分貝和奈培

何羽 著

人民邮电出版社

內容提要

用通俗的方法講述分貝和奈培的来源及意义，进而談到它們的用法和計算方法，最后举了一些实际的使用和計算例子，并談到如何測量。凡是具有高小算术基础的工人就可以自己閱讀，不必另行講解，对于初級技术人員也有帮助。

分貝和奈培

★

何　羽　著

人民邮电出版社出版

北京东四區6條胡同13號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇四八號）

邮电部器材供应管理局南京印刷厂印刷

南京太平路戸部街15號

新華書店發行

★

開本：787×1092 1/32 印張：$2\frac{12}{32}$ 頁數：38 字數：53千字

1958年3月南京第一版

1958年3月第一次印刷印數：1—2,267冊

統一書号：15045·总726-有134

定　价：(10)0.32元

目　录

1. 开場白……………………………………………………(1)
2. 指数的意义………………………………………………(2)
3. 指数的簡单規律…………………………………………(4)
4. 对数的意义………………………………………………(10)
5. 对数的几个基本規律……………………………………(11)
6. 常用对数…………………………………………………(13)
7. e 和自然对数……………………………………………(26)
8. 分貝和奈培的意义………………………………………(27)
9. 分貝和奈培的換算………………………………………(45)
10. 分貝的其他計算式和分貝表……………………………(47)
11. 一些有关分貝和奈培的計算举例………………………(56)
12. 电平的测量………………………………………………(65)
13. 結束語……………………………………………………(74)

开 場 白

做电信技术工作的同志們，常常听到或在杂志、书籍上看到下列語句：

“不得了，杂音电平是−32分貝；”

“載波电路在綫路上同杆的傳輸电平差值不要大于6分貝”。

“东西向會发生25分貝的清晰串音”。

“轉电綫圈的損耗是 0.075 奈培”。

“可采用非直綫衰耗 2 到 2.5 奈培的振盪器”。

“实际上語言动态范圍的寬度大約等于 4 奈培”。

“从县內电話通信网路一級轉接制的傳輸衰耗分配图上看，区乡分局交換机、县內电話交換机、县局长途交換机和轉电綫圈的总傳輸衰耗是0.5奈培”。

“扩音机的信号杂音比最好能达到60分貝”。

“磁石式电話机的送話效能，若經31分貝衰耗仍能听清話音，便合乎标准”。

“我們所架菱形天綫的增益是18分貝”。

“根据說明书規定，如电路淨衰耗由−0.8奈培減到−0.35奈培时，振鳴边际的标准应減去0.45奈培”。

………………………………

这样举例举一天也举不完。但上述各例中不是包含着“分貝”便是包含着“奈培”。分貝和奈培的涵义究竟是什么，从表面字义上是看不出来的。

有的同志說：“我搞了十几年电信技术工作，嘴里也常常

說分貝、分貝，但分貝的意义究竟是什么反而不很清楚，尤其看到人家計算－30分貝加上－40分貝所得結果并不是－70分貝的时候就更模糊。从前很少听說奈培，現在又常遇到奈培了，分貝和奈培的关系又是什么？”有这样問題的同志不是个别的，尤其沒有学过对数、或虽学过对数但对分貝和奈培的用法还不十分熟悉的就更会有一些疑問。

为了学习什么是分貝和奈培，这本小书算是个学习发言，倘有說得不对的地方，請将意見寄交人民邮电出版社，以便在再版时修正。

为了很好的学习，首先应該知道它們的定义。定义是許多书上都有的，現在把它們抄写在下面：

$$奈培=\frac{1}{2}\log_e\frac{功率_2}{功率_1} \tag{1}$$

$$分貝=10\log_{10}\frac{功率_2}{功率_1} \tag{2}$$

彻底了解这两个定义，也并不是非常容易的事。看了这两个定义立刻就会发生这样的問題：“功率$_2$和功率$_1$是否是同一地点的功率？不在同一地点行不行？”，“log是什么意思？”，“e又是什么意思？”，“$\log_e$和$\log_{10}$有什么区别？”等等。

