



低压电器新技术丛书

低压断路器的 虚拟样机技术

陈德桂 李兴文 著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

低压电器新技术丛书

低压断路器的虚拟 样机技术

陈德桂 李兴文 著



机械工业出版社

虚拟样机是一种数字化设计技术，通过在计算机上建立的虚拟样机，依靠可视化仿真使样机达到优化设计的目标。低压断路器的虚拟样机技术是一种低压电器新的研发方法，它与传统的依靠经验和估算的方法相比，可大幅度地缩短开发周期，降低开发成本，提高产品的技术经济指标。

本书是作者及其科研组近年来在这一领域研究工作的汇总。本书介绍了低压断路器各种特性数学模型的建立及其不同的数字化求解方法，包括：操作机构的刚性和柔性动力学仿真；热磁脱扣器保护特性仿真；触头与导电部分的电场与磁场计算；热分析；热与电动稳定性计算；电弧数学模型；然后综合各部分内容通过多场域耦合求解，实现断路器开断过程的仿真。本书还在仿真的基础上，分析了各种结构方案和参数对断路器特性的影响，使读者对低压断路器结构型式的优选及结构尺寸的优化设计有一个理性的认识。

本书可供从事低压电器设计、制造、试验和运行方面的有关工程技术人员参考，并可作为高等院校有关专业研究生的参考教材。

图书在版编目（CIP）数据

低压断路器的虚拟样机技术/陈德桂，李兴文著. —北京：机械工业出版社，2009. 6
(低压电器新技术丛书)
ISBN 978-7-111-26877-2

I. 低… II. ①陈… ②李… III. 低压电器-断路器-计算机仿真 IV. TM561-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 060914 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：林春泉 责任编辑：赵玲丽 版式设计：霍永明

责任校对：陈延翔 封面设计：陈沛 责任印制：乔宇

北京双青印刷厂印刷

2009 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

140mm × 203mm · 12 印张 · 318 千字

0001—3000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-26877-2

定价：40.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：(010) 68326294

购书热线电话：(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话：(010) 88379059

封面无防伪标均为盗版

前　　言

低压断路器是低压供配电系统主要的开关电器，随着电力事业的发展，人们对低压断路器不仅在数量上要求大增，对产品性能和可靠性方面更是提出了更高的要求。当前单台低压配电变压器容量增大，低压配电系统进入城市高层建筑，设备安装的空间要求越来越小，因而，开发高性能、小尺寸、智能化和节能型产品是当前低压断路器的发展方向。我国国民经济的飞跃发展给低压电器行业带来前所未有的机遇，要把握好这些机遇，就必须走自主创新的道路，开发具有自主知识产权的低压断路器新一代产品，以适应国内外市场竞争的需要。

长期以来，低压电器的开发主要依靠经验和估算，需要反复制作样机和试验才能确定设计方案，这种传统的方法使开发周期很长，样机制作和试验都要花费很高的成本，并且设计的方案达不到最佳的目标。计算机仿真技术的发展，一方面人们利用交互式图形技术可在计算机屏幕上建立一个三维的可视样机，并且通过精确的仿真技术使这个虚拟样机具有和实际样机同样的性能，人们还可以通过交互手段，改变样机的结构和参数，不但可使样机满足预定的技术条件，并且可实现优化设计。这种新技术就是虚拟样机技术，它可代替周期长、费钱又费力的传统研发方法。

在计算机上建立低压断路器三维虚拟样机，用可视化仿真技术模拟断路器的开断、保护、绝缘和热等特性，需要建立相应的数学模型和拟定求解方法。目前市场上尽管能提供各种场域的仿真软件，包括电磁场、流场、温度场和多体动力学等计算软件，但低压断路器的各种特性往往是多种物理场域的耦合，在创建了仿真的数学模型和计算方法后，还需要通过对商品软件做二次开发或自编程序来获得问题的求解。笔者所在的西安交通大学低压

电器科研组长期从事低压断路器虚拟样机技术的研究工作，自20世纪90年代初起，又陆续和国际、国内多家著名低压电器企业合作，用虚拟样机技术协助企业改进了原有的产品和研发了新系列低压断路器，并在实践中不断地推动科研工作的进展。本书整理和总结了我科研组近年来在低压断路器虚拟样机方面的研究工作，希望这本书对在低压电器领域里应用和推广虚拟样机技术能起到推动作用。

