

可下载教学资料

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



高等学校教材
计算机科学与技术

离散数学基础 及实用算法

吴修国 主编

清华大学出版社



高等学校教材
计算机科学与技术

离散数学基础 及实用算法

吴修国 主编
姜彤彤 许崇敬 林腾 副主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书包括离散数学基础理论和算法实现两部分内容。基础理论部分包括数理逻辑、集合与关系、代数系统以及图论等。算法实现部分以大量的算例系统地给出了离散数学中典型理论成果的计算机实现。本书包含丰富的算法、大量的应用实例,在详细解释源代码的同时,为读者进一步自主开发提供了便利。

本书可以作为普通高等学校、计算机、信息科学或其他相关专业本、专科教材,同时,可供科技人员、教学人员以及研究生参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

离散数学基础及实用算法/吴修国主编. —北京:清华大学出版社,2009.6

(高等学校教材·计算机科学与技术)

ISBN 978-7-302-19762-1

I. 离… II. 吴… III. ①离散数学—高等学校—教材 ②算法理论—高等学校—教材

IV. O13 O241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 041164 号

责任编辑:闫红梅 徐跃进

责任校对:梁 毅

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京市昌平环球印刷厂

装 订 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:17.75 字 数:442 千字

版 次:2009 年 6 月第 1 版 印 次:2009 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:26.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:031105-01

编审委员会成员

(按地区排序)

清华大学

周立柱 教授
章 征 教授
王建民 教授
刘 强 副教授
冯建华 副教授

北京大学

杨冬青 教授
陈 钟 教授
陈立军 副教授

北京航空航天大学

马殿富 教授
吴超英 副教授
姚淑珍 教授

中国人民大学

王 珊 教授
孟小峰 教授
陈 红 教授

北京师范大学

周明全 教授

北京交通大学

阮秋琦 教授

北京信息工程学院

孟庆昌 教授

北京科技大学

杨炳儒 教授

石油大学

陈 明 教授

天津大学

艾德才 教授

复旦大学

吴立德 教授
吴百锋 教授
杨卫东 副教授

华东理工大学

邵志清 教授

华东师范大学

杨宗源 教授

应吉康 教授

东华大学

乐嘉锦 教授

上海第二工业大学

蒋川群 教授

浙江大学

吴朝晖 教授

李善平 教授

南京大学

骆 斌 教授

南京航空航天大学

秦小麟 教授

南京理工大学

张功萱 教授

南京邮电学院	朱秀昌	教授
苏州大学	龚声蓉	教授
江苏大学	宋余庆	教授
武汉大学	何炎祥	教授
华中科技大学	刘乐善	教授
中南财经政法大学	刘腾红	教授
华中师范大学	王林平	副教授
	魏开平	副教授
	叶俊民	教授
国防科技大学	赵克佳	教授
	肖 依	副教授
中南大学	陈松乔	教授
	刘卫国	教授
湖南大学	林亚平	教授
	邹北骥	教授
西安交通大学	沈钧毅	教授
	齐 勇	教授
长安大学	巨永峰	教授
西安石油学院	方 明	教授
西安邮电学院	陈莉君	教授
哈尔滨工业大学	郭茂祖	教授
吉林大学	徐一平	教授
	毕 强	教授
长春工程学院	沙胜贤	教授
山东大学	孟祥旭	教授
	郝兴伟	教授
山东科技大学	郑永果	教授
中山大学	潘小轰	教授
厦门大学	冯少荣	教授
福州大学	林世平	副教授
云南大学	刘惟一	教授
重庆邮电学院	王国胤	教授
西南交通大学	杨 燕	副教授

改革开放以来,特别是党的十五大以来,我国教育事业取得了举世瞩目的辉煌成就,高等教育实现了历史性的跨越,已由精英教育阶段进入国际公认的大众化教育阶段。在质量不断提高的基础上,高等教育规模取得如此快速的发展,创造了世界教育发展史上的奇迹。当前,教育工作既面临着千载难逢的良好机遇,同时也面临着前所未有的严峻挑战。社会不断增长的高等教育需求同教育供给特别是优质教育供给不足的矛盾,是现阶段教育发展面临的基本矛盾。