現在我們就着手“解剖”这两个定义，看看里面究竟包含了什么內容。

指数的意义

解剖这两个定义的第一步，需要介紹一点数学概念。数学是我們解决某些問題的工具，比如我們掌握了开平方的方法，

知道杆高和拉距以后，拉綫长度就很容易算出来。提到数学很多同志会摇头，感觉数学很难，很不容易理解，其实解决什么是分貝或奈培所用的数学是极其簡单的，絲毫沒有値得摇头的地方。当然，若以前沒有遇到或用过这点簡单数学，是会感到陌生的，但是要想彻底掌握分貝和奈培的意义，学习一下这点簡单数学还是非常必要的。

首先我們談談指数的意义。

談到指数，很容易和报刊上所登的"生活指数""物价指数"等联系起来，在数学里所說的指数，和它們沒有相同点。

在談数学里的指数以前，先說个故事。从前一个地主的妹妹出嫁，临上轎前他妹妹在床上乱找，說是有个銅錢找不到了，那时候上轎的时刻已到，娶亲的人都催着要走。地主很着急，跑到妹妹房里一看，原来是为了个銅錢。地主說：別找了，一个銅錢有什么了不起，你走吧，我給你生"蹦蹦利"。妹妹上轎走了，到了50天回門来，跟地主算賬，結果地主把房、地产全部卖掉还不够賠他妹妹的。

猛看起来，一个小銅錢生蹦蹦利（每天翻一倍的意思），很象沒有什么，为什么地主弄到傾家蕩产还不够賠呢？

讓我們来算算。因为生的是蹦蹦利，每天要翻一倍，第一天自然仍是那个銅錢，第二天便变成1×2=2个，第三天是1×2×2=4个，第四天又翻一倍是1×2×2×2=8个，第五天是8×2=16个，第六天是16×2=32个，第七天是32×2=64个……到第五十天一共应是：

1×2×2×2×2×2×2×2×2×2×2×2×2……×2=

=128×128×128×128×128×128×128=

=16384×16384×16384×128=560,000,000,000,000个

这数字是很赫人的。假設每一万个銅錢換一两銀子，每一百两銀子买一亩地。又假設地主有两万亩地，房产又值10万两銀子，那末地主整个財产共值：

$20000 \times 100 \times 10000 + 100000 \times 10000 = 21,000,000,000$个銅錢，两个数字比起来差不多要有30000个地主的財产才够賠。

我們的目的并不是想替地主算賬，而是想說明一个道理。那就是有一个数自己連乘多次的时候，最好不要写成reen的連乘形式。因为这样写很容易弄花眼，不是多写就是会少写，而且連乘的数目很大、連乘的次数又很多的时候，写起来太浪費时間和紙張。因此数学家們便想出用指数方式来写的办法。

在上面的例子里，一共是49个2連乘，可以簡单地写成2^{49}。把49写在2的右上角，而且写时字体要稍稍写小些，这就表示是49个2連續相乘。49这个数字就叫2的指数。

可以作为指数的数字什么都可以，并不限于49；可以有指数的数字也是什么都可以，只要是連乘便行，并不限于2；这里用49和2来說明只是个例子。

我們常看到一个数字的右上角上有个2，說是这个数字的2次方，其实这个2便是指数，表示有两个这样数字連乘。一个数字的右上角有个3，說是那个数字的3次方，这个3也是指数，表示連乘3次。

一般的說，只要某个数字的右上角有个写得小些的数，这写小些的数便是指数。指数是多少就表示某数要連乘多少次。

指数的簡單規律

带有指数的数在运算的时候有两个簡单規律，把这两个簡

单規律的意义記住是很有用处的，指数的其他形式往往从这两个規律推出来。

1. 第一个規律是：带有不同指数的某数相乘或相除时，結果等于該数的指数相加或相减。

这个規律很容易明白，例如我們有两个数，一个是8^2，另一个是8^4，当这两个数相乘的时候所得結果是 $8^{2+4}=8^6$。这是因为$8^2=8\times8$，是两个 8 連乘；而$8^4=8\times8\times8\times8$是 4 个 8 連乘，$8^2\times8^4=(8\times8)\times(8\times8\times8\times8)=6$个8 連乘。根据指数的意义，6个8連乘等于$8^6$，6便是由2＋4来的。

