

辽宁省中学试用课本

数学教学参考材料

第 八 册

辽宁人民出版社

毛主席语录

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

改革旧的教育制度，改革旧的教学方针和方法，是这场无产阶级文化大革命的一个极其重要的任务。

红与专、政治与业务的关系，是两个对立物的统一。一定要批判不问政治的倾向。一方面要反对空头政治家，另一方面要反对迷失方向的实际家。

你们学自然科学

总 说 明

平面解析几何和其它学科一样，都是由于实际的需要而产生和发展的。它是用代数的方法研究几何问题的一门数学学科，它和平面几何知识、代数中的函数知识有着密切的联系。因此，平面解析几何作为中学最后阶段的数学课，可使学生对以前所学的数学知识融会贯通，把数和形的研究紧密地结合起来，提高学生综合运用数学知识的能力和 分析问题、解决问题的能力。

省编中学数学第八册平面解析几何教材，共分四章。第一章是平面解析几何的初步知识，主要讲述了平面直角坐标系、两点间的距离、线段的定比分点、曲线和方程几部分内容。其中平面内点的坐标及曲线和方程两个基本概念以及一些基本公式，是该章的重点。理解和掌握平面内点的坐标和曲线和方程两个基本概念，是顺利地学习全书的关键。在第一章里所讲到的一些方法，如用坐标法来研究几何图形的性质，由曲线求方程的方法，由方程求曲线的方法，都是学习平面解析几何的基础知识，是在以后各章的研究中均所使用的方法，因此也是该章的重要内容。由此看来，第一章是全书的基础，只有将第一章教好学好，才能顺利地学习教材的后面各部分。第二章直线和第三章二次曲线，是在平面直角坐标系中所研究的方程比较简单（一次和二次），应用比较广泛的两种曲线，它是平面解析几何研究的主要对象，所以这两章内容应是全书的重点。对于第二章直线来说，直线方

程的几种主要形式是该章的重点。对于第三章二次曲线来说，椭圆、双曲线、抛物线的标准方程和它们的性质以及利用坐标轴平移和旋转化简一般二次方程是该章的重点。此外，圆的方程是用坐标法来研究圆的工具，同时又是学习椭圆、双曲线、抛物线等二次曲线的阶梯，所以也很重要。第四章极坐标和参数方程，除了说明极坐标和参数方程的意义，说明极坐标与直角坐标，参数方程与普通方程的互化，说明怎样利用它们求轨迹的方程外，还着重介绍了在三大革命实践中有重要用途的几种曲线的极坐标方程和参数方程。第四章教材对全书来说，虽然不能列为重点，但是该章有些内容教和学时比前几章的困难可能要大一些，因此，第四章是全书的难点。基于以上所述，希望教师在教学实践中注意以下几个问题：

1. 坚持用马列主义、毛泽东思想统帅教学。解析几何是用代数的方法研究几何问题的，这种新方法是由于在数学中引进了变数，运动和辩证法。在解析几何中形和数的对立统一关系得到了较充分的体现。因此，它包含着较其它中学数学教材远为丰富的辩证法的因素。教者应积极利用这种因素，力求用马列主义和毛主席的哲学观点揭示知识的内在规律，分析和处理好教材内容，在实际引入的基础上，注意运用联系、运动、变化的观点进行教学，进而使学生在掌握平面解析几何的基础知识的同时，培养学生的辩证唯物主义观点。

2. 坚持理论和实践的统一。解析几何本身，就是由于实际需要而产生和发展的。教学时，应认真贯彻批修整风精神，坚持实践第一的观点，结合教材具体内容，批判唯心论

的先验论，对学生进行唯物论的反映论的教育。特别是教材在讲平面解析几何基础知识的同时，还着重介绍了这些知识在三大革命实践中的广泛应用。如第一章介绍了物理方面的合力和重心的求法；第二章中直线方程在合理下料方面的应用；第三章除了说明地球、彗星等天体运动的轨道和人造卫星的运行轨道都是二次曲线外，还阐述了椭圆、抛物线在光学上的应用，抛物线拱的画法以及双曲线定位法；第四章介绍了在工农业生产中有着重要用途的凸轮的边缘线的极坐标方程和摆线、圆的渐开线的参数方程。教者应紧密联系实际，使学生能把所学知识应用到三大革命的实践中去，培养学生实践第一的观点。同时，应结合这方面的例题和习题的思想内容，对学生进行思想和政治路线方面的教育。对这部分教材和其它有关内容，教者可根据本校的具体条件和学生的实际情况，采取“走出去”、“请进来”的方式和用模型、实物、图表等教具直观演示进行教学。