本书第1章是虚拟样机概论，第2章和第3章是操作机构刚性与柔性多体动力学仿真与优化，第4章与第5章是断路器的热分析和热、磁脱扣器保护特性仿真和分析，第6章是吹弧磁场与电场仿真与分析，第7章与第8章是电动斥力与动、热稳定性仿真与分析，第9章是灭弧室压力与应力计算与分析，第10章以电弧动态数学模型为主，结合前面几章内容，实现断路器开断过程仿真与分析。全书一方面介绍了低压断路器各种特性数学模型的建立及其不同的求解方法，另一方面通过仿真分析了各种结构方案及各种结构参数对断路器特性的影响，帮助读者对低压断路器结构型式的优选及结构尺寸的优化设计有一个理性的认识。本书的第1、2、3、4、5、6、8、9章由陈德桂编写，第7章由李兴文编写，第10章由陈德桂和李兴文合写，全书由陈德桂统稿，确定大纲和内容。

本书应用了陈德桂指导下的博士研究生张晋、陈旭、孙海涛、张敬菽、李志鹏、向洪岗、刘颖异、季良和硕士研究生曹庆荣、黄琳敏、刘刚、张波、王云峰、康艳、童争光、赵柳等的研究成果，特此表示感谢。

陈德桂

2009年3月于西安

目 录

前言

第1章 低压电器的虚拟样机技术

1.1 什么叫虚拟样机技术	1
1.2 虚拟样机技术在低压电器中的应用	3
1.3 常用仿真软件	5
1.3.1 三维综合仿真软件 ANSYS	5
1.3.2 多体动力学仿真软件 ADAMS	9
参考文献	16

第2章 低压断路器机构动态特性的仿真与优化设计

2.1 低压塑壳断路器机构仿真的建模	18
2.1.1 低压塑壳断路器操作机构简介	18
2.1.2 操作机构仿真模型的建立	20
2.2 单断点塑壳断路器操作机构的仿真分析	23
2.2.1 单断点塑壳断路器操作机构动态特性的仿真	23
2.2.2 ADAMS 软件中触头参数的测量方法	27
2.3 计及电动斥力效应的断路器分断过程仿真	30
2.3.1 分断短路电流的试验研究	31
2.3.2 对动触头所受电动斥力的分析	32
2.3.3 计及电动斥力效应的断路器分断过程仿真分析	37
2.4 低压塑壳断路器机构优化设计	43
2.4.1 影响断路器分断速度的主要因素	43
2.4.2 以关键轴的位置作为设计变量的操作机构优化设计	47
2.5 旋转双断点塑壳断路器机构的动态仿真与优化	50
2.5.1 影响断路器分断速度的主要因素	51

2.5.2 分断弹簧的刚度对分断速度的影响	51
2.5.3 操作机构关键轴位置对分断速度的影响及其优化设计	52
2.5.4 杆件质量对分断速度的影响	53
2.6 框架断路器操作机构仿真分析	54
2.6.1 框架断路器操作机构	54
2.6.2 操作机构仿真模型的建立	56
2.6.3 ADAMS 软件中仿真结果	58
2.7 提高框架断路器触头开断速度的分析与操作机构的优化设计	60
2.7.1 开断弹簧刚度系数对开断速度的影响	60
2.7.2 各个轴的位置对开断速度的影响	61
2.7.3 杆件的质量和质心对开断速度的影响	62
2.8 ADAMS 软件的二次开发技术	63
2.8.1 用户界面开发	63
2.8.2 依靠接口程序的二次开发	66
参考文献	69

第3章 低压断路器操作机构的应力分析

3.1 ADAMS 软件中柔性体分析的基本原理	71
3.2 建模与仿真分析过程	74
3.2.1 建模与仿真的两个部分	74
3.2.2 在 ANSYS 程序中生成模态中性文件的步骤	79
3.3 旋转双断点塑壳断路器机构的应力分析	84
3.3.1 下连杆的应力分析	84
3.3.2 上连杆的应力分析	86
3.3.3 跳扣的应力分析	88
3.4 框架断路器操作机构构件的应力仿真分析	89
3.4.1 主轴悬臂的应力分析	89
3.4.2 连杆 1 的应力分析	92
参考文献	93

