

全国教育科学【十一五】教育部规划课题



图解 新教材

九年级数学(下)

北京师大版

总主编 钟山

读图时代的学习方法

总策划 薛金星

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司



辽海出版社

为什么学?

建构主义：我们与知识的互动关系



学习能够促进大脑发育

罗森·茨威格(Rosenzweig, M. R.)研究表明,接受丰富多变的环境刺激和适当学习训练的一组幼鼠与另一组处于单调贫乏的环境而又缺乏学习训练的幼鼠相比,在4~10周中,前者大脑皮层的重量与厚度增加,神经胶质细胞数量增多,神经突触增大或增多,乙酰胆碱酯酶含量更丰富且活性提高,核糖核酸和脱氧核糖核酸的比率也有所改善。

关于人类学习对人类成长的影响,瑞士著名心理学家皮亚杰(J. Piaget)认为,学习是促进人类大脑发展最有效的方式。

学习是人的一种需要

建构主义的含义就是学习者通过新、旧知识经验间反复的、双向的交互作用,不断地调整和形成自己的新知识经验结构。建构主义原理的一个方面就是说明:人与知识之间是一个双向互动的关系,即学习是人的一种需要。

学习是个体生存的必要手段

每个人的一生都处在不断的学习过程之中,不管这种学习过程是显性的还是隐性的。教育学家认为,个体存在有两个基本条件:一是个体对知识的持续积累;二是交流。个体知识积累对个体社会关系的构建有着直接的制约作用。所以,人要在社会群体中生存,必须不断学习,只是这种学习的表现形式有所不同而已。



《图解新教材》沿用建构的学习理论,在编写过程中,不是单一地对学生灌输知识,而是注重学生自身的知识经验,注重知识的相互作用和转换的过程,引导学生自发学习。

怎样学?

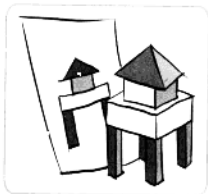
学习就像搭积木

《图解新教材》所利用的建构主义理论学习模式

1

学习是学习者主动建构知识的过程。

如图：我们可以按照不同的图纸搭建不同的东西。



学习需要按照新的目标对旧知识经验结构做出调整和改善，从而形成新的知识和经验。

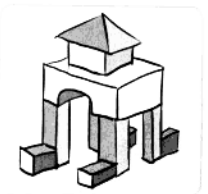
如图：面对新的图纸，我们可以搭建新的形状。



3

利用已有的知识经验，充分调动人的主观能动性，运用自己的旧知识解决新问题。

如图：我们可以灵活地利用积木搭出不同的图形。



怎样学习才能举一反三?

要达到举一反三的学习效果，需要满足五个条件。



学习要举一反三

学习迁移发生的主要条件

① 条件：智力水平

如：把一些比较困难的复合题变换分解成几个简单题做，不太难，单独解决这些复合题，难度就大。

② 条件：旧经验的泛化水平

如：学习除法时引入分数的形式，则有利于正迁移，而学习加减法会对学习乘除法产生干扰。

③ 条件：学习对象的共同因素

如：英语和法语在词性、读音和语法结构上有相同或相似之处，学习两门外语容易产生正迁移，学习共同因素很少的英语与汉语容易产生负迁移。

④ 条件：学习的理解和巩固程度

如：在学习语文时，深刻理解字、词、句的含义，才能更顺畅地阅读和写作。

⑤ 条件：定势的影响

如：练习某类课题有助于类似课题的学习，但碰到与先前的作业不是同类的作业时，定势就可能干扰后面的学习，限制创造性地解决问题。

突破学习的瓶颈——高原现象

目标是影响练习效率最重要的因素。练习与机械重复的本质区别在于，机械重复没有目标，是为了重复而重复，而目标具有指向性功能，并可以改进练习的方式方法。

练习成绩

最终目标：

激发练习的动机和热情
使练习者对结果充满期待
为检测练习结果提供参照
提高学习成绩

目标

局部练习和整体练习

整体练习法是把学习内容作为整体来掌握，从一开始就着手强化学习内容各元素之间的联系。局部练习法是把学习内容分解为若干个元素或部分，并逐个练习，再完成所有的学习内容。通常，学习的内容容易被分解，则采用局部练习法，或者在学习的前期采用局部练习法。