3. 贯彻少而精，启发式的原则，培养学生分析问题和解决问题的能力。教学中应注意从学生已学过的平面几何、一次和二次方程、函数和它的图象以及有关代数、三角等知识的实际情况和接受能力出发，要突出教材中的重点，使学生集中精力把主要内容学得更好；抓住教材中的关键，使学生学好练好；根据不同情况，采用适当的方法，解决教材中的难点。在教给学生平面解析几何的基础知识的同时，应注意培养学生分析问题和解决问题的能力，教给学生一些必要的方法，特别是要教给学生用代数研究几何问题的方法。应按照由特殊到一般的认识过程安排和讲述教材内容，注意由易到难，由浅入深。应充分调动学生的积极性，启发学生去积极

思考问题和解决问题，培养学生的自学能力，有些公式和标准方程，可根据知识的前后联系，在教师的启发下，由学生自己推导，也可以进行课堂讨论，由师生共同研究去解决。教材中的习题较多，但例题较少，教者应有计划地安排习题，可以采取选作，有些可采用课堂讲解、课堂作业、口头提问等多种方式来处理。教学中也应根据平面解析几何的特点，从学生的实际情况出发，注意培养学生逻辑推理能力，提高学生的准确、迅速地计算能力和正确地绘图能力。

目 录

第一章 平面解析几何的初步知识	(1)
第一节 平面直角坐标系	(2)
第二节 两点间的距离	(9)
第三节 线段的定比分点	(12)
第四节 曲线和方程	(19)
第二章 直 线	(32)
第一节 斜 率	(33)
第二节 两条直线的夹角、两条直线平行和垂直的条件	(38)
第三节 直线方程的几种形式	(42)
第四节 直线方程的一般形式	(54)
第五节 点和直线之间的距离	(58)
第三章 二次曲线	(62)
第一节 圆	(63)
第二节 椭 圆	(74)
第三节 双曲线	(81)
第四节 抛物线	(88)
第五节 坐标变换	(94)
第四章 极坐标和参数方程	(110)
第一节 极坐标	(110)
第二节 参数方程	(125)

第一章 平面解析几何的初步知识

目 的 要 求

1. 使学生了解解析几何是由于生产的需要而产生的，从而培养学生唯物论的反映论的观点。

2. 使学生初步学会用代数的方法来研究几何的问题，了解这种方法的形成是由于在数学中引进了变数、运动和辩证法的缘故，通过这种方法的初步运用，培养学生对立统一的观点和分析问题与解决问题的能力。

3. 使学生理解平面直角坐标系的意义和作用，掌握平面内的点和一对有序实数之间的一一对应关系；掌握两点间的距离公式、分点公式；理解曲线与方程间的一一对应关系，对一些已知的简单曲线能求出它们的方程，对一些不太复杂的方程能用描点法画出它们的曲线。

教 学 时 间

本章教学时间15课时左右，

第一节 平面直角坐标系…………… 4 课时左右。

第二节 两点间的距离…………… 3 课时左右。

第三节 线段的定比分点…………… 2 课时左右。

第四节 曲线和方程…………… 4 课时左右。

复习检查…………… 2 课时左右。

第一节 平面直角坐标系

目 的 要 求

1. 使学生理解有向线段和有向线段的数量的概念，掌握有向线段的数量公式 ($M_1M_2 = x_2 - x_1$) 。

2. 使学生掌握构成平面直角坐标系的三个条件和该坐标系中点与坐标的对应关系，按给定的坐标，能描出它所对应的点；并能根据给出的点的位置，确定出它的坐标。

内 容 分 析

平面直角坐标系是在研究有向线段的基础上提出的，也是对已学过的数轴和平面直角坐标系进一步的深化。通过平面直角坐标系的建立，可以把平面内的点和一对有序实数联系起来，这就有可能把平面内关于点的几何问题转化为关于这些点的坐标（即数）的问题来进行研究。平面解析几何就是从这一观念出发，用代数的方法来研究平面几何的问题，这样使形和数的矛盾的双方，在建立直角坐标系的条件下可以互相转化。这就给解决生产实践中的某些问题带来了方便。