第4章 电磁脱扣器保护特性计算

4.1 概述	95
--------------	----

4.2 拍合式电磁脱扣器保护特性的仿真	98
4.2.1 脱扣器静态特性计算	98
4.2.2 脱扣器保护特性计算	100
4.3 拍合式磁脱扣器保护特性分析	106
4.3.1 保护特性与反力弹簧特性的关系	106
4.3.2 保护特性与初始工作气隙的关系	108
4.4 螺管式磁脱扣器保护特性仿真与分析	109
4.4.1 螺管电磁铁从磁场仿真到等值磁路的建立	109
4.4.2 静态特性的磁路计算方法	111
4.4.3 动态特性的计算	112
4.5 不同结构的拍合式磁脱扣器保护特性分析	115
4.6 电磁脱扣器的优化设计	120
4.7 应用多体动力学方法计算磁脱扣器动特性	125
参考文献	128

第5章 低压断路器热分析与热脱扣器保护特性的计算

5.1 热分析的两种计算方法	130
5.2 热分析的有限元法和热网络法	133
5.2.1 用有限元法计算断路器的温度场	133
5.2.2 热网络法	135
5.3 热源的计算	137
5.3.1 触头接触电阻	137
5.3.2 接线端接触电阻	138
5.4 导热系数和散热系数的确定	140
5.4.1 导热系数	140
5.4.2 散热系数	140
5.5 连接导线的处理	142
5.6 基于三维有限元法的塑壳断路器热分析	146
5.7 热脱扣器保护特性的等效热路计算方法	150
5.7.1 热脱扣器等效热路的建立	150
5.7.2 热路参数的计算	152

5.7.3 断路器等效热路的求解与计算结果的实验对比	155
5.8 热网络有限差分法的应用	157
参考文献	158

第6章 低压断路器吹弧磁场与电场的仿真与分析

6.1 概述	160
6.2 塑壳断路器触头区吹弧磁场的仿真分析	162
6.2.1 吹弧磁场的分析方法与步骤	162
6.2.2 四种不同结构的触头灭弧系统的吹弧磁场的分析	164
6.3 两种 U 形静触头导电回路的电动斥力与吹弧磁场对比分析	169
6.3.1 两种 U 形静触头导电回路	169
6.3.2 不同静导杆结构的电动斥力比较	172
6.3.3 不同静导杆结构的吹弧磁场比较	175
6.4 灭弧系统三维磁场分析的积分方程法	177
6.4.1 积分方程法的基本原理	178
6.4.2 断路器模型的磁场分析	181
6.4.3 积分方程法的实验验证	183
6.5 断路器中电场仿真与电极形状的优化	185
6.5.1 低压断路器的介质强度	185
6.5.2 电场计算的简化方法	187
6.5.3 塑壳断路器电极形状的优化设计	188
6.6 开断过程灭弧室中电场的计算与分析	190
6.6.1 燃弧期间与电流过零瞬间的电场分布	190
6.6.2 两种电场计算方法	190
6.6.3 电场计算结果	193
参考文献	196

第7章 电动斥力与气动斥力分析及其在塑壳断路器中的应用

7.1 概述	197
--------------	-----

7.2 导电桥模型及电动斥力的计算方法	198
7.3 一对孤立触头间的电动斥力分析	200
7.4 塑壳断路器中的电动斥力	204
7.4.1 计算模型	204
7.4.2 计算结果及分析	206
7.4.3 实验方法及结果分析	209
7.5 塑壳断路器触头斥开时间与触头压力的确定	211
7.6 气动斥力的研究	214
7.6.1 实验模型及方法	216
7.6.2 预期短路电流和触头间距对气动斥力的影响	221
7.6.3 产气材料对气动斥力的影响	224
7.6.4 出气口大小对气动斥力的影响	226
7.7 塑壳短路器开断过程中的触头回落现象	227
7.7.1 电动斥力计算结果	228
7.7.2 电弧电压定义及电路方程求解	228
7.7.3 预期短路电流的影响	230
7.7.4 机构开始动作时间 t_s 的影响	231
参考文献	233

