



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUOJIAJI GUIHUA JIAOCAI

LILUN LIXUE

理论力学

武清玺 陆晓敏 殷德顺 编著



中国电力出版社
<http://jc.cepp.com.cn>

Theoretical Mechanics



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUOJIAJI GUIHUA JIAOCAI

LILUN LIXUE

理论力学

编著 武清玺 陆晓敏 殷德顺



中国电力出版社
<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材，是参照教育部高等学校力学教学指导委员会 2008 年 10 月颁布的《理论力学课程教学基本要求（试行）》编写的。全书共 5 篇 17 章，静力学部分包括基本概念及物体受力分析、基本力系、平面任意力系、空间任意力系、静力学应用专题，运动学部分包括点的运动与刚体的基本运动、点的合成运动、刚体的平面运动，动力学部分包括质点动力学、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理，分析力学基础部分包括分析静力学、分析动力学，动力学应用专题包括线性振动和碰撞等内容。

本书突出了工程概念和力学建模内容，做到简明扼要、深入浅出，例题、习题丰富，土木、水利专业特色鲜明。

本书可作为高等院校土木、水利类专业教材，也可作为工科类院校其他相关专业的教学参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

理论力学/武清玺，陆晓敏，殷德顺编著. —北京：中国电力出版社，2009

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-5083-8890-8

I. 理… II. ①武…②陆…③殷… III. 理论力学-高等学校-教材 IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 084795 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 http://www.cepp.com.cn)

北京市同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2009 年 8 月第一版 2009 年 8 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 20.75 印张 503 千字

定价 33.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前言

理论力学是高等学校工科专业的技术基础课,主要研究物体机械运动的一般规律及其在工程实际中的应用,是学习后续力学课程和专业课程的基础。参照教育部高等学校力学教学指导委员会 2008 年 10 月颁布的《理论力学课程教学基本要求(试行)》,吸取面向 21 世纪力学系列课程内容体系改革及近年来教学改革的优秀成果,教材编写时做了以下考虑:

1. 参照课程教学基本要求,精选内容,理顺体系,用较少的篇幅使学生掌握更多的知识,以适应当前学时减少的状况。
2. 结合土木水利类专业特点,选取课程教学专题内容,安排在合适的章节,以 * 标出,供有关学校选用。
3. 突出基本内容,结合工程实际,反映土木水利工程特色的例题、习题众多,与后续课程衔接较好。
4. 本书编写力求概念准确,理论严谨;深入浅出,简明扼要;选取的思考题可打开学生的思考、创新空间。

本书由武清玺主编。其中绪论、第一~五章、第十四~十七章及附录 A、B 由武清玺编写,第六~八章由武清玺、殷德顺编写,第九~十三章由陆晓敏编写。

本书的编写,主要参考了华东水利学院(现为河海大学)工程力学教研室理论力学编写组编写的《理论力学(第二版)》上、下册(高等教育出版社,1984),武清玺、陆晓敏编写的《静力学基础(第二版)》和武清玺、许庆春、赵引编写的《动力学基础(第二版)》(河海大学出版社,2003)。同时还参阅了国内外有关教材,吸取了许多长处。

在本书编写过程中,得到河海大学工程力学系和基础力学教研室的大力支持,得到工程力学系有关老师的关心和帮助。北京工业大学张伟和东南大学郭应征审阅了全书,提出了许多宝贵意见,在此表示衷心的感谢。

限于作者水平,书中难免疏漏与错误之处,欢迎读者指正。

编者

2009 年 6 月

目 录

前言	
绪论	1
第一节 理论力学的内容、任务和研究方法	1
第二节 工程实际问题的简化及力学模型的建立	3
第三节 工程中的构件与分类	3
 第一篇 静 力 学	
第一章 基本概念及物体受力分析	6
第一节 力的概念	6
第二节 静力学基本原理	7
第三节 力的分解与力的投影	8
第四节 力矩	9
第五节 力偶与力偶矩	12
第六节 约束与约束反力	14
第七节 计算简图和受力图	18
思考题	22
习题	22
第二章 基本力系	26
第一节 汇交力系的合成与平衡	26
第二节 力偶系的合成与平衡	30
思考题	32
习题	32
第三章 平面任意力系	38
第一节 力的平移定理	38
第二节 平面任意力系的简化	39
第三节 沿直线平行分布力的简化	42
第四节 平面任意力系的平衡条件 平衡方程	45
第五节 静定与超静定问题 物体系统的平衡	47
思考题	52
习题	53
第四章 空间任意力系	60
第一节 空间任意力系的简化	60
第二节 空间任意力系的平衡条件 平衡方程	63