本节教材主要研究有向线段的概念、直线上点的坐标、有向线段的数量公式、平面直角坐标系及该坐标系中点与坐标的对应关系这几个问题。

本节教材的重点是平面直角坐标系中点与坐标的对应关系；有向线段的数量公式是后面证明两点间距离公式及线段定比分点公式的基础，所以它也是本节教材的一个重点。学

好这一重点内容的关键在于理解有向线段的概念。而有向线段的概念，是不同于平面几何中线段的概念的，学生往往容易从平面几何出发，产生混淆的现象。因此，有向线段的概念、有向线段的数量和它的长度之间的关系是本节教材的难点。

教 学 建 议

1.1 有向线段

1. 学生开始学习有向线段时可能不习惯，容易和学过的不分方向的线段混淆起来。为了深刻地揭露有向线段的实质，使学生能够容易理解，教者应以运动、变化的观点，从实际问题引入这一概念。例如，一条东西走向的一段路，一个人在这条路上由东向西走和由西向东走显然是两回事，这里就有往和返的区别，这种区别主要是方向的不同，人们常常用方向的规定来区别同一条路上的往返行动。在力学中，同一直线上作用于一点的力，就有方向相反的情况，如逆水行船，船力和水力就是两个相反方向的力。因此，作为从实际问题中所抽象的线段，就有必要规定它的方向，由此引出有向线段的概念。并指出它与平面几何中所研究的线段的区别，要提醒学生在有向线段的写法上应特别注意弄清它的起点和终点。

2. 有向线段的方向的正负，教材是从有向直线引入的，学生对有向直线比较熟悉，代数中已学过的数轴就是有向直线。这里的主要问题是决定一条有向线段的正负问题。为此，首先注意让学生弄清有向直线的方向和有向线段的方向的意义，有向直线的方向通常指的是正方向，有向线段的

方向是起点到终点的方向，有向线段的方向并不一定是正方向。但是应使学生了解有向线段和有向直线是局部和整体的关系。因此，要决定一条有向线段的方向的正或负，取决于它的方向和它所在的直线的方向是否一致，一致时，称它为正向，相反时，称它为负向。

3. 有向线段、有向线段的长度、有向线段的数量，这三个名词，学生不易辨别清楚，教学时，应给以足够重视。有向线段是指规定好了起点和终点的线段；有向线段的长度是指选定一条线段作为长度单位所量出有向线段的长度，它永远为正数；有向线段的数量是指这条线段的长度加上它的符号所得的数。

4. 例中的关系式 $M_1M_2 = M_1O + OM_2$ 表示 M_1O 、 OM_2 、 M_1M_2 三个有向线段的数量关系，在有向直线上，不论 M_1 、 M_2 、 O 的排列位置如何，恒有 $M_1O + OM_2 = M_1M_2$ 。因为有向线段与有向线段的数量的表示方法相同，所以这个公式也直接表达了有向线段之间的关系。从这个意义来说，这个公式也是初等几何里线段加法的推广。即若第一线段的终点重合于第二线段的起点，则以第一线段的起点为起点，以第二线段的终点为终点的第三线段叫做前两个线段的和。关系式 $M_1O + OM_2 = M_1M_2$ 与有向线段的数量公式 $M_1M_2 = x_2 - x_1$ 是两个等价命题。教材首先运用数轴导出 $M_1O + OM_2 = M_1M_2$ ，然后再利用这个关系式推导出公式 $M_1M_2 = x_2 - x_1$ 。在教学时，一方面可告诉学生关系式 $M_1O + OM_2 = M_1M_2$ 称为轴上有向线段的加法定理，另一方面配合练习一的第3题让学生自己验证这个定理的正确性。应明确指出：在同一直线上的两个有向线段，只有第一线段的终点是第二

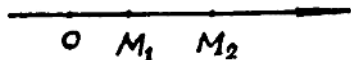
线段起点时，才能运用此定理，防止学生出现 $M_1O + M_2O = M_1M_2$ 或 $OM_1 + OM_2 = M_1M_2$ 的错误。

1.2 直线上点的坐标

1. 数轴的概念是学生在中学教材第一册里已学过的知识，可在复习的基础上加以深化。应使学生了解数轴是建立在有向直线的基础上。教学中要抓住两个问题：①使学生深刻理解数轴上的点和实数之间的一一对应关系，为此，可给出一些实数，让学生在数轴上找出与之对应的点，反之给定数轴上的一些点，让学生求出与之对应的实数；②给出一些具体点的坐标如 $A(5)$ 、 $B(-3)$ 、 $C(\sqrt{2})$ 等，让学生观察并回答这些点的坐标与以原点为起点，分别以这些点为终点的有向线段的数量的关系，从而使学生能自己总结出：如果一点的坐标为 x ，那么以原点为起点，以该点为终点的有向线段的数量也是 x 这一规律来。反之以坐标原点为起点的有向线段的数量等于其终点的坐标。