教育部一直十分重视高等教育质量工作。2001年8月,教育部下发了《关于加强高等学校本科教学工作,提高教学质量的若干意见》,提出了十二条加强本科教学工作提高教学质量的措施和意见。2003年6月和2004年2月,教育部分别下发了《关于启动高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作的通知》和《教育部实施精品课程建设提高高校教学质量和人才培养质量》文件,指出“高等学校教学质量和教学改革工程”是教育部正在制定的《2003—2007年教育振兴行动计划》的重要组成部分,精品课程建设是“质量工程”的重要内容之一。教育部计划用五年时间(2003—2007年)建设1500门国家级精品课程,利用现代化的教育信息技术手段将精品课程的相关内容上网并免费开放,以实现优质教学资源共享,提高高等学校教学质量和人才培养质量。

为了深入贯彻落实教育部《关于加强高等学校本科教学工作,提高教学质量的若干意见》精神,紧密配合教育部已经启动的“高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作”,在有关专家、教授的倡议和有关部门的大力支持下,我们组织并成立了“清华大学出版社教材编审委员会”(以下简称“编委会”),旨在配合教育部制定精品课程教材的出版规划,讨论并实施精品课程教材的编写与出版工作。“编委会”成员皆来自全国各类高等学校教学与科研第一线的骨干教师,其中许多教师为各校相关院、系主管教学的院长或系主任。

按照教育部的要求,“编委会”一致认为,精品课程的建设工作从开始就要坚持高标准、严要求,处于一个比较高的起点上;精品课程教材应该能够反映各高校教学改革与课程建设的需要,要有特色风格、有创新性(新体系、新内容、新手段、新思路,教材的内容体系有较高的科学创新、技术创新和理念创新的含量)、先进性(对原有的学科体系有实质性的改革和发展、顺应并符合新世纪教学发展的规律、代表并引领课程发展的趋势和方向)、示范性(教材所体现的课程体系具有较广泛的辐射性和示范性)和一定的

前瞻性。教材由个人申报或各校推荐(通过所在高校的“编委会”成员推荐),经“编委会”认真评审,最后由清华大学出版社审定出版。

目前,针对计算机类和电子信息类相关专业成立了两个“编委会”,即“清华大学出版社计算机教材编审委员会”和“清华大学出版社电子信息教材编审委员会”。首批推出的特色精品教材包括:

(1) 高等学校教材·计算机应用——高等学校各类专业,特别是非计算机专业的计算机应用类教材。

(2) 高等学校教材·计算机科学与技术——高等学校计算机相关专业的教材。

(3) 高等学校教材·电子信息——高等学校电子信息相关专业的教材。

(4) 高等学校教材·软件工程——高等学校软件工程相关专业的教材。

(5) 高等学校教材·信息管理与信息系统。

(6) 高等学校教材·财经管理与计算机应用。

清华大学出版社经过 20 年的努力,在教材尤其是计算机和电子信息类专业教材出版方面树立了权威品牌,为我国的高等教育事业做出了重要贡献。清华版教材形成了技术准确、内容严谨的独特风格,这种风格将延续并反映在特色精品教材的建设中。

清华大学出版社教材编审委员会

E-mail: dingl@tup.tsinghua.edu.cn

离散数学形成于 20 世纪 70 年代初期,是随着计算机科学的发展和计算机应用的日趋广泛而建立起来的一个数学分支,它为计算机科学技术和工程应用提供了有力的理论工具,其中涉及的概念、原理和方法在计算机及相关学科领域都有着重要应用。离散数学与计算机科学中的数据结构、操作系统、编译原理、算法分析、逻辑设计、系统结构、机器定理证明等课程联系紧密,是培养学生缜密思维,提高学生素质的核心课程之一。因此,离散数学已经显示出强大的生命力和渗透力,发展前景广阔。

本课程不但要培养学生的抽象思维能力,而且更注重培养学生运用数学方法解决实际问题的能力。然而,从作者多年讲授离散数学的效果来看,有不少学生在学习完抽象的数学理论后,对于其中相关理论和方法的学习目标和作用并不明确,也不知道这些理论的真正作用,尤其是不能将离散数学的学习与其计算机实现相结合。往往是单纯地学习理论知识,缺乏与实际问题的联系,这是离散数学教学的一个亟待改进的问题。

本书的特色

本教材在内容取材和写作风格上做了相应的整合与尝试。将抽象的离散数学理论和具体的计算机实现有机地联系起来,提出了离散数学的教学离不开计算机实验的思想,主要表现在:

- (1) 将离散数学理论教学与算法实现结合。
- (2) 将多种算法和数据结构有机结合。
- (3) 将离散数学理论与应用结合。
- (4) 通俗易懂、循序渐进地给出算法的实现。