第三节 一般平行分布力的简化	65
第四节 重心、质心和形心	67
思考题	70
习题	71
第五章 静力学应用专题	75
第一节 桁架	75
第二节 摩擦及有摩擦的平衡问题	81
思考题	89
习题	90

第二篇 运 动 学

第六章 点的运动与刚体的基本运动	95
第一节 点的运动学	95
第二节 刚体的基本运动及体内各点的速度和加速度	104
第三节 转动刚体的角速度和角加速度的矢量表示与 以矢积表示刚体内点的速度和加速度	109
思考题	111
习题	112
第七章 点的合成运动	116
第一节 合成运动的概念	116
第二节 点的速度合成	117
第三节 牵连运动为平移时点的加速度合成	119
第四节 牵连运动为定轴转动时点的加速度合成	121
思考题	125
习题	126
第八章 刚体的平面运动	131
第一节 运动方程 平面运动作为平移和转动的合成	131
第二节 平面图形内各点的速度与速度瞬心	132
第三节 平面图形内各点的加速度	138
思考题	142
习题	143

第三篇 动 力 学

第九章 质点动力学	147
第一节 牛顿运动定律 惯性参考系	147
第二节 质点运动微分方程	148
*第三节 质点在非惯性参考系中的运动	153

思考题	155
习题	156
第十章 质心运动定理 动量定理	159
第一节 质心运动定理	159
第二节 动量和冲量	162
第三节 动量定理	164
思考题	168
习题	169
第十一章 动量矩定理	173
第一节 质点系的动量矩	173
第二节 质点系的动量矩定理	175
第三节 刚体定轴转动微分方程	181
第四节 刚体平面运动微分方程	182
思考题	184
习题	186
第十二章 动能定理	192
第一节 力与力偶的功	192
第二节 质点系的动能	196
第三节 动能定理	197
第四节 势力场和势能 机械能守恒定律	202
第五节 普遍定理的综合应用	204
思考题	207
习题	208
第十三章 达朗贝尔原理	214
第一节 惯性力 质点的达朗贝尔原理	214
第二节 质点系的达朗贝尔原理	214
第三节 运动刚体惯性力系的简化及应用	216
第四节 非对称转动刚体的轴承动反力 静平衡与动平衡	220
思考题	222
习题	223

第四篇 分析力学基础

*第十四章 分析静力学	226
第一节 约束与约束方程	226
第二节 自由度和广义坐标	229
第三节 虚位移原理	230
第四节 广义力与以广义力表示的质点系平衡条件	237
第五节 保守系统平衡的稳定性	239

思考题·····	241
习题·····	242
*第十五章 分析动力学 ·····	248
第一节 动力学普遍方程·····	248
第二节 拉格朗日方程(第二类)·····	250
第三节 拉格朗日方程的第一积分·····	255
*第四节 哈密顿原理·····	257
思考题·····	261
习题·····	261

第五篇 动力学应用专题

*第十六章 线性振动理论基础 ·····	265
第一节 单自由度系统的自由振动·····	265
第二节 单自由度系统的有阻尼自由振动·····	269
第三节 单自由度系统的受迫振动·····	274
第四节 隔振·····	282
思考题·····	283
习题·····	284
*第十七章 碰撞 ·····	289
第一节 碰撞问题及其分类·····	289
第二节 基本假设与基本理论·····	290
第三节 两物体的对心碰撞·····	291
第四节 刚体的偏心碰撞·····	295
思考题·····	298
习题·····	298
附录 A 矢函数的导数·····	301
附录 B 转动惯量 惯性积与惯性主轴·····	303
习题参考答案·····	309
参考文献·····	322