同样道理$8^7\times8^2\times8^3\times8^6=8^{7+2+3+6}=8^{18}$，

$$12^3\times12^2\times12^5\times12^4\times12^6=12^{3+2+5+4+6}=12^{20}。$$

又因为$8^7=8\times8\times8\times8\times8\times8\times8$，$8^4=8\times8\times8\times8$，那末$8^7\div8^4=\dfrac{8\times8\times8\times\cancel{8}\times\cancel{8}\times\cancel{8}\times\cancel{8}}{\cancel{8}\times\cancel{8}\times\cancel{8}\times\cancel{8}}=8\times8\times8=8^3$（分数的分子分母各用同数除其結果不变，在这个例子里，分子分母各用 8 除了 4 次）。因此我們便知道$8^7\div8^4=8^{7-4}=8^3$，也就是等于 8 的指数相减。

我們引入一个新的名詞叫做“底数”。底数是什么呢，在8^7这个数上，7 是 8 的指数，8 便是 7 的底数。在12^3这个数上，3 是指数，12便是底数；在2^{49}这个数上，49是指数 2 便是底数。所以某数若带有指数，某数就是所带指数的底数。

引入了底数这个概念以后，就容易說明这个簡单規律的适用范圍了。

两个带有指数的数相乘或相除，并不是任何数都可以得到将指数相加或相减的結果，要想得到这个結果，只有底数相同才行，例如$8^7\div5^2$便不能得8^{7-2}或5^{7-2}。

第二个規律是：一个已經带有指数的数若再带有指数时，

可以将該数的两个指数相乘做为新指数。

这也是容易証明的，比如这个带有指数的数是8^2，若这个数連乘5次，写成指数形式便是$(8^2)^5$。$(8^2)^5$这个数又可以写成

$$8^2\times8^2\times8^2\times8^2\times8^2=(8\times8)\times(8\times8)\times(8\times8)$$
$$\times(8\times8)\times(8\times8)$$

显然这就成了10个8連乘，而$10=2\times5$，所以$(8^2)^5$可以写成$8^{2\times5}=8^{10}$。同理，其他已經带有指数的数若再带有指数时，也可以仿照写。

有了上面所說的两个簡单規律，我們就可以推定出几个很有用的指数形式来。

“0”可以作指数嗎？

从指数的定义来看，好象“0”不可以作指数。实际上“0”是可以作指数的，而且了解用“0”作指数的意义，对于了解分貝和奈培的計算是很有帮助的。

第一个簡单規律告訴我們，两个带有指数的数相除，若两个数的底数相同，其結果是指数相减。好了，假設我們用8^2去除8^2得什么結果呢？很容易，$8^2\div8^2=8^{2-2}=8^0$；若实际去除，便得$8^2\div8^2=\dfrac{8\times8}{8\times8}=1$，两相比較就得到$8^0=1$。同理，$2^0=1$，$5^0=1$，$9^0=1$，$100^0=1$，不論什么数（0要除外，因为$0\div0$可以得任何数，也就是$0\div0$沒有意义）只要它的指数是0，便等于1。

同样道理也可以証明任何数的1次方，即指数是1时，仍是原数。比如$2^1=2$，$3^1=3$，$25^1=25$，$62^1=62$等等。証明起来很容易，你看，$2^3=2\times2\times2$，$2^2=2\times2$，$2^3\div2^2=2^{3-2}=2^1$，

而$2^3 \div 2^2 = \dfrac{2\times2\times2}{2\times2} = 2$，这不是$2^1=2$嗎？其他数也可以用相同的方法証明（0也要除外）。

負数可以作指数嗎？

利用第一个簡单規律也可以推定出負指数的意义来。比如$5^2 \div 5^4$，根据第一个定律便得5^{2-4}。$2-4$在算术上是不能減的，但在代数上把“数”的范圍推广了，不但有正数也有負数，

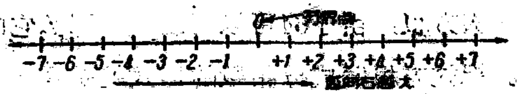

圖 1.

