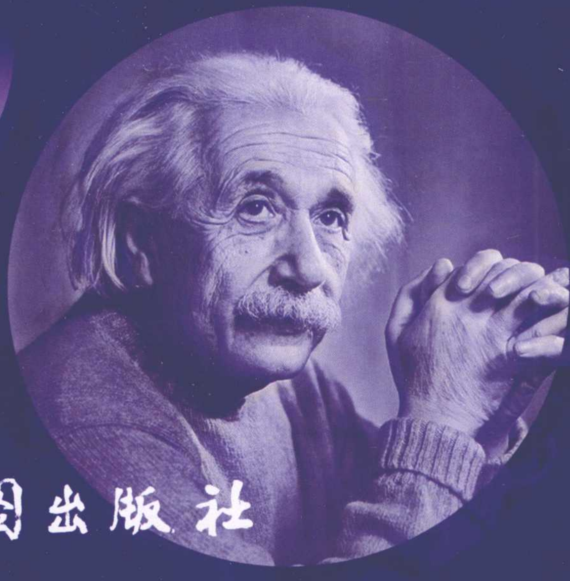
大学物理学

主编　杨玉强　谭昌龙　贺训军



哈尔滨地图出版社

大学物理学

DAXUE WULIXUE

杨玉强　谭昌龙　贺训军　主编

哈尔滨地图出版社

·哈尔滨·

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学/杨玉强,谭昌龙,贺训军主编.—哈尔滨:哈尔滨地图出版社,2008.12
ISBN 978-7-80717-962-7

Ⅰ.大… Ⅱ.①杨…②谭…③贺… Ⅲ.物理学—高等学校—教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 194327 号

哈尔滨地图出版社出版发行
(地址:哈尔滨市南岗区测绘路 2 号　邮政编码:150086)
哈尔滨天兴速达印务有限责任公司印刷
开本:787 mm×1 092 mm　1/16　印张:13.5　字数:328 千字
2008 年 12 月第 1 版　2008 年 12 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-80717-962-7
印数:1～1 000　定价:35.00 元

前　言

物理学是一门与自然界的基本规律有着最直接关系的基础科学，是研究物质的基本结构、基本相互作用及基本规律的科学，其研究对象从基本粒子到宇宙，在时间上和空间上都跨越40多个数量级，范围极广。物理学的基本理论和方法已经广泛渗透于自然科学的各个领域，应用于工程技术的各个部门。它改变了我们对空间和时间、存在和认识的看法，也改变了我们描述自然的基本语言。相对论和量子物理的诞生，导致了一系列重大发明和发现，有力地推动了以原子能、激光、计算机、通讯、微电子、纳米、分子生物学、材料学、化学等现代科学技术迅猛发展，使人类的生产方式、生活方式以及思维方式发生了深刻的变革。在这个意义上讲，物理学成为化学、生物学和材料科学等学科的基础。

基于上述考虑，编写了这本适合目前高等理工科院校基础物理教学的《大学物理学》，目的在于提高大学生科学素质及创新意识，培养21世纪所需的各种复合型高素质人才。本书着重介绍了物理学的基本概念、基本原理、基本思想、基本方法等基础理论，并选择有代表性和有重要发展前景的前沿内容加以介绍。通过对本书的学习，可以使学生对物理学的基础理论有较全面、系统、深入的认识和理解，可以使学生学习并领会科学的思维方法和研究方法，从而培养学生的科学素养，帮助学生正确认识世界并掌握正确的认识方法，培养学生独立思考和独立判断的能力以及创新意识和创新能力，为后续课程的学习和将来获取知识打好基础。

全书共15章，包括质点运动学、运动定律与守恒定律，相对论、机械振动、机械波、分子动理论、热力学，静电场、稳恒磁场、磁介质中的磁场，电磁感应、电磁场与电磁波，光的干涉、光的衍射、光的偏振，量子物理学基础。具体分工如下：哈尔滨理工大学谭昌龙编写了第一章到第六章（共10.9万字），哈尔滨理工大学贺训军编写了第七章到第十二章（共10万字），哈尔滨理工大学杨玉强编写了第十三章到第十五章（共10万字）。全书由杨玉强统稿。本书可作为理工科大学及成人教育相关专业学生教材，也可供自学者使用。