第 8 章 短时耐受电流的计算

8.1 概述	236
8.2 基于恒定场分析的框架断路器触头系统电动斥力 计算	238
8.3 框架断路器两种提高电动稳定性方法的仿真分析	244
8.3.1 动触头并联支路数对电动斥力的影响	244
8.3.2 动触头转轴位置对电动斥力的影响	246
8.4 基于瞬态场分析的框架断路器触头系统电动斥力 计算	248
8.4.1 计算方法与模型	248
8.4.2 计及涡流条件下，并联支路电流和触头上斥力的分布	249
8.5 框架断路器热稳定的仿真分析	254

8.5.1 导电桥半径和接线端接触电阻的计算	254
8.5.2 触头温升的计算方法	255
8.5.3 触头的瞬态温升计算	258
8.6 双断点框架断路器的结构特点及其与单断点断路器 电动稳定性的对比	260
参考文献	265

第 9 章 灭弧室压强的仿真与分析

9.1 概述	267
9.2 灭弧室内的守恒方程及其求解	268
9.3 灭弧室中各种类型边界条件的数学表示	272
9.3.1 电弧输入边界	272
9.3.2 等熵出气口边界	273
9.3.3 产气材料边界	275
9.3.4 灭弧室外壳的导热边界	275
9.3.5 栅片的对流换热边界	276
9.4 不同开断电流下塑壳断路器灭弧室气压计算及其实验 验证	278
9.5 出气口面积以及产气材料对灭弧室气压影响的仿真 分析	281
9.6 断路器灭弧室外壳的应力和应变分析与优化设计	283
参考文献	286

第 10 章 电弧动态数学模型与低压断路器 开断过程的仿真

10.1 概述	287
10.2 简单的尼迈亚 (Niemeyer) 电弧数学模型	292
10.3 微型断路器开断过程的计算机仿真	294
10.3.1 开断特性的仿真	294
10.3.2 不同开断条件下样机限流特性的仿真和分析	298
10.4 链式电弧动态数学模型	302

10.4.1 链式电弧动态数学模型的特点	302
10.4.2 电流元三层物理结构	304
10.4.3 电流元数学模型控制方程组	307
10.4.4 链式电弧模型的数值计算方法	313
10.5 基于链式电弧模型的塑壳断路器开断特性仿真	317
10.5.1 断路器开断过程多场域耦合计算模型	317
10.5.2 三相短路情况下开断回路的电路方程	320
10.5.3 开断过程中电弧的状态与电弧电压的计算	322
10.5.4 开断特性的仿真结果及分析	323
10.6 磁流体动力学电弧数学模型	330
10.6.1 代表性空气开关电弧模型	331
10.6.2 电弧等离子体的基本物性参数	332
10.6.3 弧柱区物理过程及其控制方程	337
10.6.4 灭弧室结构参数对空气介质开关电弧特性的影响	340
10.6.5 产气材料和金属蒸气对空气介质开关电弧特性的影响	349
10.7 基于磁流体动力学电弧模型的低压断路器开断特性 仿真与分析	358
10.7.1 研究对象与电弧模型	358
10.7.2 磁流体动力学模型的求解	361
10.7.3 低压断路器开断过程的仿真	363
10.7.4 不同磁场下的电弧运动	365
参考文献	366

第1章 低压电器的虚拟样机技术

1.1 什么叫虚拟样机技术

虚拟样机技术属于科学计算可视化（Visualization in Scientific Computing）技术范畴，后者简称可视化仿真。20世纪80年代，美国科学基金会在华盛顿召开的一次会议上提出“将图形和图像技术应用于科学计算是一个全新的领域”，并把这种技术命名为科学计算可视化。它是涉及计算机图像学、图形处理、计算机辅助设计、计算机视觉及人机交互技术等多个领域的一个崭新的技术领域。在工程设计方面，可视化仿真定义为对科学计算或仿真计算所获得的数据进行可视化加工或三维图形和动画显示，并可通过交互地改变参数来观察计算结果的全貌及其变化。由于可视化仿真对各门学科和工程技术发展有极其重要的意义和使用价值，因而该技术在它一开始出现时就得到人们的极大重视。