并規定凡是小于0的数都是負数（圖1）。有了这个規定就可以減了，$2-4=-2$，$5^{2-4}=5^{-2}$。但要注意，-2虽然小于0，而5^{-2}并不小于0。

5^{-2}可以写成$\dfrac{1}{5^2}$，这一点可以从$5^2 \div 5^4 = \dfrac{5\times5}{5\times5\times5\times5} = \dfrac{1}{5\times5} = \dfrac{1}{5^2}$直接得到証明，很显然$\dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$这数是大于0的。

同理$4^{-3} = \dfrac{1}{4^3}$，$8^{-5} = \dfrac{1}{8^5}$，$10^{-1} = \dfrac{1}{10}$，$(98)^{-15} = \dfrac{1}{(98)^{15}}$，虽然指数都是負数，但这些数却不是負数。

分数可以作指数嗎？

根据两个簡单規律也可以推定出分指数的意义来。

我們知道，$\sqrt{5}$叫5的平方根，意思是說两个$\sqrt{5}$乘起来仍旧得5。$\sqrt[3]{5}$叫5的立方根，意思是3个$\sqrt[3]{5}$乘起来仍旧得5。

很早以前就有人指出$\sqrt{5}$可以写成$5^{\frac{1}{2}}$；$\sqrt[3]{5}$可以写成$5^{\frac{1}{3}}$。这样写行不行呢？根据第一个规律，这样写是行的，因为$(\sqrt{5})(\sqrt{5})=5^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=5^1=5$；$(\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5})=5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=5^1=5$。

因此我們知道用$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，等分数作指数时就代表該数的2次方根、3次方根、4次方根等等。

有时候我們也可能求某个带有整指数的数的多少次方根，比如求64的5次方根，由于64可以写成8^2，那么它的5次方根就等于$\sqrt[5]{8^2}$。把这方根写成分指数的形式就是$8^{\frac{2}{5}}$。

这样写对不对呢？我們也可以証明一下。

$$(8^2)^{\frac{1}{5}}(8^2)^{\frac{1}{5}}(8^2)^{\frac{1}{5}}(8^2)^{\frac{1}{5}}(8^2)^{\frac{1}{5}}$$
$$=(8^2)^{\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}=(8^2)^1=8^2,$$

而 $$(8^{\frac{2}{5}})(8^{\frac{2}{5}})(8^{\frac{2}{5}})(8^{\frac{2}{5}})(8^{\frac{2}{5}})=8^{\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}}$$
$$=8^{2(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5})}$$
$$=8^2$$

这就証明了$\sqrt[5]{8^2}=8^{\frac{2}{5}}$。

因此我們就明白了分指数的意义。分指数可以是眞分数也可以是假分数，但不論是哪种分数，它的分子是几就表示底数先自乘几次，而分母是几，就表示底数自乘完了以后再开几次方。

为了巩固对指数性質的理解，請想想或算算下面的思考問題：

問題1：倘若把一張人民日报摺起来，第一摺变成两层厚，第二摺变成四层厚，第三摺变成八层厚（图2），継續摺下去，倘若你能摺到50次（实际上，摺到十几次就不能再摺了），那末

摺完以后的厚度，会比地球到月亮的距离还大（地球到月亮的距离約384000公里）。你相信嗎？若不相信就請你实际算算看。

問題2：我国的人口，假如每年增加10%，那么20年后便要比現在多5倍，你相信嗎？請算算。

圖 2.