由于编者水平有限，书中难免出现不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编　者

2008年11月

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　质点运动学

质点运动学是研究质点位置随时间而改变的运动规律的理论，其核心任务是描述质点运动，以及这些描述运动物理量之间的关系。本章主要介绍质点运动学的基本内容。

第一节　质点运动学的基本概念

一、质点

实际物体都有大小和形状。研究这样的物体运动一般比较复杂。但是当这些物体的尺寸和形状的差异对物体运动的影响不大时，可以不考虑物体本身的形状和大小，并把物体的质量看做集中在一点时，就将这种物体看成“质点”。这样，质点的运动就容易研究清楚，在此基础上再来讨论有大小和形状的物体，问题就比较容易解决。研究问题时用质点代替物体，可不考虑物体上各点之间运动状态的差别。质点是力学中经过科学抽象得到的概念，是一个理想模型。

一个物体究竟能否简化为质点，要具体问题具体分析。可看成质点的物体往往并不很小，因此不能把它和微观粒子如电子等混同起来。若研究的问题不涉及转动或物体的大小跟问题中所涉及的距离相比较很微小时，即可将这个实际物体抽象为质点。例如，在研究地球公转时，地球半径比日、地间的距离小得多，就可把地球看做质点，但研究地球自转时就不能把它当成质点。又如物体在平动时，内部各处的运动情况都相同，就可把它看成质点。可见，同一个物体在不同的问题中，有时可以被视为质点，有时则不能被视为质点。对于那些不能简化为质点的物体，可以根据具体特点将其简化为其他模型，如质点系、刚体、理想弹性体、理想流体等。因此，物体能否当做质点处理，取决于其力学性质，而不取决于它的实际大小。

二、参照系

说一个物体运动或是静止，只有相对意义。也就是说，物体的运动或者静止必须相对于另外选定的物体而言才有意义。为了研究宏观物体的机械运动，首先应确定该物体在空间的位置。但因物体的位置只能相对地确定，因此又应该首先找出另外一个物体作为参考，这种作为参考的物体叫做参考系或参照系。

如果物体相对于参照系的位置在变化，则表明物体相对于该参照系在运动；如果物体相对于参照系的位置不变，则表明物体相对于该参照系是静止的。同一物体相对于不同的参照系，运动状态可以不同。在运动学中，参照系的选择可以是任意的。研究和描述物体运动，只有在选定参照系后才能进行。

如何选择参照系，必须从具体情况来考虑。例如，一个星际火箭在刚发射时，主要研究它相对于地面的运动，所以把地球选作参照物。但是，当火箭进入绕太阳运行的轨道时，为研究方便，便将太阳选作参照系。为研究物体在地面上的运动，选地球作参照系最方便，例如，观察坐在飞机里的乘客，若以飞机为参照系来看，乘客是静止的；如以地面为参照系来看，乘客是运动的。因此，选择参照系是研究问题的关键之一。

总结起来，参照系有如下特点：

(1) 参照系必须是一个参考体,而不能是一个参考点。

(2) 同样一个运动,在不同的参照系里观测到的结果一般是不同的。

(3) 在运动学中,参照系的选择是完全任意的,但在动力学中则不然。

三、坐标系

为了说明质点的位置运动的快慢、方向等,必须选取其坐标系。在参照系中,为确定空间一点的位置,按规定方法选取的有次序的一组数据,这就叫做坐标。在某一问题中规定坐标的方法,就是该问题所用的坐标系。坐标系的种类很多,常用的坐标系为直角坐标系,或称为正交坐标系。例如,如果物体沿直线运动,为了定量描述物体的位置变化,可以这条直线为 x 轴,在直线上规定原点、正方向和单位长度,建立直线坐标系。

一般来说,为了定量地描述物体的位置及位置的变化,需要在参照系上建立适当的坐标系。直角坐标系虽然是常用的坐标系,但在某些问题中,采用直角坐标系将使计算显得比较繁杂,如果采用其他适当坐标系,就可能方便得多。常用的另外一些坐标系有笛卡儿直角坐标系、平面极坐标系、柱面坐标系(或称柱坐标系)和球面坐标系(或称球坐标系)等。