集中练习和分散练习

练习时间的安排可以分为集中练习和分散练习。集中练习是长期不断地进行练习，在练习中间不安排休息时间；分散练习是每隔一段时间进行练习，每次练习之间有休息间隔。分散练习利于整体的提高，但集中练习有时可以达到突击的效果。

及时收集反馈信息

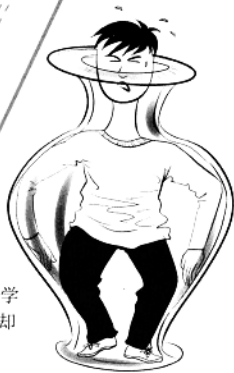
对练习的反馈可以提高练习的积极性和纠正练习过程中出现的偏差，从而改善学习者的行为。反馈既可以来自内部，即“感觉”自己的练习方式是否有问题，也可以是来自外界的评价。

学习压力过大；
学习热情下降；
身体过分疲劳；
旧的知识经验
结构不适用……

现状

高原现象

高原现象 (plateau phenomenon) 是学习成绩出现暂时性的停顿，虽十分常见，却不是普遍存在的。



练习时间

发掘学习潜力

学习潜力——心理因素的无限可能性

研究表明，心理因素对人们的学习有着重要的影响，起着引导、维持、调节和强化等作用。如下图：



心理因素中的某些条件可以发掘学习者无限的潜力，但也有某些条件会对学习者的学习效果产生不利的影响。



《图解新教材》的魅力就在于能够在学习思路挖掘学习者心理因素中对学习有利的因素，而排除那些对学习不利的因素，最大程度地保证学习效果。



学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明,图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造,以图解的方式方法,创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容等问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题,站在更高的层面上分析问题,运用最恰当的方式解决问题。

本丛书将会使您轻松成为学习高手

本丛书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”,以图解方式科学地实现了知识的可视化,化深为浅,化繁为简,化抽象为形象,化理论为实例,实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式,将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中去,帮助你释放出难以置信的学习潜能,让你的学习、记忆、理解、应试更轻松、更快捷。

本丛书将会使您真正成为学考专家

本丛书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题,同步新课标教材,落实新课标学习与考试理念。内容讲解上,知识与考点融为一体,突出深入浅出的学习特点;全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子,与考例直线链接,达到快速融会贯通;总结学法与考法清晰明确,助学助考事半功倍;例题与习题突出方法总结,实现授之以渔、举一反三;学生能力与素质分阶段培养落实,全程循序渐进、系统提升。

本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的,常言“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式,各类图示变繁杂抽象为直观快捷,各种插画变深奥冗繁为浅显愉悦,各种表格变枯燥乏味为清晰明了,充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

全球超过2.5亿人使用的高效学习方法,

你不想试一试吗?



目 录

第一章 直角三角形的边角关系 (1)

1. 从梯子的倾斜程度谈起(2课时) (2)

本节知识方法能力图解 (2)

第1课时 正切 (3)

多元智能 知识点击 (3)

发散思维 题型方法 (5)

知识激活 学考相联 (5)

自主限时 精题精练 (6)

练后反思 答案详解 (6)

教材问题 详尽解答 (7)

第2课时 正弦、余弦的关系 (7)

多元智能 知识点击 (7)

发散思维 题型方法 (9)

知识激活 学考相联 (10)

考场报告 误区警示 (10)

自主限时 精题精练 (11)

练后反思 答案详解 (11)

教材问题 详尽解答 (11)

2. $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函数值(1课时) (13)

本节知识方法能力图解 (13)

多元智能 知识点击 (13)

发散思维 题型方法 (15)

知识激活 学考相联 (16)

考场报告 误区警示 (16)

自主限时 精题精练 (17)

练后反思 答案详解 (17)

教材问题 详尽解答 (17)

3. 三角函数的有关计算(2课时) (19)

本节知识方法能力图解 (19)

第1课时 用计算器求三角函数值 (19)

多元智能 知识点击 (19)

发散思维 题型方法 (20)

知识激活 学考相联 (21)

自主限时 精题精练 (22)

练后反思 答案详解 (22)

教材问题 详尽解答 (22)

第2课时 利用三角函数值求角的度数 (23)

多元智能 知识点击 (23)

发散思维 题型方法 (23)

知识激活 学考相联 (24)

考场报告 误区警示 (24)