2. 由例 1 总结出有向线段的数量公式即 $M_1M_2 = x_2 - x_1$ 是教材的重点，因为在证明两点间的距离公式和分点公式以及以后许多知识都要用到它，所以教者在教学时应给以足够的重视。在公式的推导中，学生可能对 $M_1O = -x_1$ 不理解，在讲解时，可结合图

这样说明：由题给条件



知， M_1 点的坐标是 x_1 ，

根据数轴上一个点的坐标就是以原点为起点，以该点为终点的有向线段的数量，所以 $OM_1 = x_1$ ，又因 $M_1O = -OM_1$ ，所以 $M_1O = -x_1$ 。

3. 学生在运用有向线段的数量公式 $M_1M_2 = x_2 - x_1$

时，容易出现 $M_1M_2 = x_1 - x_2$ 的错误，教学时，最好要求学生能熟练地用语言表达出这个公式，即有向线段的数量等于它的终点坐标减去它的起点坐标。练习一的第4题，可作为学生掌握有向线段的数量公式的口算练习。

1.3 平面直角坐标系

1. 平面直角坐标系在第六册里已经学过。这部分知识很重要，是全部解析几何的出发点。教学时，可以采用复习的形式使学生对这部分知识加深理解和掌握，向学生提出平面直角坐标系是怎样构成的？什么叫做横轴、纵轴、坐标轴和坐标原点？横轴、纵轴和坐标原点的表示法？

1.4 平面上点的坐标

1. 平面内的点和一对有序实数之间的一一对应关系是本小节教材的重点，其中“对应关系”是一个重要的术语，教学时应着重把坐标平面内的点与一对有序实数之间的一一对应关系阐述清楚，使学生能深刻地理解它。这个对应关系具体地表现在：由已知点求它的坐标和由已知坐标求它的点这两个方面。教学时要狠抓这两个方面的练习，特别要使学生熟练地掌握在直角坐标系中，各特殊点的坐标和各特殊坐标所对应的点的位置。为此可提出下列思考题：

① 在横轴上的点的坐标有什么特点？反之怎样？

答：在横轴上的点的纵坐标等于零，反之，纵坐标等于零的点必在横轴上。

② 在纵轴上的点的坐标有什么特点？反之怎样？

答：在纵轴上的点的横坐标等于零，反之，横坐标等于零的点必在纵轴上。

③ 与原点重合的点的坐标有什么特点？反之怎样？

④ 在与横轴平行的同一直线上的所有点的坐标有什么特点？反之怎样？

答：在与横轴平行的同一直线上的所有点的纵坐标都相等，反之，纵坐标都相等的所有点必在与横轴平行的同一直线上。

⑤ 在与纵轴平行的同一直线上的所有点的坐标有什么特点？反之怎样？

⑥ 在第Ⅰ、第Ⅲ象限里两轴所成的角的平分线上的点的坐标有什么特点？反之怎样？

答：在第Ⅰ、第Ⅲ象限里两轴所成的角的平分线上的点的横坐标与纵坐标相等，即 $x = y$ ，反之，横坐标与纵坐标相等的点，必在第Ⅰ、第Ⅲ象限里两轴所成的角的平分线上。

⑦ 在第Ⅱ、第Ⅳ象限里两轴所成的角的平分线上的点的坐标有什么特点？反之怎样？

答：在第Ⅱ、第Ⅳ象限里两轴所成的角的平分线上的点的横坐标与纵坐标的绝对值相等符号相反，即 $x = -y$ ，反之，横坐标与纵坐标的绝对值相等符号相反的点，必在第Ⅱ、第Ⅳ象限里两轴所成的角的平分线上。

⑧ 指出点在第Ⅰ、第Ⅱ、第Ⅲ和第Ⅳ象限中其坐标的符号。

⑨ 已知一点的坐标为 (a, b) ，试讨论这点在平面直角坐标系中的位置。

答：当 $a > 0$ ， $b > 0$ 时，这点在第Ⅰ象限内；

当 $a < 0$ ， $b > 0$ 时，这点在第Ⅱ象限内；

当 $a < 0$ ， $b < 0$ 时，这点在第Ⅲ象限内；

当 $a > 0$ ， $b < 0$ 时，这点在第Ⅳ象限内；

当 $a=0, b \neq 0$ 时, 这点在纵轴上;
当 $a \neq 0, b=0$ 时, 这点在横轴上;
当 $a=0, b=0$ 时, 这点与原点重合.