第二节　矢量的表示和运算

质点的运动一般在三维空间进行,具有快慢之分和方向性,要用矢量描述。转动也具有快慢和方向性,也要用与之对应的矢量来描述。本节简单介绍了矢量的表示及其运算规则。

一、标量和矢量

标量是只有大小的量,质量、长度、时间、密度、能量和温度等都是标量。矢量是既有大小又有方向的量,并有一定的运算规则,位移、速度、加速度、角速度、力矩、电场强度等都是矢量。而有些量,如电流强度既有大小,也有方向,但遵守的是标量的运算规则,所以也是标量。

矢量用黑体字或普通体加箭头表示,如力记为 $\vec{F}$、速度记为 $\vec{v}$。

二、矢量的表示

1. 矢量的几何表示

用一个有方向的线段可表示矢量。线段的长短表示矢量的大小,线段的方向表示矢量的方向。在矢量的几何表示中,矢量可以平移,而不改变此矢量的性质。

2. 矢量的解析表示

在直角坐标系中有一矢量 $\vec{A}$,此有向线段的起点在坐标原点,终点的坐标为 (x,y,z),则矢量可表示为

$$\vec{A} = (x,y,z)\ , \tag{1-1}$$

其大小可表示为 $A = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$,$A$ 称为矢量的模。

3. 矢量的函数表示

长度为一个单位的矢量称为单位矢量。如某矢量 $\vec{A} = (x,y,z)$,则在其方向上的单位矢量可表示为

$$\vec{e}_A = \frac{\vec{A}}{|A|}\ 。 \tag{1-2}$$

说明$\vec{e}_A$的矢量大小为1,方向与$\vec{A}$的方向相同。在直角坐标系中,x轴方向上的单位矢量用$\vec{i}$表示

$$\vec{i} = \frac{\vec{x}}{|x|}, \tag{1-3}$$

$\vec{i}$所表示的矢量大小为1,方向在x轴。

同理,y轴方向、z轴方向的单位矢量可分别表示为

$$\vec{j} = \frac{\vec{y}}{|y|}, \quad \vec{k} = \frac{\vec{z}}{|z|},$$

$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$称为直角坐标系的基本矢量,简称基矢。在直角坐标系中的任一矢量可用与这组基矢相联系的一个矢量函数表示。

$$\vec{A} = (x,y,z),$$

可用矢量函数

$$\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}。$$

来表示。若矢量的端点在直角坐标系中是随时间而改变的,即$x = x(t)$;$y = y(t)$;$z = z(t)$,则矢量可表示为

$$\vec{A}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}。 \tag{1-4}$$

三、矢量的运算

1. 矢量的加法

矢量的加法满足交换律

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}, \tag{1-5}$$

还满足结合律,即

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}。 \tag{1-6}$$

2. 矢量的数乘

一个矢量与一个标量相乘称为矢量的数乘。矢量的数乘分别满足结合律与分配律

$$\alpha(\beta\vec{A}) = (\alpha\beta)\vec{A}, \tag{1-7}$$

$$(\alpha + \beta)\vec{A} = \alpha\vec{A} + \beta\vec{A}。 \tag{1-8}$$

3. 矢量的点积

两个矢量$\vec{A}$,$\vec{B}$的点积定义为

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{A}\vec{B}\cos\theta。 \tag{1-9}$$

4. 矢量的叉积

两个矢量$\vec{A}$,$\vec{B}$的叉积定义为

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}。 \tag{1-10}$$

$\vec{C}$是一个矢量,其大小为$AB\sin\theta$;其方向由右手螺旋法则规定,即从矢量$\vec{A}$的方向用右手手指握向矢量的方向,而此时大拇指的方向为矢量$\vec{C}$的方向。

第三节　描述质点运动的物理量

一、位矢

质点在空间的位置可用位置矢量 $\vec{r}$ 来表示。$\vec{r}$ 是由坐标原点指向质点所在位置的矢量，如图 1 - 1 所示。位置矢量与坐标的关系式位置矢量简称位矢。