自主限时 精题精练 (25)

练后反思 答案详解 (25)

教材问题 详尽解答 (25)

4. 船有触礁的危险吗(1课时) (26)

本节知识方法能力图解 (26)

多元智能 知识点击 (27)

发散思维 题型方法 (27)

知识激活 学考相联 (29)

考场报告 误区警示 (30)

自主限时 精题精练 (30)

练后反思 答案详解 (30)

教材问题 详尽解答 (31)

5. 测量物体的高度(1课时) (32)

本节知识方法能力图解 (32)

多元智能 知识点击 (32)

发散思维 题型方法 (33)

知识激活 学考相联 (35)

考场报告 误区警示 (36)

自主限时 精题精练 (36)

练后反思 答案详解 (36)

教材问题 详尽解答 (37)

章末复习 (38)

构建体系 知识网络 (38)

综合拓展 专题专项 (38)

面向中考 阶段总结 (39)

教材问题 详尽解答 (40)

第二章 二次函数 (43)

1. 二次函数所描述的关系(1课时) (44)

本节知识方法能力图解 (44)

多元智能 知识点击 (45)

发散思维 题型方法 (46)

知识激活 学考相联 (47)

考场报告 误区警示 (47)

自主限时 精题精练 (48)

练后反思 答案详解 (48)

教材问题 详尽解答 (48)

2. 结识抛物线(1课时) (49)

本节知识方法能力图解 (49)

多元智能 知识点击 (49)

发散思维 题型方法 (51)

知识激活 学考相联 (53)



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考。图解是一种高效的方法。更是一种成功的习惯。

考场报告 误区警示 (53)

自主限时 精题精练 (54)

练后反思 / 答案详解 (54)

教材问题 详尽解答 (54)

3. 刹车距离与二次函数(1课时) (55)

本节知识方法能力图解 (55)

多元智能 知识点击 (55)

发散思维 题型方法 (57)

知识激活 学考相联 (58)

考场报告 误区警示 (58)

自主限时 精题精练 (58)

练后反思 / 答案详解 (59)

教材问题 详尽解答 (59)

4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象(2课时) (60)

本节知识方法能力图解 (60)

第1课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$

的图象 (61)

多元智能 知识点击 (61)

发散思维 题型方法 (62)

知识激活 学考相联 (64)

自主限时 精题精练 (64)

练后反思 / 答案详解 (64)

教材问题 详尽解答 (65)

第2课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$

的性质 (66)

多元智能 知识点击 (66)

发散思维 题型方法 (68)

知识激活 学考相联 (70)

考场报告 误区警示 (70)

自主限时 精题精练 (70)

练后反思 / 答案详解 (71)

教材问题 详尽解答 (71)

5. 用三种方式表示二次函数(1课时) (72)

本节知识方法能力图解 (72)

多元智能 知识点击 (73)

发散思维 题型方法 (74)

知识激活 学考相联 (76)

考场报告 误区警示 (76)

自主限时 精题精练 (77)

练后反思 / 答案详解 (77)

教材问题 详尽解答 (77)

6. 何时获得最大利润(1课时) (79)

本节知识方法能力图解 (79)

多元智能 知识点击 (79)

发散思维 题型方法 (80)

知识激活 学考相联 (81)

考场报告 误区警示 (82)

自主限时 精题精练 (82)

练后反思 / 答案详解 (82)

教材问题 详尽解答 (83)

7. 最大面积是多少(1课时) (84)

本节知识方法能力图解 (84)

多元智能 知识点击 (84)

发散思维 题型方法 (85)

知识激活 学考相联 (87)

考场报告 误区警示 (88)

自主限时 精题精练 (88)

练后反思 / 答案详解 (88)

教材问题 详尽解答 (89)

8. 二次函数与一元二次方程(2课时) (90)

本节知识方法能力图解 (90)

第1课时 二次函数与一元二次

方程的关系 (91)

多元智能 知识点击 (91)

发散思维 题型方法 (91)

知识激活 学考相联 (93)

自主限时 精题精练 (93)

练后反思 / 答案详解 (94)

教材问题 详尽解答 (94)

第2课时 用二次函数的图象求一元

二次方程的近似根 (96)

多元智能 知识点击 (96)

发散思维 题型方法 (96)

知识激活 学考相联 (97)

考场报告 误区警示 (98)