算时用第一年的人口数为1，第二年便是$(1+0.1)$，第三年是$(1+0.1)(1+0.1)=(1+0.1)^2$，第四年是$(1+0.1)^3$，第20年是$(1+0.1)^{19}$。$(1+0.1)^{19}$約等于6.1，也就是相当于开始那一年的6.1倍，假如开始的一年是6亿，那么到20年后便要有$6\times6.1=36.6$亿，比現在世界上人口的总数还要多一半左右。

問題3：$5^0=6^0$，是否$5=6$？若是，为什么是？若不是为什么不是？

問題4：假如一个数大于1，它的指数是$-\infty$（∞这符号的意义是无穷大，即比任何能指出来的数都大），那么不管这个数有多么大或多么小，其結果可以認为是零。为什么？

問題5：$(1957)^{\frac{13}{8}}=?$請你实际算算看。算时先用13个1957連乘，連乘完以后再連开三次平方（因为$8=2\times2\times2=2^3$）。算时要記录一共用了多少时間。等看完了后面所介紹的用对数計算的方法以后，再用对数算一遍，两个比比哪个最快，对于这样的問題用对数算会节省多少时間？

根据上面所举各思考题的情况来看，用加、减、乘、除、

开方等方法来計算，显然很費时間，还免不掉出錯。

我們有一句諺語說"一寸光阴一寸金"，意思是时間是宝貴的，三分鈡便能解决的問題，最好不要采取那些半天还解决不了的办法。

計算这类問題最簡便的方法就是利用"对数"的方法。

对数的意义

指数和对数有着血肉相連的关系。先談指数并不是无的放矢。

在 $2^3=8$ 这个式子里，我們說 3 是 2 的指数，2 是 3 的底数，而 8 是 2^3 的結果数（有的书上叫真数）。說明指数 3 对于結果数 8 是什么关系，我們就說 3 是用 2 做底数的 8 的对数。实际上这就是对数的定义。

一般些說，用某已知数做底数，經过某次乘方得出一个結果数，这乘方数就叫結果数以某已知数做底数的对数。这样下定义很繞脖子，还是多举些例子把它說清楚吧。

例如用 4 做底数，那末：

16的对数就是 2，因为 $4^2=16$；

64的对数是 3，因为 $4^3=64$；

4 的对数是 1，因为 $4^1=4$；

2 的对数是 $\frac{1}{2}$，因为 $4^{\frac{1}{2}}=\sqrt{4}=2$；

$\frac{1}{4}$ 的对数是 -1，因为 $4^{-1}=\frac{1}{4}$；

$\frac{1}{2}$ 的对数是 $-\frac{1}{2}$，因为 $4^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{4^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{2}$。

如用10做底数，那末：

10的对数就是1，因为$10^1=10$；

100的对数是2，因为$10^2=100$；

1000的对数是3，因为$10^3=1000$；

0.1的对数是−1，因为$10^{-1}=\frac{1}{10}=0.1$；

0.001的对数是−3，因为$10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}=0.001$。

在数学里面往往用縮写或用符号代替某种意义，譬如用$\sqrt{\ }$代替平方根，写成$\sqrt{10}$一看就知道是10的平方根，看到$\sqrt[3]{15}$知道是15的立方根。

在对数上也一样，我們把“用4做底数，16的对数等于什么？”写成“$\log_4 16=?$”。把“用10做底数，100的对数等于什么？”写成“$\log_{10}100=?$”等等。

但是要特别注意，很显然log并不是一个数，$\log_{10}100$决不表示$\log_{10}$与100相乘。log是对数的代表符号，$\log_{10}$是取用10做底的对数的代表符号，$\log_4$是取用4做底的对数的代表符号。做底数的这个数一定要写在log的右下角，并且要写小些。