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}。\qquad (1-11)$$

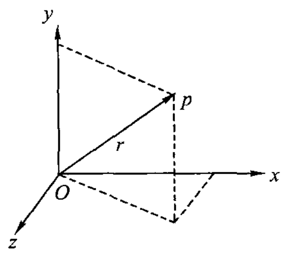


图 1 - 1

由于质点是运动的，因此，质点的位置矢量是随时间变化的，是时间的函数。将其表示为

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}，\qquad (1-12)$$

上述位置矢量随时间的变化关系称为质点的运动方程。根据质点的运动方程，我们就可以确定任意时刻质点的位置。

运动质点在空间所经过的路径所描出的曲线称为质点的运动轨迹。如果质点运动的轨迹为直线，则称该质点做直线运动；若质点运动的轨迹为一般曲线，则称该质点做曲线运动。运动方程用 $x = x(t)$；$y = y(t)$；$z = z(t)$ 表示，消去 t 得到的 $f(x,y,z) = 0$ 就是质点运动的轨迹方程。

例 1 - 1　已知一质点的位矢为 $\vec{r} = R(\sin 2\omega t\,\vec{i} + \cos 2\omega t\,\vec{j})$，式中 R 和 ω 为常量，求该质点的轨迹方程。

解　因为质点的参数运动方程为 $x = R\sin\omega t, y = R\cos 2\omega t$，如果消去参数 t 就可得到质点的运动轨迹方程 $x^2 + y^2 = R^2$。说明该质点做以坐标原点为圆心、半径为 R 的圆周运动。

例 1 - 2　已知一人先向正东方向走了 60 m，后又向正北方向走了 80 m，问此时人的位置在哪里？

解　先选坐标系 Oxy，以出发点为 O 点，正东方向为 x 轴的正方向，正北方向为 y 轴的正方向，分别以 i 和 y 为 x 轴和 y 轴的单位矢量，则人的位置

$$r = (60i + 80j)\,\mathrm{m}。$$

由于一般情况下，质点的位置都是变化的，因此还需要了解有关位置变化的量度问题。

二、位移

质点 t 时刻在 P_1 位置，其位矢是 $\vec{r}_1$。$(t + \Delta t)$ 时刻质点到达 P_2 位置，其位矢是 $\vec{r}_2$。在 Δt 时间内质点的位移是

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}。$$

位移是位矢的增量，是由始位置指向末位置的矢量。描述位移不仅需要用位移的大小，还要用位移的方向来共同描述。需要注意的是，$|\Delta r|$ 与 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ 和 Δs 是不相同的。因为，$\Delta\vec{r}$ 是两个矢量的差，位移的大小与路程的大小一般也不相等。

位移只能描述质点位置的变化，如果想描述位置变化的快慢，需要引用另一个物理量——速度。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

三、速度

速度是描述质点运动快慢和运动方向的物理量，是矢量。对一段有限时间和有限空间可用平均速度来描述运动的快慢，对无限小时间和空间用瞬时速度来描述运动的快慢。

质点的位移 $\Delta \vec{r}$ 和完成这个位移的时间 Δt 之比称为质点在这段时间中的平均速度，记作 $\bar{v}$，

$$\bar{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}。 \tag{1-13}$$

在笛卡儿直角坐标系中，平均速度的表达式：

$$\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}。 \tag{1-14}$$

平均速度对质点的运动的描述不够细致，因为在这段时间内质点的运动可能有快有慢，也有可能改变了方向。平均速度不仅是初始时刻的函数，也与时间间隔 Δt 有关，对于同一质点的同一运动过程，它经常随所选取的时间间隔长短而变化，与质点实际的运动情况总会有一些差异。如果在研究质点运动过程中，需要精确描述质点位置变化的快慢，就需引入一个新的物理量：瞬时速度。用瞬时速度描述质点的运动比较准确细致。质点的位移 $\Delta \vec{r}$ 和时间 Δt 在 $\Delta t \to 0$ 时的比称为质点的瞬时速度或即时速度，记作 $\vec{v}$，

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}。 \tag{1-15}$$

平均速度与瞬时速度都是矢量，平均速度的方向就是位移方向，瞬时速度的方向是质点运动曲线上各点的切线方向，质点在 P_1 处时的瞬时速度和质点在 P_2 处时的瞬时速度分别沿着曲线上 P_1 点和 P_2 点的切线方向。