自主限时 精题精练 (98)

练后反思 / 答案详解 (98)

教材问题 详尽解答 (99)

图解新教材

革命你的思维, 改变你的世界。迈出思维一小步, 导向人生远宏图。



章末复习	(100)	发散思维 题型方法	(126)
构建体系 知识网络	(100)	知识激活 学考相联	(126)
综合拓展 专题专项	(100)	自主限时 精题精练	(127)
面向中考 阶段总结	(102)	练后反思 / 答案详解	(127)
教材问题 详尽解答	(102)	教材问题 详尽解答	(127)
第三章 圆	(107)	第2课时 圆周角定理的推论	(128)
1. 车轮为什么做成圆形(1课时)	(108)	多元智能 知识点击	(128)
本节知识方法能力图解	(108)	发散思维 题型方法	(129)
多元智能 知识点击	(109)	知识激活 学考相联	(131)
发散思维 题型方法	(110)	考场报告 误区警示	(131)
知识激活 学考相联	(111)	自主限时 精题精练	(132)
考场报告 误区警示	(111)	练后反思 / 答案详解	(132)
自主限时 精题精练	(112)	教材问题 详尽解答	(133)
练后反思 / 答案详解	(112)	4. 确定圆的条件(1课时)	(133)
教材问题 详尽解答	(112)	本节知识方法能力图解	(133)
2. 圆的对称性(2课时)	(113)	多元智能 知识点击	(134)
本节知识方法能力图解	(113)	发散思维 题型方法	(135)
第1课时 垂径定理	(114)	知识激活 学考相联	(136)
多元智能 知识点击	(114)	考场报告 误区警示	(136)
发散思维 题型方法	(115)	自主限时 精题精练	(137)
知识激活 学考相联	(117)	练后反思 / 答案详解	(137)
自主限时 精题精练	(117)	教材问题 详尽解答	(137)
练后反思 / 答案详解	(117)	5. 直线和圆的位置关系(2课时)	(138)
教材问题 详尽解答	(118)	本节知识方法能力图解	(138)
第2课时 圆心角、弧、弦之间的关系	(119)	第1课时 直线和圆的位置关系	(139)
多元智能 知识点击	(119)	多元智能 知识点击	(139)
发散思维 题型方法	(120)	发散思维 题型方法	(140)
知识激活 学考相联	(122)	知识激活 学考相联	(141)
考场报告 误区警示	(122)	自主限时 精题精练	(141)
自主限时 精题精练	(123)	练后反思 / 答案详解	(142)
练后反思 / 答案详解	(123)	教材问题 详尽解答	(142)
教材问题 详尽解答	(123)	第2课时 切线的判定	(143)
3. 圆周角和圆心角的关系(2课时)	(124)	多元智能 知识点击	(143)
本节知识方法能力图解	(124)	发散思维 题型方法	(144)
第1课时 圆周角定理	(125)	知识激活 学考相联	(145)
多元智能 知识点击	(125)	考场报告 误区警示	(145)
		自主限时 精题精练	(146)
		练后反思 / 答案详解	(146)
		教材问题 详尽解答	(147)



6. 圆和圆的位置关系(1课时) (148)

本节知识方法能力图解 (148)

多元智能 知识点击 (148)

发散思维 题型方法 (150)

知识激活 学考相联 (151)

考场报告 误区警示 (152)

自主限时 精题精练 (152)

练后反思 / 答案详解 (152)

教材问题 详尽解答 (153)

7. 弧长及扇形的面积(1课时) (153)

本节知识方法能力图解 (153)

多元智能 知识点击 (154)

发散思维 题型方法 (155)

知识激活 学考相联 (156)

考场报告 误区警示 (157)

自主限时 精题精练 (157)

练后反思 / 答案详解 (157)

教材问题 详尽解答 (158)

8. 圆锥的侧面积(1课时) (159)

本节知识方法能力图解 (159)

多元智能 知识点击 (159)

发散思维 题型方法 (159)

知识激活 学考相联 (161)

考场报告 误区警示 (161)

自主限时 精题精练 (162)

练后反思 / 答案详解 (162)

教材问题 详尽解答 (163)

章末复习 (164)

构建体系 知识网络 (164)

综合拓展 专题专项 (164)

面向中考 阶段总结 (166)

教材问题 详尽解答 (167)