log(发音如“洛哥”或“ㄌㄠ，ㄍ”)是拉丁字 *logarithmus*（对数的意思）的前三个字母。

对数的几個基本規律

上面只談了对数的定义，但是只从定义上还看不出利用对数来計算有什么好处。

利用对数进行計算很方便，是因为对数有几个适合于作計算用的方便規律。

为了說明对数的規律，我們引用几个字母，利用這些字母

来代替数字可以使对数的规律带有更普遍的意义，而且也方便。这几个字母是（見汉語拼音方案草案）：

a（ㄚ）；m（ㄝㄇ）；n（ㄋㄝ）；x（ㄒㄧ）；y（ㄧㄚ）。

第一个規律是：取乘积的用任何数作底数的对数，必等于乘积中各数用同一底数的对数之和。

例如設：$a^x=m$，$a^y=n$，

取用 a 作底数的对数必得：

$$x=\log_a m,\quad y=\log_a n,$$

因为 $a^x\times a^y=m\times n$，和 $a^x\times a^y=a^{x+y}$（根据指数第一个規律）

所以 $a^{x+y}=m\times n$，

再取这数用 a 作底的对数得 $x+y=\log_a m\times n$

将这个式子与上式比較便得：

$$\log_a m\times n=x+y=\log_a m+\log_a n$$

或写成

$$\log_a m\times n=\log_a m+\log_a n \tag{3}$$

同理可以証明取更多个数目乘积的对数，一定等于各个数的对数的和。

第二个規律是：商的对数，等于被除数的对数减去除数的对数。

仍設 $a^x=m$，$a^y=n$；

等号两边分别相除得

$$\frac{m}{n}=\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}\text{（根据指数第一个規律）}$$

取上式的对数得：

$$\log_a \frac{m}{n} = x - y$$

因 $x = \log_a m$, $y = \log_a n$,

所以 $$\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n \qquad (4)$$

第三个規律：一个带有指数的数的对数，等于所带指数与該数的对数的乘积。

設 $m = a^y$, $\log_a m = y$

又 m^x 必等于 $(a^y)^x = a^{xy}$（根据指数第二个規律）

取上式的对数，并用 $\log_a m$ 代替 y 得：

$$\log_a m^x = xy = x \log_a m。\qquad (5)$$

以上这三个規律是对数的基本規律，具有通用的意义，必須記住，若能自己实地証明一下，就更容易記牢。有了这些規律就对計算提供了非常方便的門路。因为誰都知道用加法計算比用乘法簡单，而用減法又比用除法簡单，把指数改成了乘数自然就更簡单了（实际的計算下边会談到）。

常用对数

虽然在理論上任何数都可以作为对数的底数，而实际上最通用的却只有用10做底的常用对数和用 e 做底数的自然对数。翻回开头的第2頁来便会看到，分貝是用常用对数計算的，而奈培是用自然对数計算的。

先談談常用对数。

根据对数的定义，我們有下列簡单情况：

$10^1 = 10$, 所以 $\log_{10} 10 = 1$。

$10^2=100$, 所以 $\log_{10}100=2$。

$10^3=1,000$, 所以 $\log_{10}1,000=3$。

$10^4=10,000$, 所以 $\log_{10}10,000=4$。

$10^5=100,000$, 所以 $\log_{10}100,000=5$。

$10^6=1,000,000$, 所以 $\log_{10}1,000,000=6$。

从上面这个小表上，我們得到了两个重要規律：（1），1以后有一个零时，它的常用对数是1；1以后有两个零时，它的常用对数是2；1以后有三个零时，它的常用对数是3；有四个零时，对数是4；有五个零时，对数是5；……。对数的数和1以后的零的数字一般多。（2），10是两位整数的数字中的最小的，它的对数是1，而两位整数的数字中最大的一个是99，99比100小，而100的对数是2，因此凡是有两位整数的数，它的对数一定比1大比2小；100是三位整数数字中最小的一个，它的对数是2，而三位整数数字中最大的一个是999，比1000小，而1000的对数是3，因此凡是有3位整数的数，它的对数一定比2大比3小；同理，凡是有4位整数的数，它的对数一定比3大比4小；有5位整数的数，它的对数一定比4大比5小；有6位整数的数，它的对数一定比5大比6小；……。

比如56这个数有两位整数，它比10大比100小，所以它的对数比1大比2小；741是个三位数，它的对数一定比2大比3小；8684是个四位数，它的对数一定比3大比4小；……。

我們再看看比10小的数字的常用对数：

$10^0=1$, 所以 $\log_{10}1=0$。

$10^{-1}=\frac{1}{10}=0.1$, 所以 $\log_{10}0.1=-1$。