速度有大小和方向，这两方面只要有一个有了变化，速度就发生了变化。例如，竖直落下物体的速度和方向是不变的，大小变化了，它的速度就变化了；手表秒针针尖绕着轴运动，在任意相等的时间内，针尖经过的弧长的大小都相同，针尖的速度的大小是不变的，但是针尖的运动方向是不停地变化的，所以它的速度是变的。

描述质点运动也常用速率，质点运动的路程与时间之比称为质点的平均速率，$\Delta t \to 0$ 时，该比称为质点的瞬时速率

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \tag{1-16}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}。$$

速率是标量，速度的大小也不一定与速率相等，只有单向直线运动或 $\Delta t \to 0$ 的极限情况下，速度的大小才等于速率。因此，不能笼统地说速度的大小等于速率。

速度和速率的单位在国际实用单位制中用米／秒(m/s)、厘米／秒(cm/s)、千米／小时(km/h)等表示。

四、加速度

加速度是指速度对时间的变化率。

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{r}^{2}}{dt^{2}}。 \tag{1-17}$$

设质点做曲线运动，t 时刻位于 P_1 点且速度为 $\vec{v}$。以 P_1 为坐标原点建立坐标系，一是沿着运动方向，单位矢量用 τ 表示，二是沿曲线 ds 的法线方向，单位矢量用 $\boldsymbol{n}$ 表示，根据解析几何知识二者相互垂直，如此建立的坐标系，称为自然坐标系，在自然坐标系中质点的速度 $\vec{V} = \vec{v}\tau$，则质点的加速度

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(\vec{v}\tau)}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt}\tau + \vec{v}\frac{d\tau}{dt}, \qquad (1-18)$$

式中第一项沿着 P 点的切线方位，称为切向加速度。

由于坐标原点随着轨道的变化而变化，如 $t + dt$ 时刻坐标原点由 P_1 位置变到 P_2 位置，单位矢量 τ 的大小不变但方向在变。设 P_1 点的切向单位矢量为 τ，P_2 点的切向单位矢量为 τ_1，则单位矢量的增量 $d\tau = \tau_1 - \tau$，由此可求得 $d\tau$ 的大小

$$|d\tau| = 1 \cdot d\theta = \frac{|dr|}{\rho} \text{ 即 } \left|\frac{d\tau}{dt}\right| = \frac{|dr|}{\rho dt} = \frac{v}{\rho}。$$

再看 $d\tau$ 的方向。由于 $d\theta$ 是个无穷小量，即 τ_1 无限靠近 τ，则 $d\tau$ 与 τ 垂直，与 P_1 点的法线单位矢量 $\vec{n}$ 相同。由此得到第二项 $v\frac{d\tau}{dt} = \frac{v^2}{\rho}n$。方向沿法线方向，称为法线加速度。综上所述可得

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\tau + \frac{v^2}{\rho}n = \vec{a}_t + \vec{a}_n, \qquad (1-19)$$

式中：$\vec{a}_t$ 为切向加速度，反映速度大小改变的快慢；$\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho}n$ 为法向加速度，反映速度方向改变的快慢。

在特殊的一维直线运动中速度的方向不变，没有法向加速度。匀速曲线运动中速度的大小不变，没有切向加速度，非匀速曲线运动中速度的大小和方向不变，总加速度是切向加速度和法向加速度的矢量和。

第四节　质点运动的一般表示

一、直线运动

质点的直线运动是指轨迹是直线的质点运动。包括匀速直线运动和变速直线运动两类。

1. 匀速直线运动

匀速直线运动是速度的大小和方向都不变的运动。当运动物体所受的合外力为零时，其加速度为零，物体做匀速直线运动。匀速直线运动的运动公式为 $x = vt$。

2. 匀加速直线运动

当做直线运动的质点的运动加速度为常矢量时，称该质点做匀加速直线运动。

(1) 匀加速直线运动质点的加速度

$$\vec{a} = a_x\vec{i}。 \qquad (1-20)$$

(2) 匀加速直线运动质点的速度

加速度定义为 $a_x = \frac{dv_x}{dt}$。将其视为微商，等式两端同时乘 dt 则有 $dv_x = a_x dt$。将等式两端同

时积分，并考虑到初始条件 $t = t_0$ 时，$v = v_{ox}$，可得

$$v_x = v_{ox} + \int_{t_0}^{t} a_x \mathrm{d}t = v_{ox} + a_x(t - t_0)\ 。$$

(3) 匀加速直线运动质点的运动方程

由速度定义 $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，有 $\mathrm{d}x = v_x \mathrm{d}t$，将等式两端同时积分，并考虑到初始条件可得匀加速直线运动质点的速度和位置公式

$$x = x_0 + v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2\ 。\tag{1-21}$$