第四章 统计与概率 (172)

1. 50 年的变化(2课时) (173)

本节知识方法能力图解 (173)

第1课时 统计图表 (174)

多元智能 知识点击 (174)

发散思维 题型方法 (175)

知识激活 学考相联 (176)

自主限时 精题精练 (176)

练后反思 / 答案详解 (177)

教材问题 详尽解答 (177)

第2课时 统计图的应用 (178)

多元智能 知识点击 (178)

发散思维 题型方法 (179)

知识激活 学考相联 (180)

考场报告 误区警示 (180)

自主限时 精题精练 (181)

练后反思 / 答案详解 (181)

教材问题 详尽解答 (181)

2. 哪种方式更合算(1课时) (182)

本节知识方法能力图解 (182)

多元智能 知识点击 (182)

发散思维 题型方法 (183)

知识激活 学考相联 (184)

考场报告 误区警示 (184)

自主限时 精题精练 (185)

练后反思 / 答案详解 (185)

教材问题 详尽解答 (186)

3. 游戏公平吗(1课时) (186)

本节知识方法能力图解 (186)

多元智能 知识点击 (187)

发散思维 题型方法 (187)

知识激活 学考相联 (188)

考场报告 误区警示 (189)

自主限时 精题精练 (189)

练后反思 / 答案详解 (189)

教材问题 详尽解答 (190)

章末复习 (191)

构建体系 知识网络 (191)

综合拓展 专题专项 (191)

面向中考 阶段总结 (194)

教材问题 详尽解答 (194)





思考问题时，我们可以从不同的角度入手



怎样思考问题才会比较全面呢？



立体型思维



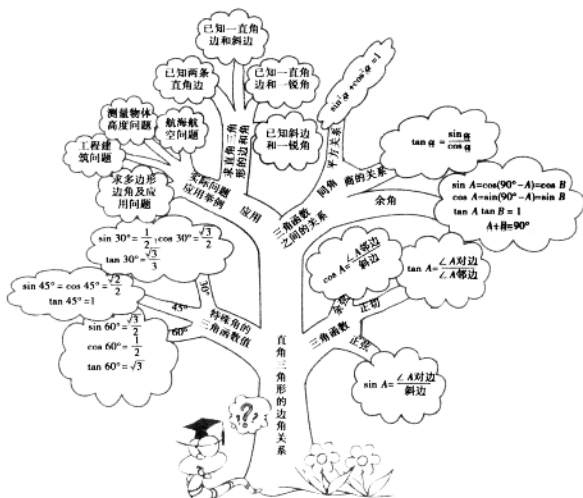
第一章

直角三角形的边角关系

这是一幅高耸入云的美丽古塔的照片，当我们站在古塔前想知道它的高度时，通过直接测量古塔高度是难以实现的，解决这个问题最好的办法是利用直角三角形知识来解答。在直角三角形中，除三边之间、三角之间存在一定关系外，边角之间也存在一定关系。在直角三角形中，只要已知一边和一个锐角（或另一条边），就可以求这个直角三角形的其他边和角。因此，要知道这个古塔的高度，可以以古塔为一直角三角形的一直角边，构造一个直角三角形来解答，至于具体怎样做，通过本章的学习，这个问题就迎刃而解了。

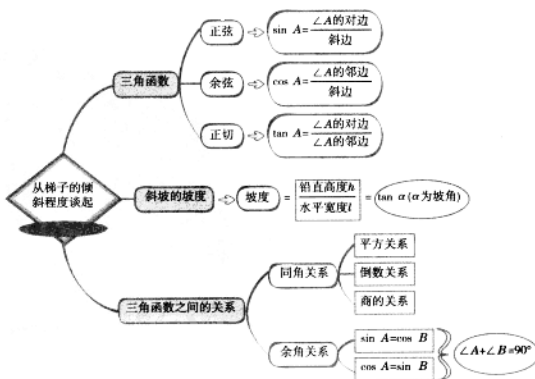
直角三角形的边角关系





1. 从梯子的倾斜程度谈起(2课时)

本节知识方法能力图解



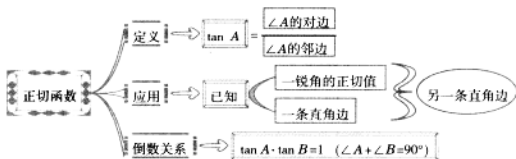
第1课时 正切

多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

探究一 正切函数的定义

智能导航



各个击破

1. 正切函数的意义

正切函数是借助于直角三角形进行定义的,在直角三角形中,一个锐角的正切值等于这个角的对边比邻边.如图 1-1-1 所示, $\tan B = \frac{AC}{BC}$, $\tan A = \frac{BC}{AC}$.