计算机用于数值计算已有50年的历史。长期以来，由于计算机软硬件技术水平的限制，数值计算只能以批处理方式进行，不能用图形交互方式处理，大量的输入和输出数据采用人工处理，不仅十分繁琐，所花费时间往往是计算时间的十几倍甚至几十倍，并且不能得到有关计算结果直观形象的整体概念，且可能丢失大量信息。例如，20世纪70~80年代的有限元分析软件，前后处理工作十分繁琐，进行一台大型变压器的电场分析，输入各零部件的三维几何尺寸等原始数据进行自动剖分，一般需要几天甚至几个星期的艰苦劳动。因而，改进科学计算输入数据的前处理和计算结果的后处理已经成为提高科学计算质量和效率的主要问题之一。

实现科学计算的可视化具有多方面的重要意义。它可以大大加快数据的处理速度，使庞大的数据得到有效的利用；能把不能或不易观察到的工程现象变为使人们能观察到的现象，进一步发现并理解被设计和被研究对象所产生的物理机理，从而提出改进设计的具体措施；可以实现对计算过程的引导和控制，通过图形交互手段可方便、快速地改变设计和计算的原始数据和条件，并通过三维图形或动画来显示和观察改变原始数据后对研究对象基本特性的影响，来达到对象优化设计的目的。

低压电器的设计要对设计对象进行电气和机械性能的计算和仿真，例如，通过温度场计算确定产品的热特性；通过各零部件的应力分析检查零部件强度；通过断路器机构运动过程的动态分析模拟机构的动特性；通过电磁场计算确定脱扣器或操作电磁铁的静态和动态特性等。如能将数值计算或仿真和计算机三维图形技术相结合，即采用可视化仿真，将大大提高仿真的质量和效率，通过图形交互技术，改变各种设计参数，达到优化设计的目标。

随着经济贸易的全球化，要想在竞争日趋激烈的市场上取胜，缩短开发周期，提高产品质量，降低成本以及对市场的灵活反应成为竞争者们所追求的目标。传统的低压电器设计，首先是通过调研确定初步设计方案，然后依靠简单的经验公式做产品设计计算，由于这种设计对最终产品的性能把握不大，所以必须通过样机制作和试验验证才能最后确定设计方案。当通过试验发现缺陷时，要回过头来修改设计，再制作新的样机，这样通过反复的样机制作和试验，最终产品才能达到要求和性能，并且最终的设计并不是最优的。传统的设计由于主要依靠物性样机的制作和试验验证，所以设计周期长，成本高，更不用提对市场的灵活反应了。

虚拟样机技术是从分析解决产品性能及实现优化设计目标出发，是一种克服传统设计方法弊端的高新技术。依靠这一技术，设计人员可以直接利用三维图形技术在计算机提供的虚拟环境中

建立设计对象的三维虚拟样机，利用可视化仿真软件真实地模拟样机的各种物性性能，快速分析各种设计方案，进行物理样机难以进行或根本无法进行的试验，直到获得最佳设计方案。另外，设计人员可以把自己的经验和想象综合在虚拟样机中，充分发挥设计人员的创造力。用虚拟样机技术来代替传统的设计技术，不但可缩短开发周期，而且设计质量和效率都得到了大幅度的提高。

1.2 虚拟样机技术在低压电器中的应用^[1-1~1-7]

由于虚拟样机技术的先进性，近年来，国际上各著名电气公司纷纷建立研发新系列产品的专用仿真系统，例如，金钟-默勒公司用于研发低压断路器的仿真系统^[1-5]，该系统被称为 US-AN，它由三个模块组成，分别建立于三个商品仿真软件，它们是：多体动力学仿真软件为基础的断路器机构仿真模块；以 ANSYS 仿真软件为基础的磁场仿真模块，用于触头系统磁场计算和瞬时脱扣器仿真；以流体动力学仿真软件为基础的开关电弧仿真模块。把这三部分仿真与电路瞬态方程综合起来，即形成塑壳断路器开断过程仿真系统。又如，ABB 公司与德国德里斯顿大学（Technical University of Dresden）在 20 世纪 50 年代就合作进行开关电器的温度场仿真和热分析研究^[1-6]，目前，温度场仿真系统（Thermal Network Method，TNM）作为 ABB 公司的基本设计工具，可用于设计低压断路器、接触器、真空断路器和中压开关柜、高压 GIS 等开关电器设备，ABB 公司在开发 Tmax 新系列塑壳断路器时，也充分利用了仿真技术，优化设计断路器操作机构、导电部件及其他部件。日本富士公司建立了用于开发接触器的仿真系统，电磁接触器主要性能决定于操作电磁铁、触头和灭弧室的设计，要研发小尺寸、节能和长寿命的高性能接触器，如表 1-1 所示^[1-7]，计算机仿真与优化设计起关键作用，例如，要实现接触器小型化、节能和高性能，就需要对电磁铁和接触器可动部分进行磁场和动力学仿真。