自由落体运动和竖直上抛运动是两个典型的匀加速直线运动。只受重力作用，从静止开始下落的物体称自由落体，其运动称自由落体运动。这种运动是初速度为零，加速度为 g（重力加速度）的匀加速直线运动。竖直上抛运动是以某一初速度沿竖直方向向上抛出的物体所做的上升和回落运动。上升运动物体所受重力与速度方向相反，速度逐渐减小，物体做匀减速运动。当速度减小到零时，物体上升到最大高度，然后由这个高度回落，做自由落体运动。求解竖直上抛运动可用初速度不为零的匀加速直线运动公式来计算。

3. 变加速直线运动

所谓变加速运动，即加速度（大小或方向或两者同时）变化的运动，其轨迹可以是直线，也可以是曲线。

例 1－3　质点由坐标原点出发时开始计时，沿 x 轴运动，其加速度 $a_x = 2t$(SI)，试求质点的运动学方程。

解　选取质点为研究对象，由加速度定义式，有 $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 2t$，得 $\mathrm{d}v_x = 2t\mathrm{d}t$，考虑初始条件 $t = 0$ 时，$v = v_{ox}$，积分之，$\int_0^{v_x}\mathrm{d}v_x = \int_0^t 2t\mathrm{d}t$，得 $v_x = t^2$。

再由速度的定义式，有 $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = t^2$，考虑初始条件 $t = 0$ 时，$x = 0$，积分之，得

$$\int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t t^2 \mathrm{d}t\ ,$$

即

$$x = \frac{1}{3}t^3\ 。$$

二、圆周运动

质点在以某点为圆心、以 r 为半径的圆周上运动时，其轨迹就是圆周的运动，叫“圆周运动”。它是一种最常见的曲线运动。例如电动机转子、车轮、皮带轮等都做圆周运动。质点沿着圆周运动有两种情况：匀速圆周运动与非匀速圆周运动。质点做匀速圆周运动时，质点的速度方向是时刻在变的，所以匀速圆周运动并非匀速运动。

质点做圆周运动时，若任意相等的时间内质点经过的弧长都相等，这种圆周运动叫做匀速圆周运动，否则为非匀速圆周运动。

(1) 圆周运动质点的路程

在任意时间间隔内的路程：$\Delta s = s(t_2) - s(t_1)$ 。

由于做圆周运动的质点在圆周上运动时，圆周的半径是一常量，因此利用弧度制，可将质点运动的位置转化为弧线所对应的圆心角来表示。

(2) 圆周运动质点的加速度

匀速圆周运动质点的加速度大小为

$$a = \frac{v^2}{R}, \tag{1-22}$$

当 $\Delta t \to 0$ 时，$\Delta \vec{v}$ 的方向趋向圆周的法线方向，所以匀速圆周运动的质点的加速度方向是指向圆心的，因此做匀速圆周运动的质点的加速度叫向心加速度，记作 $\vec{a}_n$，若在圆周的法线方向取单位矢量，匀速圆周运动质点的加速度矢量式可写成

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}。$$

变速圆周运动的加速度的大小为

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}。$$

(3) 角速度

连接运动质点和圆心的半径在单位时间内转过的弧度叫做角速度。角速度的单位是弧度/秒(rad/s)，读作弧度每秒。它是描述物体转动或一质点绕另一质点转动快慢和转动方向的物理量。物体运动角位移的时间变化率叫瞬时角速度(亦称即时角速度)，单位是弧度/秒(rad/s)，方向用右手螺旋定则决定。对于匀速圆周运动，角速度 $\vec{\omega}$ 是一个恒量，可用运动物体与圆心连线所转过的角位移 $\Delta\theta$ 和所对应的时间 Δt 之比表示，$\omega = \Delta\theta/\Delta t$。