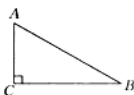


图 1-1-1

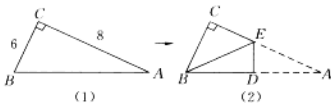


图 1-1-2

例 1 (泰安中考)如图 1-1-2(1),直角三角形纸片的两直角边长分别为 6、8,现将 $\triangle ABC$ 如图(2)那样折叠,使点 A 与点 B 重合,折痕为 DE,则 $\tan \angle CBE$ 的值是()

A. $\frac{24}{7}$

B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

C. $\frac{7}{24}$

D. $\frac{1}{3}$

思路图解:

首先,根据题目给出的条件利用已学知识把它转化到所要求的角所在的三角形中

答案:C

求三角形中角的正切值

设 $CE=x$, 则 $AE=8-x$, 由折叠性质得, $AE=BE=8-x$, 在 $\text{Rt} \triangle CBE$ 中, 由勾股定理得 $BE^2 = CE^2 + BC^2$, 即 $(8-x)^2 = x^2 + 6^2$, 解得 $x = \frac{7}{4}$, $\therefore \tan \angle CBE = \frac{CE}{BC} = \frac{\frac{7}{4}}{6} = \frac{7}{24}$

其次,利用得到的条件依据正切的求法求出即可

2. 互余两角正切值的关系

当两个角互为余角时,它们的正切值互为倒数.

如图 1-1-3 所示,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle C=90^\circ, \therefore \tan A=\frac{BC}{AC}, \tan B=\frac{AC}{BC},$

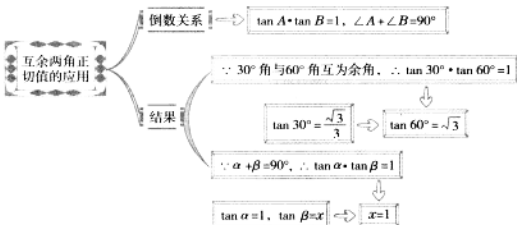
$$\therefore \tan A \cdot \tan B = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{BC} = 1, \therefore \tan A = \frac{1}{\tan B} \left[\text{或} \tan A = \frac{1}{\tan(90^\circ - A)} \right].$$

例 2 (原创题) 若 $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\tan 60^\circ =$ _____; 若 $\alpha + \beta = 90^\circ, \tan \alpha =$

图 1-1-3

1, $\tan \beta = x$, 则 $x =$ _____.

思路图解:



答案: $\sqrt{3}; 1$

探究二 斜坡的坡度

智能导航

$$\text{斜坡的坡度} = \frac{\text{坡面的铅直高度 } h}{\text{水平宽度 } l} = \tan \alpha (\alpha \text{ 为坡角})$$

各个击破

坡度是什么?

坡面的铅直高度 h 与水平宽度 l 的比称为斜坡的坡度(或坡比),如图 1-1-4,斜坡 AB 的坡度 $= \frac{h}{l}$. 斜面 AB 与水平面 AC 的夹角 α 为斜坡 AB 的坡角. 斜坡 AB 的坡度 $= \frac{h}{l} = \tan \alpha$. 斜坡 AB 的坡角 α 越大,斜坡 AB 越陡,坡度就越大.

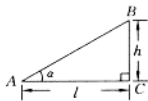


图 1-1-4

例 3 (期末统考题—潍坊) 如图 1-1-5, 在坡度是 $\frac{5}{12}$ 的斜坡上种树, 已知两树间的坡面距离是 1.5 米, 那么两树间的株间距(两树间的水平距离)是 _____ 米.

