 附精品专题 | | (277) |
| 章末复习课 | | (278) |
| 构建体系 知识网络 | | (278) |
| 综合拓展 专题专项 | | (279) |
| 面向中考 阶段总结 | | (281) |
| 自主限时 精题精练 | | (282) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (282) |
| 教材问题 详尽解答 | | (283) |
| 期末复习课 | | (285) |
| 构建体系 知识网络 | | (285) |
| 深化解读 专题专项 | | (285) |
| 自主限时 期末精练 | | (288) |
| 练后反思 / 答案详解 | | (289) |
| 附精品专题 | | (289) |
| 本册复习课 | | (291) |
| 本册必记知识 | | (291) |
| 本册易错易混易误归纳 | | (293) |
| 本册三大综合性热考专题突破 | | (295) |





从图 11-0-1 中可观察出许多三角形,这些三角形是全等的关系.全等就是本章中我们将要重点研究的对象.

在我们的生活中,经常可以看到形状、大小相同的图形,两个乒乓球拍、一双鞋子中的两只鞋等是形状、大小相同的图形.

形状、大小相同的图形相互之间有什么关系呢?两个三角形之间满足什么条件就完全一样了呢?角的平分线有什么性质?

在本章中我们将会详细地研究这些内容.我们还会掌握经过一步一步的逻辑推理,最后证明结论正确的方法.

发挥你的智慧,快快步入本章吧!

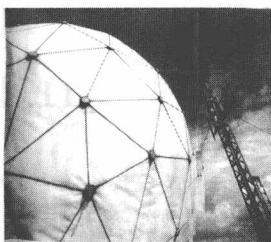
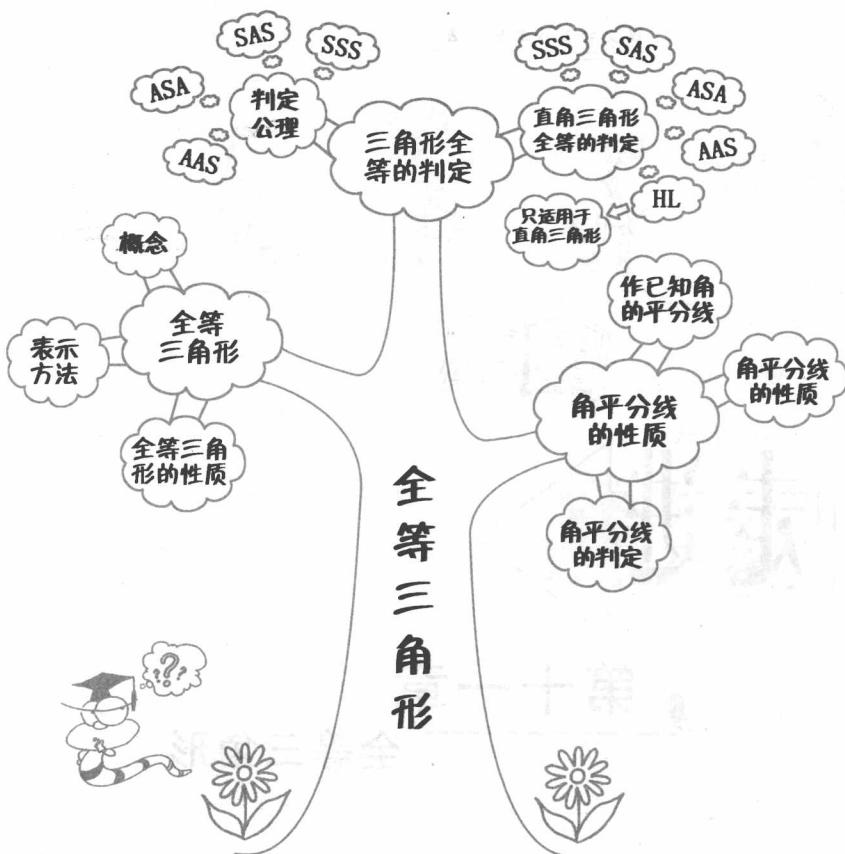


图 11-0-1



11.1 全等三角形(1课时)

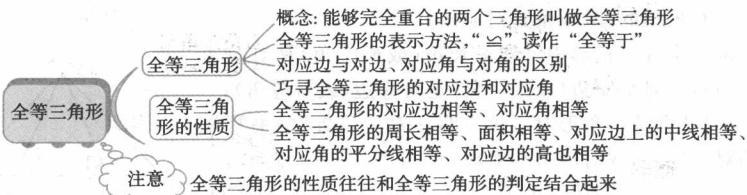
在本节中我们将学习到全等三角形的概念、全等三角形的性质这两个重要知识点。聪明的你，观察一下图 11-1-1 中甲与乙这两个图形是什么关系？



图 11-1-1



本节知识方法能力图解



多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

探究一 ● 全等三角形

智能导航

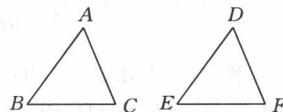


图 11-1-2

各个击破

1. 全等三角形的概念: 能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形.