表 1-1 富士公司设计新系列接触器的仿真技术

	○	○	○	电磁铁	高效率电磁铁的设计	○	○	○	
	○	○	○		吸力与反力特性配合	○	○	○	
			○	触头	减小触头震动				○
○					抗熔焊, 耐电弧侵蚀				○
	○			灭弧室	高速电弧驱动	○			○
○		○			灭弧外壳塑壳化	○	○		
新材料开发	磁场分析	应力分析	运动分析	符合国际标准 • IEC • UL/CSA			小型化	重量轻	节能
	计算机仿真与优化设计							接触器所要求性能如上	

我国在 20 世纪 70 年代末即开始研究有限元分析在电磁铁特性仿真和优化设计方面的应用，20 世纪 80 年代后期和 90 年代初，我国低压电器工厂以常熟开关厂带头，引进了国外著名的三维 CAD 软件，如 UG-II 和 Pro/E 等，并迅速得到推广，使我国低压电器产品的结构设计和制造水平有了显著提高，但上述软件仅能解决零部件三维造型和装配的问题，不能保证设计的产品达到预期的性能指标，无法发挥设计人员的创造性和想象力，以达到优化设计的目标。进入新世纪，我国加入 WTO 后，在低压电器领域，不仅国际市场竞争激烈，由于国际大公司以独资或合资方式进入国内市场，国内市场的竞争也日趋激烈。目前，我国低压电器产品仍旧三代同堂，按产值计算：第一代产品市场占有率为 15%；第二代产品市场占有率为 45%；第三代产品市场占有率为 40%。第三代产品当前技术性能相当于国外 20 世纪 90 年代水平，和国际上新一代产品在性能、可靠性以及外观质量上尚有不少差距，因而要适应市场需要，急待开发高水平、有自主知识产权的新产品。要实现这一目标，在国内推广和采用虚拟样机技术，改变传统的研发手段，受到了国内企业和高等学校的重

视，目前在开关电器行业，如常熟开关厂、上海电器科学研究所、镇江凯帆和西安高压电器研究所等已开始采用这项新技术来研发新产品。

1.3 常用仿真软件

如上所述，采用虚拟样机技术进行低压开关电器的研发，涉及电磁场、气流场、温度场，结构力学和多体动力学仿真及多种物理过程的耦合求解，这些仿真和求解的大部分问题，可通过利用商品软件进行二次开发来解决，因而，商品仿真软件是实现低压开关电器虚拟样机技术的重要工具。自 20 世纪 90 年代以来，国际上著名工程仿真软件公司陆续推出了一系列高性能的仿真软件，如电磁场仿真方面的 ANSYS、Vectorfield、Ansoft、Quick-field 软件，流体动力学仿真软件 Fluent、Phoenics 软件，多体动力学 ADAMS 软件，本节主要介绍应用广泛的综合场分析软件 ANSYS 和多体动力学软件 ADAMS。

1.3.1 三维综合仿真软件 ANSYS^[1-8~1-9]

一般情况下，工程问题是物理现象的数学模型。大多数工程问题的数学模型都有自己相应的边界条件和初值条件的微分方程组，而这些微分方程组又是针对特定的系统或控制体，应用自然界的定律和原理推导出来的。这些控制微分方程组代表了质量、力和能量的平衡。有时，在给定的条件下，通过求解这些方程组可以得到系统的精确行为。

在许多实际工程问题中，我们一般不能得到它的精确解，这要归因于微分方程组的复杂性，以及难以确定的边界条件和初值条件。为了解决这个问题，我们常常需要借助数值方法来求近似解。解析解在系统中的任何点上都是精确的，而数值解中只是在称为“节点”的离散点上才近似于解析解。任何数值解法的第一步都是离散化，也就是说，要将待求解的对象细分成许多小的区域和节点。数值解法常分为两大类：有限差分方法和有限元方法。使用有限差分方法，需要针对每一节点写出微分方程，并且