习 题 提 示

练习一:

- 1 题. (1) $AB=9, |AB|=9$,
(2) $AD=4, |AD|=4$,
(3) $OE=-3, |OE|=3$,
(4) $CB=-4, |CB|=4$.

2 题. 答: 它们的合力为12和7.

3 题. 略.

- 4 题. (1) $AB=-2, BA=2$,
 $|AB|=2, |BA|=2$;
(2) $AB=-8, BA=8$,
 $|AB|=8, |BA|=8$;
(3) $AB=-4, BA=4$,
 $|AB|=4, |BA|=4$;
(4) $AB=-2, BA=2$,
 $|AB|=2, |BA|=2$.

5 题. 点在横轴上, 纵坐标为0, 即 $(x, 0)$; 点在纵轴上, 横坐标为0, 即 $(0, y)$.

6 题. 点 $P(x, y)$ 关于 x 轴的对称点的坐标为 $(x, -y)$;
点 $P(x, y)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 $(-x, y)$; 点 $P(x, y)$
关于原点 O 的对称点的坐标为 $(-x, -y)$.

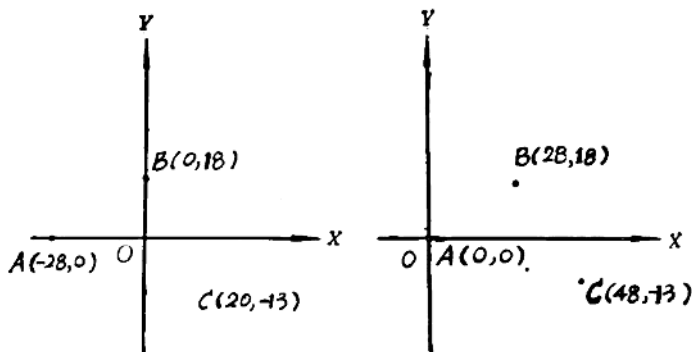
7 题. ① $(0, 0)$ 、 $(a, 0)$ 、 (a, b) 、 $(0, b)$;

② $\left(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b\right)$ 、 $\left(-\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b\right)$ 、 $\left(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}b\right)$ 、 $\left(\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}b\right)$.

8 题. ①应选择 D 为坐标原点, 使 AB 所在的直线为 x 轴, CD 所在的直线为 y 轴, 长度单位为米, 这样设置坐标系较好;

②各点的坐标分别为: $D(0,0)$ 、 $H(2,0)$ 、 $B(4,0)$ 、 $C(0,2)$ 、 $A(-4,0)$ 、 $G(-2,0)$ 、 $F(2,1)$ 、 $E(-2,1)$.

9 题.



10 题. 提示: 两个力在 x 轴上的分力的和是 $x=5+(-4)=1$; 两个力在 y 轴上的分力的和是 $y=3+1=4$. 所以合力终点 P 的坐标为 $(1,4)$.

第二节 两点间的距离

目 的 要 求

1. 使学生掌握两点间的距离公式, 并能较熟练地运用公式解决已知两点的坐标求其距离的问题.

2. 使学生初步学会用坐标法证明一些较简单的几何定理, 初步体会到在建立直角坐标系的条件下, 几何问题可以转化为代数问题来解决, 并培养学生分析问题与解决问题的能力。

内 容 分 析

本节教材是在学习了有向线段的有关概念、数量公式和平面直角坐标系的基础上来研究它的。两点间的距离公式很重要, 在以后各章的学习中会经常用到它。

两点间的距离公式是从测量中所遇到的实际问题引进的, 接着讲了三个例题, 其中例1是两点间距离公式的简单应用, 主要目的是为了巩固公式, 例2是一个用坐标法来证明的几何定理, 例3是一个先求出两点间的距离后再求坡度的实际问题。因为两点间的距离公式在以后学习中应用较广, 所以它是本节教材的重点。用坐标法证明几何定理, 学生初学会感到一定困难, 所以是本节教材的难点。

教 学 建 议

1. 在讲两点间的距离公式时, 教者应遵循由实践到理论, 再由理论到实践的认识规律去进行教学。因为教材中推导两点间的距离公式是把两点放在一般位置的情况下进行的, 所以学生接受可能有一定困难。因此在讲授前, 可先复习下面的内容:

- ①有向线段长度的概念和有向线段的数量公式;
- ②平行于横轴(或纵轴)的同一直线的所有点的坐标有什么特点;
- ③勾股定理。