绪 论

第一节 理论力学的内容、任务和研究方法

一、理论力学的内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门学科。

按照辩证唯物主义的观点,运动是物质存在的形式,是物质的固有属性。宇宙中发生的一切现象和过程——从简单的位置变化和发热发光等物理现象,到人类的思维活动均属于运动。机械运动是物体在空间的位置随时间的变化;是所有运动形式中最简单的一种。例如车辆的行驶、机器的运转、大气和河水的流动、人造卫星和宇宙飞船的运行、建筑物的振动等等,都是机械运动。

平衡(例如物体相对于地球处于静止的状态)是机械运动的特殊情况,也包括在理论力学研究内容之中。

理论力学研究的内容是远小于光速的宏观物体的机械运动,以伽利略和牛顿总结的基本定律为基础,属于古典力学的范畴。而速度接近于光速的物体和基本粒子的运动,则必须用相对论和量子力学的观点才能完善地予以解释。这虽然说明古典力学有局限性,但是经过长期的实践证明,不仅在一般工程中,即使在一些尖端科学技术(如火箭发射、宇宙航行等)中所考察的物体也都是宏观物体,其运动速度都远远小于光速。用古典力学来解决相关问题,不仅方便,而且能够保证足够的精确性,所以古典力学至今仍有很大的实用意义,并且还在不断地发展着。

研究物体机械运动的普遍规律有两种基本方法,并以此形成了理论力学的两大体系:一是用矢量的方法研究物体机械运动的普遍规律,称为矢量力学;二是用数学分析的方法进行研究,称为分析力学。本书以矢量力学研究方法为主,并适当介绍分析力学研究的部分内容。

本书内容包括静力学、运动学、动力学、分析力学基础和动力学应用专题五篇,每篇的研究内容、方法及在工程中的应用等将在各篇分别说明。

二、理论力学的任务

理论力学是一门理论性较强的技术基础课,学习理论力学有下述任务:

(1) 土木、水利、机械等工程专业一般都会涉及机械运动的问题。有些工程实际问题可以直接应用理论力学的基本理论去解决,如土木、水利工程中的平衡问题;传动机械的运动学分析;机器和机械设计中的均衡问题;振动问题和动反力问题等。而一些比较复杂的工程实际问题,则需要应用本书中的理论和其他专门知识共同解决,如土木、水利工程中动力荷载的响应分析及建筑物的抗震设计等。在许多尖端科学技术中(如人造地球卫星和宇宙飞船的发射、运行等),更包含着许多动力学问题。虽然我们不可能在理论力学中讨论这些专门问题,但理论力学却是研究这些问题的基础。由此可见,掌握理论力学知识十分重要。

(2) 理论力学的研究对象是力学中最普遍、最基本的规律。很多工程专业的课程,如材料力学、结构动力学、流体力学、振动力学、机械原理等,都要用到理论力学的知识,所以

理论力学是学习一系列后续课程的基础。

(3) 理论力学知识是许多新兴学科的研究基础。现代科学技术的发展,使理论力学的内容渗透到其他科学领域,形成了一些新兴学科。例如:研究机械、机电等复杂物体系统运动规律的“多体动力学”;研究人体运动和体内骨骼、肌肉、血液力学规律的“运动生物力学”;研究身体健康和运动损伤的“运动医学”;还有爆炸力学、电磁流体力学等等。总之,为了探索新的科学领域,必须打下坚实的理论力学基础。

(4) 理论力学的理论来源于实践又服务于实践,既抽象又紧密结合实际,研究的问题涉及面广,而且系统性和逻辑性强。学习理论力学,对培养辩证唯物主义的分析方法,培养逻辑思维和分析解决问题的能力都具有重要作用。

三、理论力学的研究方法

科学研究的过程,就是认识客观世界的过程,任何正确的科学研究方法,一定要符合辩证唯物主义的认识论。理论力学的研究和发展也必须遵循这个正确的认识规律。

(1) 通过观察生活和生产实践中的各种现象,进行无数次的科学实验,经过分析、综合和归纳,总结出力学最基本的概念和规律。如力和力矩的概念,加速度的概念,摩擦定律以及动力学三定律等都是在大量实践和实验的基础上经分析、综合和归纳得到的。