思路图解:

首先, 由坡面距离、铅直高度及水平宽度构造直角三角形

$$\begin{aligned} \text{斜坡 } AB \text{ 的坡度} &= \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}, \text{ 设 } BC=5x, \text{ 则 } AC=12x, \text{ 在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中,} \\ \because AB^2 &= AC^2 + BC^2, \therefore AB = \sqrt{(12x)^2 + (5x)^2} = 13x, \text{ 由题意知 } AB=1.5 \text{ 米,} \\ \therefore 13x &= 1.5, x = \frac{1.5}{13}, \therefore AC = 12x = 12 \times \frac{1.5}{13} = \frac{18}{13} \text{ (米)} \end{aligned}$$

其次, 运用坡度及勾股定理求出两树间的株间距即可

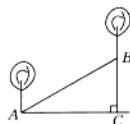


图 1-1-5

答案: $\frac{18}{13}$

发散思维 题型方法

●思路步骤 方法技巧……

题型 已知直角三角形的两边,求锐角的正切值

题型揭秘:已知两边求直角三角形两锐角的正切值:①若已知两直角边,根据正切函数的定义直接写出;②若已知一斜边和一直角边,先根据勾股定理求出另一条直角边;③若已知的两边没有具体的说明是直角边还是斜边要分情况讨论.

例 (期末统考题—德州)已知在直角三角形中,一条边为8,另一条边为6,求两锐角的正切值.

思路图解:

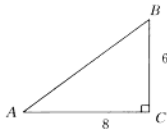
解:当8为直角边时,如图1-1-6(1),

$$\text{则 } \tan A = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}, \tan B = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

当8为斜边时,如图1-1-6(2),则另一条直

$$\text{角边} = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

$$\therefore \tan A = \frac{6}{2\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}, \tan B = \frac{2\sqrt{7}}{6} = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$



(1)

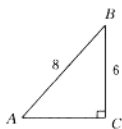


图 1-1-6 (2)

题后小结

正确解出此题的关键是分8为斜边和直角边两种情况。

知识 学考相联

●考题 原型 考情 考法……

揭秘中考试题在教材中的原型

原型类别	教材内容	中考真题
习题与中考	教材习题 1.1(P6) 2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3$, $\tan A = \frac{5}{12}$, 求 AC . 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle C = 90^\circ$, $\therefore \tan A = \frac{BC}{AC}$. $\because \tan A = \frac{5}{12}$, $BC = 3$, $\therefore \frac{5}{12} = \frac{3}{AC}$, $\therefore AC = \frac{36}{5}$.	(2009·漳州中考)三角形在方格纸中的位置如图1-1-7所示,则 $\tan \alpha$ 的值是() A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$ 思路分析: $\angle \alpha$ 为锐角,在直角三角形中,对边是3,邻边为4. 答案: A
点评	本考题和习题第2题都考查了正切的定义,考题是通过直角三角形的两直角边的数量关系,求出锐角的正切值,而习题是通过一个锐角的正切值求出直角三角形的直角边的长,本考题与习题之间存在着条件和问题的转化,这是考题源于教材的一种形式,希望同学们认真学习.	

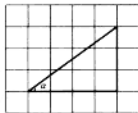


图 1-1-7

自主限时 精题精练

●新题 活题 典题 巧题……

请在 15 分钟内自主完成以下 4 个题.

1. 如图 1-1-8 所示, P 点的坐标为 (a, b) , 则 $\tan \alpha =$ ()

- A. $\frac{a}{b}$ B. $\frac{b}{a}$ C. $-\frac{a}{b}$ D. $-\frac{b}{a}$

2. 一个直角三角形两边长为 3, 4, 则较小锐角的正切值是 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{\sqrt{7}}{3}$ D. 都不对

3. 如图 1-1-9, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的高, 已知 $AB=13, BC=12$,

则 $\tan B =$ _____, $\tan \alpha =$ _____, $\tan \beta =$ _____.

4. 直线 $y=kx+4$ 与 y 轴相交构成的锐角的正切值为 $\frac{1}{2}$, 求 k 的值.

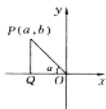


图 1-1-8

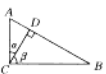


图 1-1-9



练后反思

题号	训练点	反思与提升点
1	正切的定义	第二象限内的 $P(a, b)$ 点的横纵坐标 a, b 各是什么符号?
2	正切的定义	边长为 4 的边是直角三角形的什么边?
3	正切的定义	相等的两个锐角的正切值相等
4	正切的定义, 一次函数定义	直线所经过的象限有两种情况



答案详解

1. D 提示: $\because$ 点 $P(a, b)$ 在第二象限, $\therefore a < 0, b > 0, \therefore PQ=b, OQ=-a, \therefore \tan \alpha = \frac{PQ}{OQ} = \frac{b}{-a} = -\frac{b}{a}$.