本书的主要内容

本教材分为基本理论和算法实现两个部分。基本理论包括数理逻辑、集合与关系、代数系统以及图论四方面内容;算法实现穿插于理论介绍之后,详细地给出了具体的实现算法,其目的都是为读者进一步理解基本理论。本书所提供的源程序可以作为读者自主开发的基础。

基本理论约需讲授 80 课时,算法实现部分可视专业需要安排课程,估计讲授 30 课时。本书在内容阐述时力求严谨,推演时务求详尽,大部分概念都用例子予以说明。

为了将多种算法和数据有机地联系在一起,在第 11 章建立了一个“总界面”,通过总界面用户可以很方便地实现在不同应用程序之间的切换。

本书的读者

本书面向广大的希望学习离散数学的读者:

(1) 对那些离散数学的初学者来说,本书在介绍基本理论时,努力做到简明扼要、深入浅出,并提供了大量的例子,使抽象的离散数学理论变得具体,易于理解掌握。

(2) 对那些想尽快得到离散数学应用的读者,本书是“离散数学应用程序包”,只要建立相关的数据文件,就可以实现离散数学的基本应用。特别是第 11 章提供的“总界面”,使操作非常方便。

(3) 对那些想进一步用 Delphi 对离散数学算法及其他算法进行开发的读者,本书是一本很好的基础教材,从建立数据文件到开发应用程序,读者都可以从本书中找到对应的有参考价值的内容。

本书的作者

本书第 1 篇数理逻辑的理论部分(第 1 章、第 2 章),第 2 篇集合与关系的理论部分(第 4 章)由山东师范大学姜彤彤编写;第 3 篇代数系统的理论部分(第 7 章),第 4 篇图论的理论部分(第 9 章)由山东经济学院许崇敬编写;第 1 篇数理逻辑的算法实现部分(第 3 章)由山东经济学院林腾编写;其余部分由山东经济学院吴修国编写并承担了全书的策划、修改和定稿工作。全书由山东经济学院江学军博士、教授审校。在本书编写过程中,得到了山东经济学院教务处韩作生处长大力支持,在此我们表示衷心感谢。

在编写本书过程中,我们努力将离散数学的理论教学与实验教学相结合。尽管这是一次很好的尝试,但在这个过程中,限于作者的水平,可能出现很多意想不到的问题,错误和疏漏在所难免。希望使用本书的教师和作者不吝指正。

作 者

2009 年 1 月

目 录

高等学校教材·计算机科学与技术

第 1 篇 数理逻辑及实用算法

第 1 章 命题逻辑	3
1.1 命题的基本概念	3
1.2 命题联结词	5
1.3 命题公式与翻译	9
1.4 真值表与等价公式	11
1.5 重言式与蕴含式	17
1.6 其他联结词	21
1.7 对偶与范式	25
1.8 命题演算的推理理论	33
第 2 章 谓词逻辑	40
2.1 谓词的概念与表示	40
2.2 谓词公式与翻译	43
2.3 变元的约束	46
2.4 谓词公式的等价式与蕴含式	49
2.5 谓词公式的范式	55
2.6 谓词演算的推理理论	57
第 3 章 数理逻辑中的实用算法	61
3.1 命题公式的真值表算法	61
3.2 命题公式的主析(合)取范式算法	67

第 2 篇 集合与关系及实用算法

第 4 章 集合与关系	75
4.1 集合的基本概念	75

4.2	集合的运算	78
4.3	序偶与笛卡尔积	83
4.4	关系及其表示	86
4.5	关系的性质	89
4.6	复合关系和逆关系	92
4.7	关系的闭包运算	95
4.8	集合的划分与覆盖	101
4.9	等价关系与等价类	103
4.10	相容关系与相容类	106
4.11	偏序关系与偏序集	108
第5章 函数		113
5.1	函数的概念	113
5.2	逆函数和复合函数	116
5.3	基数的概念	119
5.4	基数的比较	124
第6章 集合与关系中的实用算法		127
6.1	集合的基本运算算法	127
6.2	集合的幂集算法	134
6.3	关系的闭包运算算法	136
6.4	等价关系和等价类算法	143
 第3篇 代数系统及实用算法		
第7章 代数系统		155
7.1	代数系统的引入	155
7.2	运算及其性质	157
7.3	半群	163
7.4	群与子群	166
7.5	阿贝尔群与循环群	170
7.6	陪集与拉格朗日定理	174
7.7	同态与同构	176
7.8	环与域	181
第8章 代数系统中的实用算法		186
8.1	代数系统性质判定算法	186
8.2	群的判定算法	195