把两个全等的三角形重合在一起,互相重合的顶点叫做对应顶点,互相重合的边叫做对应边,互相重合的角叫做对应角.

2. 全等三角形的表示方法.

“全等”用“ \cong ”表示,读作“全等于”,记两个三角形全等时,通常把对应顶点的字母写在对应的位置上,例如图 11-1-2 中的 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,记作 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,其中点 A 和点 D、点 B 和点 E、点 C 和点 F 是对应顶点,AB 和 DE、BC 和 EF、AC 和 DF 是对应边, $\angle A$ 和 $\angle D$ 、 $\angle B$ 和 $\angle E$ 、 $\angle C$ 和 $\angle F$ 是对应角.

3. 对应边与对边、对应角与对角的区别

对应边和对应角是相对两个三角形而言的,是两个全等三角形中相对应的两条边、两个角的关系;而对边、对角则是指同一个三角形中的边角关系,对边是指一个三角形中某个角(或顶点)所对的边,对角是指一个三角形中某条边所对的角.

4. 巧寻全等三角形的对应边和对应角

找全等三角形的对应边、对应角通常有以下几种方法:

(1) 两个全等三角形的对应角所对的边是对应边,两个对应角所夹的边是对应边;

- (2)两个全等三角形的对应边所对的角是对应角,两条对应边所夹的角是对应角;
 (3)有公共边的,公共边是对应边;
 (4)有公共角的,公共角是对应角;
 (5)有对顶角的,对顶角是对应角;
 (6)两个全等三角形中一对最长边(或最大角)是对应边
(或对应角),一对最短边(或最小角)是对应边(或对应角);

(7)根据“全等三角形对应顶点写在对应位置”的书写规范,按照对应顶点,找对应边与对应角.

例1 (原创题)如图11-1-3中,已知 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$,
 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle B = \angle C$,找出其他的对应边和对应角.

思路图解

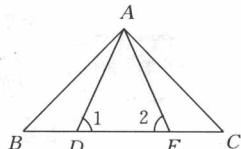
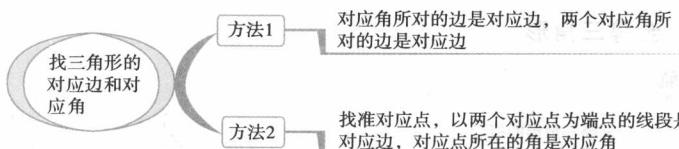


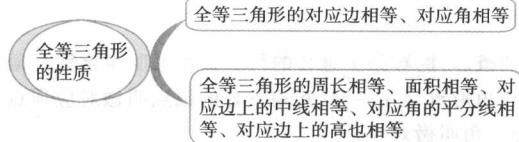
图11-1-3



解:从 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$,得出B与C为对应顶点,E与D为对应顶点;对应边为:AB与AC,AE与AD,BE与CD;对应角是 $\angle B$ 与 $\angle C$, $\angle BAE$ 与 $\angle CAD$, $\angle 1$ 与 $\angle 2$.

探究二 全等三角形的性质

智能导航



例2 (海淀期末统考题)如图11-1-4中, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$, $AC = \underline{\hspace{2cm}}$, $BC = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}} S_{\triangle DEF}$.

思路图解

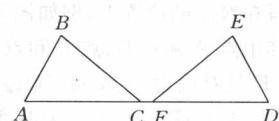


图11-1-4

答案: DE ; DF ; EF ; $\angle D$; $\angle E$;

发散思维 题型方法

●思路 步骤 方法 技巧……

题型一 确定对应边与对应角

题型揭秘:利用全等三角形的对应性,找出对应边与对应角.

例 1 如图 11-1-5, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 写出其对应顶点、对应边、对应角.