同理可引入平均角加速度与瞬时加速度

平均角加速度：

$$\vec{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}。 \tag{1-23}$$

瞬时角加速度：

$$\beta = \frac{d\vec{\omega}}{dt}。 \tag{1-24}$$

角加速度的单位是弧度/秒^2(rad/s^2)。角加速度也是矢量，平均角加速度的方向与角速度增量的方向相同，瞬时角加速度的方向在角速度增量的极限方向，在固定轴问题可用正负号表示它们的方向。

例1-4　汽车在半径为200 m圆弧形公路上刹车，刹车开始阶段的运动学方程为 $s = 20t - 0.2t^3$(长度：m，时间：s)，求 $t = 1s$ 时的加速度。

解　由 $\vec{a} = \vec{a}_n + a_\tau \vec{t} = \frac{v^2}{R}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{\tau}$，

$v_\tau = \frac{ds}{dt} = 20 - 0.6t^2(m/s)$，$t = 1s$ 时，

则　$a_n = \frac{v_\tau^2}{r} = \frac{(20-0.6)^2}{200} m/s^2 = 1.88(m/s^2)$，

$a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} = -1.2t = -1.2(m/s^2)$，

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = 2.23(m/s^2)$，

$\tan\alpha = \frac{a_n}{a_\tau} = -1.566\ 7$。

例1－5　低速迫击炮弹以发射角45°发射，起初速率$v_0=90\text{m/s}$。在与发射点同一水平面上落地。不计空气阻力，求炮弹在最高点和落地点的运动轨迹的曲率。

解 将炮弹设为质点，不计空气阻力，它做抛体运动，其运动的速度和加速度为：

$$\vec{v}=v_0\cos\alpha\vec{i}+(v_0\sin\alpha-gt)\vec{j},$$

$$\vec{a}=\vec{g}=-g\vec{j}。$$

① 在最高点：$v_y=v_0\sin\alpha-gt=0\Rightarrow\vec{v}=v_0\cos\alpha\ \vec{i}$

以抛出点为坐标原点，沿抛物线建自然坐标，以质点运动方向为正方向，在最高点，切向单位矢$\vec{\tau}$与$\vec{i}$同向，法向单位矢$\vec{n}$与$\vec{j}$反向。由$a_n=\dfrac{v^2}{\rho}=g$，则

$$\rho=\frac{v^2}{g}=\frac{(v\cos\alpha^2)}{g}=\frac{(90\times\frac{\sqrt{2}}{2^2})}{9.8}\text{m}=413.3(\text{m})。$$

② 在落地点：$\vec{v}=v_0\ \vec{\tau}$

$$a_n=g\cos(-45°)=\frac{v^2}{\rho}\Rightarrow\rho'=\frac{90^2}{9.8\times\frac{\sqrt{2}}{2}}\text{m}=1\ 169(\text{m})$$

例1－6　一列火车由静止开始速率均匀增大，其轨道半径为$R=800\text{m}$的圆弧。已知启动后$t=3\text{min}$时列车的速率为$v=200\text{m/s}$，求启动后$t_1=2\text{min}$时列车的切向加速度、法向加速度和总加速度。

解 因为速率均匀增大，所以任何时刻的切向加速度大小都相等。具体解题过程如下：

研究对象：车厢上的一点；

坐标：自然坐标系：

运动分析：初始时刻$v=0$，$t=3\text{min}$时$v=200\text{m/s}$，由切向加速度公式$a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=$常量，及质点从静止开始运动的条件得$a_\tau=\dfrac{v}{t}=\dfrac{200}{3\times60}=0.11(\text{m/s})$。

任意时刻的速率为$v=a_\tau t$，所以任意时刻的法向加速度$a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{a_\tau^2}{R}t^2$，代入$t_1=2\text{min}$得到法向加速度$a_{n1}=\dfrac{a_\tau^2}{R}t_1^2=\dfrac{0.111^2}{800}\times(2\times60)^2=0.222(\text{m/s}^2)$，所以$t_1=2\text{min}$时刻的总加速度为$\vec{a}=0.111\vec{\tau}+0.222\vec{n}(\text{m/s}^2)$。