第 4 篇 图论及实用算法

第 9 章 图论	203
9.1 图的基本概念	203
9.2 路与回路	209
9.3 图的矩阵表示	213
9.4 欧拉图和哈密尔顿图	218
9.5 平面图	223
9.6 对偶图与着色	227
9.7 树与生成树	230
9.8 根树及其应用	233
第 10 章 图论中的实用算法	239
10.1 计算机中图的表示	239
10.2 图的连通性算法	244
10.3 欧拉图的判定算法	249
10.4 哈夫曼树的构造算法	251
10.5 最小生成树算法	255
第 11 章 程序集成	258
11.1 系统总界面的开发	258
11.2 系统总界面算法	260
参考文献	267

数理逻辑及实用算法

逻辑学是研究推理的科学,早在古希腊时期就已经很发达。数理逻辑,又称为符号逻辑,是用数学上的符号化方法研究逻辑规律的科学。

德国数学家、哲学家莱布尼兹于 17 世纪中叶提出了建立通用的符号语言和通用代数的思想。他认为,在通用语言中实现彻底的符号化,推理过程表现为符号序列的变形,只要对符号体系作出明确的规定,就可以按照这些规定机械地进行推理。莱布尼兹只是进行了一些初步的尝试,但数理逻辑(mathematical logic)却沿着他的设想发展起来了。因此,人们公认莱布尼兹是数理逻辑的创始人。经过许多数学家和逻辑学家的努力,命题逻辑和谓词逻辑的演算系统于 19 世纪末正式建立。

数理逻辑在计算机科学中发挥着重要的作用。例如,PROLOG 语言就是以一阶逻辑为基础,在程序验证、程序变换、程序综合、软件形式说明、程序设计语言的形式语义学、人工智能等方面应用数理逻辑的概念、方法和理论。同时,计算机科学的发展也提出了数理逻辑学方面的新问题。

本篇介绍命题逻辑和一阶谓词逻辑,这是数理逻辑中最基本的内容。

命题逻辑

本章首先介绍命题、命题联结词、命题公式、命题公式的真值表、等价式、蕴含式、重言式和范式等基本概念；然后介绍对偶原理和命题逻辑的推理理论。本章不仅是第2章的基础，也是后面各章节的基础。

重点和难点

- ◎ 命题的定义和表示
- ◎ 等价式和蕴含式的定义
- ◎ 范式(主合取和主析取范式)的转换
- ◎ 命题逻辑的推理理论

1.1 命题的基本概念

在日常生活中，自然语言是人们交流的主要方式。但是，有时候自然语言叙述不够确切，也容易产生二义性。因此，需要引入一种目标语言，所谓目标语言就是表达判断的一些语言的汇集，而判断就是对事物有肯定或否定的一种思维形式。这种目标语言和一些公式符号，就形成了数理逻辑的形式符号体系。

考查下列语句：

- (1) 7 是质数。
- (2) 电灯不亮是灯泡或线路有毛病，或者是停电所致。
- (3) 如果 a 和 b 都是正数，则 ab 也是正数。
- (4) $xy > 0$ 当且仅当 x 和 y 都大于零时成立。
- (5) $101 + 1 = 110$ 。
- (6) 天气多好啊！
- (7) 他来了吗？
- (8) 全体起立！
- (9) 帮帮我吧！
- (10) $x = 0$ 。
- (11) 我正在说谎。

上述语句中，(1)、(2)、(3)、(4)是可以判断为对(真，成立)的陈述句；(5)在二进制计算

中为真,在十进制计算中为假,也是可以判断为真或为假的陈述句;(6)是感叹句;(7)是疑问句;(8)、(9)是祈使句;(10)中 x 是一个未知数(变量),无法判断是真还是假;(11)是无法判断真假的悖论。

从以上的分析可以看出,表达思想的语句有不同的类别,数理逻辑中研究的是出现较多而又比较规范的语句即可以判断出真或假的陈述句。

定义 1.1.1 命题(proposition)

凡是能判断是真或是假的陈述句称为命题。

这里所说的“真”可以理解为正确的、符合事实逻辑的;“假”可以理解为错误的,不符合事实逻辑的。本书中一般用 True 或者 T 来表示真,用 False 或 F 表示假。