思路图解

先结合图形判断已知条件中的两个全等三角形的对应点,如果确定出对应点,则可按照以下顺序:

$$\triangle \overset{\text{ABC}}{\underset{\text{A}}{\triangle}} \cong \triangle \overset{\text{ADE}}{\underset{\text{A}}{\triangle}}$$

确定对应边与对应角

写出对应边: AB 与 AD 、 BC 与 DE 、 AC 与 AE

写出对应角: $\angle ABC$ 与 $\angle ADE$ 、 $\angle ACB$ 与 $\angle AED$ 、 $\angle BAC$ 与 $\angle DAE$

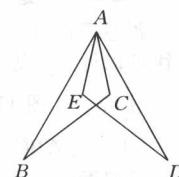


图 11-1-5

解: 对应顶点有: A 与 A 、 B 与 D 、 C 与 E ;

对应边有: AB 与 AD 、 BC 与 DE 、 AC 与 AE ;

对应角有: $\angle ABC$ 与 $\angle ADE$ 、 $\angle ACB$ 与 $\angle AED$ 、 $\angle BAC$ 与 $\angle DAE$.

题后小结

根据两全等三角形对应顶点的位置易确定出对应边与对应角.

题型二 全等三角形的面积问题

题型揭秘:利用全等三角形的面积相等解决问题.

例 2 如图 11-1-6,四边形 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$. 若 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于 E ,且 $\triangle ADC \cong \triangle ECD$,试问:梯形 $ABCD$ 的面积和 $\triangle BDE$ 的面积相等吗? 谈谈你的看法.

思路图解

全等三角形性质的应用

利用全等三角形的面积相等来解决此题

此题可以根据面积的“割补法”来考虑梯形 $ABCD$ 和 $\triangle BDE$ 的面积

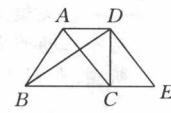


图 11-1-6

解法 1: $\because \triangle ADC \cong \triangle ECD$, $\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ECD}$.

又 $\because S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$, $\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle DCE}$.

$\therefore S_{\text{梯形 } ABCD} = S_{\triangle BDE}$.

解法 2: $\because \triangle ADC \cong \triangle ECD$, $\therefore AD = EC$.

$\because DE \parallel AC$, $\therefore S_{\triangle DCE} = S_{\triangle ABD}$ (等底同高的两个三角形面积相等),

\therefore 梯形 $ABCD$ 的面积等于 $\triangle BDE$ 的面积.



题后小结

两种解法的入手点都是梯形面积公式与三角形面积公式,要结合具体图形理解.“同底等高、等底等高的三角形面积相等”.例如,如图 11-1-7, $l_1 \parallel l_2$, A, B 在 l_1 上, C, D, E 为 l_2 上任取的点,则根据同底等高的三角形面积相等,知 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABE}$.

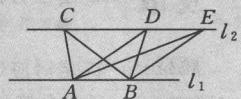


图 11-1-7

题型三 运用“全等变换”求角度

题型揭秘:把一个三角形平移、旋转、翻折后所得三角形与原三角形全等,利用这一规律可以得到全等三角形.

例 3 如图 11-1-8 所示,在平面上将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转到 $\triangle A'B'C'$ 的位置时,
 $AA' \parallel BC$, $\angle ABC = 70^\circ$, 求 $\angle CBC'$ 的度数.

思路图解

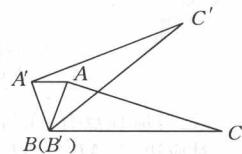
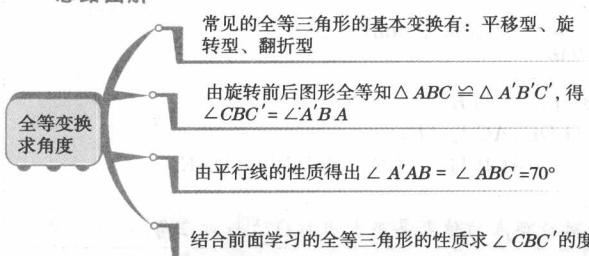


图 11-1-8

解:因为 $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 旋转得到的,所以 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$,
所以 $AB = A'B'$, $\angle A'BC' = \angle ABC$,所以 $\angle CBC' = \angle A'BA$.

因为 $AA' \parallel BC$,所以 $\angle A'AB = \angle ABC = 70^\circ$.

因为 $AB = A'B'$,所以 $\angle BA'A = \angle BAA' = 70^\circ$,

所以 $\angle A'BA = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$,所以 $\angle CBC' = 40^\circ$.

题后小结

关键是对“全等变换”的理解, $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得到 $\triangle A'B'C'$,那么这两个三角形是全等三角形,常见的全等三角形的基本变换有:平移型、旋转型、翻折型.如图 11-1-9.

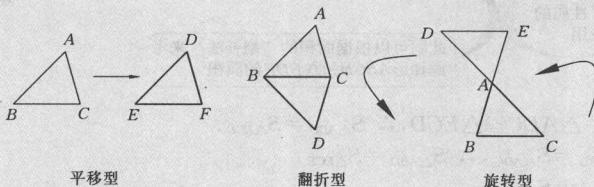


图 11-1-9