三、相对运动

一物体相对另一物体的位置随时间而改变，则此物体对另一物体发生了运动，此物体处于相对运动的状态。如果相互之间的位置并不随时间而改变，则此物体即在相对静止状态之中。因此，静止与运动两者都是相对的概念，与物体相对于选定的参照物有关。一栋楼房或一棵树对地球来说，它们是静止的；但对太阳来说，它们却都在运动着。当一列火车经过车站时，我们就说这列火车相对车站而运动；但是对在火车上的旅客而言，可以认为车站是在与火车运行相反的方向相对火车而运动。所以，在描述物体是否运动时，观察者必须选择一个参照物，然后根据所选定的参照物来确定物体是否运动。研究力学问题时常常需要从不同的参考系来描述同一质点的运动。对于不同参考系，同一质点的位移、速度和加速度都可能不同。那么在两个参考

系中观察同一质点的运动之间有什么联系呢?为此先来观察彼此具有相对运动的两个参考系中同一质点的运动。

假设有一个相对于地面静止的参考系 xOy,还有一个相对于地面以速度 $\vec{u}$ 做直线运动的参考系 $x'O'y'$。为了描述问题方便,我们称相对于地面静止的参考系 xOy 为基系,称相对于地面以速度 $\vec{u}$ 做直线运动的参考系 $x'O'y'$ 为动系。假设有一质点相对于两个参考系均相对运动。

质点相对于基系的运动方程为 $\vec{r}$,相对于动系的运动方程为 $\vec{r}\,'$,动系的坐标原点相对于基系的坐标原点的运动方程为$\overrightarrow{OO'}$。显然$\vec{r}$,$\vec{r}\,'$,$\overrightarrow{OO'}$三者是不同的,但是三者之间存在着几何关系

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \overrightarrow{OO'}。$$

对上式两端同时求导,得

$$\frac{\mathrm{d}\,\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{r}\,'}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{OO'}}{\mathrm{d}t},$$

式中:$\frac{\mathrm{d}\,\vec{r}}{\mathrm{d}t}$为动点相对于基系的运动速度,$\frac{\mathrm{d}\,\vec{r}\,'}{\mathrm{d}t}$动点相对于动系的运动速度,$\frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{OO'}}{\mathrm{d}t}$为 O' 点相对于基系的运动速度,并令

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{r}}{\mathrm{d}t},\quad \vec{v}\,' = \frac{\mathrm{d}\,\vec{r}}{\mathrm{d}t},\quad \vec{u} = \frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{OO'}}{\mathrm{d}t},$$

则有 $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}$。

这时同一质点相对于两个具有相对运动的参考系之间的速度关系称为伽利略速度变换。

两端再求一阶导数,得$\frac{\mathrm{d}\,\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{v}\,'}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}$,

式中:$\frac{\mathrm{d}\,\vec{v}}{\mathrm{d}t}$为动点相对于基系的加速度,$\frac{\mathrm{d}\,\vec{v}\,'}{\mathrm{d}t}$为动点相对于动系的加速度,$\frac{\mathrm{d}\,\vec{u}}{\mathrm{d}t}$为 O' 点相对于基系的加速度。

如果令

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{v}}{\mathrm{d}t},\quad \vec{a}\,' = \frac{\mathrm{d}\,\vec{v}\,'}{\mathrm{d}t},\quad \vec{a}_0 = \frac{\mathrm{d}\,\vec{u}}{\mathrm{d}t},$$

则有 $\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_{O'}$,该式称为加速度合成公式。

伽利略变换所蕴含的时空观:

(1) 关于同时性

设在 O 系中观测的两事件均于 t 时刻发生,两者可在同一地点或不同地点。在 O' 系中观测两事件发生的时刻分别是 t'_1 和 t'_2,由伽利略变换可知:$t'_1 = t_1, t'_2 = t_2$,即 $t'_1 = t'_2$,即 O' 系中,两事件也是同时发生的。同时性是绝对的。

(2) 关于时间间隔

设 O 系中,两事件分别于 t_1 和 t_2 时刻相继发生,O' 系中,测得两事件发生的时刻为 t'_1 和 t'_2,由伽利略变换 $t'_1 = t_1, t'_2 = t_2$,得 $t'_1 - t'_2 = t_1 - t_2$,即两参考系中观测到两事件的时间间隔相同。也可以说在伽利略变换下,时间间隔是绝对的。

(3) 关于杆的长度

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com