如前面的(1)~(5)都是命题,(6)~(11)都不是命题。

在判定一个命题的真假时,从语法上就是看它是否是陈述句。由于在推理过程中,无法从疑问句、祈使句、感叹句中获取有用的信息。因此,一切疑问句、祈使句、感叹句都不能称为命题。但需要注意的是,那些“自指谓”的陈述句,不在其列。如“本页这一行的这句话是假话”这一语句,它的结论是对自身而言的,就是所谓的“自指谓”。这种“自指谓”的语句往往会产生自相矛盾的结论,即所谓的悖论。如上面这句话,如果承认它是真的,由于本页这一行中没有别的话,所以必须承认它是假的;另一方面,如果承认它是假的,这刚好就是这句话所说的,所以又必须承认它是真的。因此,这句话本身包含了悖论,故我们在判断一个语句是否是命题时把这种语句排除在命题之外。上述语句(11)也是这种情况。

例 1.1.1 中国在第 30 届奥运会上取得金牌数和奖牌数第一。

解: 这句话,虽然不能马上分辨真假,但是只要在伦敦奥运会结束时就可以验证,还是可以知道的。因此是命题。

例 1.1.2 “一个偶数可表示成两个素数之和”(哥德巴赫猜想)。

解: 这句话是命题,或为真或为假,只不过当今尚不知其是真命题还是假命题。

例 1.1.3 雪是黑的。

解: 这是一个陈述句,可确定真值。显然其真值为假,或说为 F。所以,是一个命题。

定义命题的目的是希望我们在推理时能从命题中获取有用信息。由于本章主要介绍的是有关命题推理的理论方法,因此,尽量不要去纠缠各种具体命题的真假问题,而是将命题当作是一个抽象的数据概念来处理,把命题定义成非真必假的陈述句。此时,所关心的并不仅仅是这些陈述句究竟是真还是假,更关心的是它可以被赋予真或假的可能性,以便考查被赋予真值后它与其他命题的联系。

在数理逻辑中,使用大写字母 $A, B, \dots, P, Q, \dots$, 或者用带有下标的大写字母,如 A_1, B_5, P_i 等表示命题。例如,

P : 今天下雨。

P 可表示“今天下雨”这个命题的名。

也可以用加方括号的数字表示命题,例如, $[12]$: 今天下雨。

表示命题的符号称为命题表示符, P 或 $[12]$ 称为标识符。

一个命题表示符如果表示确定的命题时(如 P 或 $[12]$),称为命题常元,当命题标识符代表非确定的命题时,称这样的命题标识符为命题变元。因为命题变元可以表示任意命题,因此,命题变元不是命题。只有对命题变元用一个确定的命题代入后,能确定其值是真还是

假,这时才称为命题。

习题 1.1

1. 判断下列语句哪些是命题,哪些不是命题;如果是命题,指出它的真值。

(1) 趵突泉、大明湖和千佛山是济南的三大名胜。

(2) 请勿吸烟!

(3) $6+8 \geq 14$ 。

(4) 不存在最大素数。

(5) 所有素数都是奇数。

(6) 实践出真知。

(7) 明天有离散数学课吗?

2. 分别举出三个真命题和假命题的例子。

1.2 命题联结词

在自然语言里,人们常常使用下面的一些联结词,例如,“非”、“不”、“没有”、“无”、“并非”、“并不”等来表示否定;“并且”、“同时”、“以及”、“不但……而且……”、“既……又……”、“尽管……仍然……”、“和”、“也”、“与”等来表示同时;“可能……可能……”、“或许……或许……”等和“或(者)”的意义一样;“若……则……”、“当……则……”与“如果……那么……”的意义相同;“充分必要”与“等同”一样;“相同”与“当且仅当”的意义一样。

在数理逻辑中,复合命题是由原子命题与逻辑联结词组合而成,联结词是复合命题中的重要组成部分。为了便于书写和进行推演和讨论,必须对联结词作出明确规定并符号化。下面介绍各个联结词。

定义 1.2.1 否定(negation)

若 P 是一个命题,则 P 的否定是一个新的命题,记为 $\neg P$,读作“非 P ”。 $\neg P$ 的真假值由 P 决定:当 P 为真时, $\neg P$ 为假;否则为真。

由定义可得, P 与 $\neg P$ 的真假值关系如表 1.2.1 所示。

表 1.2.1

命题	P	$\neg P$
真值	T	F
	F	T

例 1.2.1 命题 P : 2 是一个质数。

$\neg P$: 2 不是一个质数。

或者, $\neg P$: 2 是一个合数。

否定运算符从一个已有的命题构造出了一个新的命题,可以看作是否定运算符作用在命题上的结果。