2. C 提示: “4”可能是较长的直角边, 也可能为斜边, 当“4”是较长的直角边时, 较小的锐角的正切值为 $\frac{3}{4}$;

当“4”为斜边时, 另一直角边的长为 $\sqrt{4^2-3^2} = \sqrt{16-9} = \sqrt{7}$, 较小的锐角的正切值为 $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

3. $\frac{5}{12}, \frac{5}{12}, \frac{12}{5}$ 提示: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=13, BC=12, \therefore AC = \sqrt{AB^2-BC^2} = \sqrt{13^2-12^2} = 5, \therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12}$, 又 $\because \angle B + \beta = 90^\circ, \angle \alpha + \beta = 90^\circ, \therefore \tan \beta = \frac{1}{\tan B} = \frac{12}{5}, \tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta} = \frac{5}{12}$.

4. 解: 分两种情况: 当 $k > 0$ 时, 如图 1-1-10(1),

由题意知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}, OA=4$.

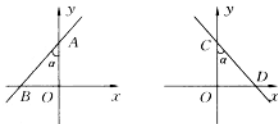
$\therefore \tan \alpha = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{2}, \therefore OB=2$. 把 $B(-2, 0)$ 代入 $y=kx+4$ 得 $0 = -2k+4$, 解得 $k=2$.

当 $k < 0$ 时, 如图 1-1-10(2), 由题意知

$\tan \alpha = \frac{1}{2}, OC=4$.

$\therefore \tan \alpha = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{2}, \therefore OD=2$. 把 $(2, 0)$ 代入 $y=kx+4$ 得 $0 = 2k+4$, 解得 $k=-2$.

提示: 解此题的关键是分两种情况: ① $k > 0$; ② $k < 0$. 注意点的坐标与对应线段之间的关系.



(1)

(2)

图 1-1-10

教材问题 详尽解答

● 问题 习题 全析 全解

内文问题详解

想一想(P3)

解答:同意小亮的看法.(1)直角三角形 AB_1C_1 和直角三角形 AB_2C_2 相似.(2) $\frac{B_1C_1}{AC_1} = \frac{B_2C_2}{AC_2}$. (3) 仍能得到 $\frac{B_1C_1}{AC_1} = \frac{B_2C_2}{AC_2}$, 由此得到的结论是当直角三角形的某个锐角确定之后, 它的对边与邻边之比也随之确定.

教材习题详解

随堂练习(P6)

1. $\frac{3}{4}$ 提示: 在 $Rt\triangle BDC$ 中, $\tan C = \frac{BD}{DC}$. 2. 0.286 提示: 先利用勾股定理求 AC .

习题 1.1(P6)

1. 解: 如图 1-1-11 所示, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,

$$\because BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12, \therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{5}, \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12}.$$

2. 见“知识激活·学考相联”栏目.

3. 观察生活中常见的楼梯, 根据本节所学知识, 说明哪个更陡.

4. 解: $\tan A$ 与 $\tan B$ 存在倒数关系, $\because \tan A = \frac{BC}{AC}, \tan B = \frac{AC}{BC}$,

$$\therefore \tan A \cdot \tan B = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{BC} = 1.$$

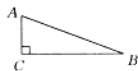


图 1-1-11

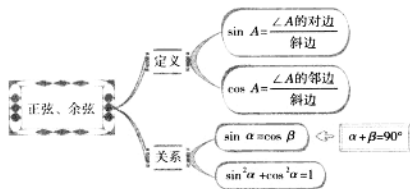
第2课时 正弦、余弦的关系

多元智能 知识点击

● 重点 难点 疑点 方法

探究一 正弦、余弦

智能导航



各个击破

1. 正弦、余弦的定义

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦, 记作 $\sin A$; $\angle A$ 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦, 记作 $\cos A$, 即 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}, \cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$.

2. 正弦、余弦间的关系及证明

(1) 同一个锐角的正、余弦间的关系: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$;

(2) 互余两角的正、余弦间的关系: 当 $\alpha + \beta = 90^\circ$ 时, $\sin \alpha = \cos \beta$ [或 $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$], $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$.