(2) 在对事物观察和实验的基础上,通过抽象化建立力学模型。客观事物总是复杂多样的,当我们得到大量来自实践的资料之后,必须根据所研究的问题的性质,抓住主要的、起决定作用的因素,撇开次要的、偶然的因素,深入事物的本质,了解其内部联系,这就是力学中普遍采用的抽象化方法。例如,在某些问题中忽略实际物体受力后的变形,得到刚体的模型;在另一些问题中则忽略物体的大小和形状,得到质点的模型等等。一个物体究竟应当作为质点还是作为刚体看待,主要决定于所讨论问题的性质,而不决定于物体本身的大小和形状。例如机器上的零件,尽管尺寸不大,当要考虑它的转动时,就必须作为刚体看待。一列火车的长度虽然以百米计,当我们将列车作为一个整体来考察它沿铁道线路运行的距离、速度和加速度时,却可以作为一个质点来看待。即使同一个物体,在不同的问题里,随着问题性质的不同,有时应作为质点,有时则应作为刚体。例如地球半径为6370km,当研究其在绕太阳公转的轨道上的运行规律时,可以看作质点,而当考察其自转时,就必须看作刚体。

通过抽象化的方法,一方面简化了所研究的问题,另一方面也更深刻地反映了事物的本质。正如列宁所指出的:“当思维从具体的东西上升到抽象的东西时,它不是离开(如果它是正确的……)真理,而是接近真理。物质的抽象,自然规律的抽象,价值的抽象等等,一句话,那一切科学的(正确的、郑重的、不是荒唐的)抽象,都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”^①在这里,列宁既指出抽象的重大意义,又告诫我们,抽象必须是“科学的抽象”,如果不顾条件,随意取舍,结果就可能是“荒唐的”。

(3) 在建立力学模型的基础上,从基本定律出发,用数学演绎和逻辑推理的方法,得出正确的具有物理意义和实用价值的定理和结论,并应用它们指导实践,推动生产力的发展。

从实践到理论,再由理论回到实践,通过实践进一步补充和发展理论,然后再回到实践,如此循环往复,每一个循环都在原来的基础上提高一步。和所有的科学一样,理论力学

① 列宁.《哲学笔记》.北京:人民出版社,1974.

也是沿着这条道路不断向前发展的。

第二节 工程实际问题的简化及力学模型的建立

在工程实际问题中,我们所考察的物体复杂多样,即使是同一类型的问题,其受力状况也不尽相同。为便于研究,需将工程实际问题进行简化,以得到合理的力学模型,再在此基础上做进一步的计算和分析。将一个实际问题抽象为合理的力学模型并不容易,需要在实践中锻炼并不断提高这方面的能力。一般来说,工程实际问题可从三方面加以简化:物体的几何尺寸、受到的约束和承受的荷载(力)。

在简化过程中,因为要略去一些次要因素,必须包含着某种近似性。例如,当某些尺寸远小于其他有关尺寸时可忽略不计,在微小面积上的力可看作集中力,接触面很光滑或经过充分润滑时可不计摩擦等等。究竟哪些因素可以看作次要因素而略去,与所需的资料及其精确度有关。例如,在研究一般抛射运动时,将抛射体作为质点看待,且只计重力而不计空气阻力,得到的结果是可用的;但在研究远射程炮弹的运动时,如果作同样的假设,则炮弹可能偏离射击目标。另一方面,如果我们对实际存在的一些因素,不分主次,全部计入,看起来似乎是符合实际,但结果可能使问题无法求解,或者虽能求解,但困难极大,费时费力,而实际工作中并不需要这样高的精确度。所以,对一个具体问题,在抽象成为力学模型时,可作哪些近似假设,可忽略哪些因素,必须深入分析,力求合理,既要满足实际要求,又必须在数学计算上方便可行。

有关工程实际问题的简化方法将在本书有关章节中进一步叙述,下面介绍由实际问题抽象而得到的质点、刚体和质点系三种力学模型。

(1) **质点** 如果一个物体的大小和形状对所讨论的问题无关紧要,可以忽略不计,而只需考虑其质量,即可将该物体作为只有质量而没有大小的点,称为**质点**。

(2) **刚体** 刚体是指物体的大小和形状对所讨论的问题来说,不能忽略;但受到力的作用时,大小和形状都保持不变,不发生变形。刚体在实际工程中是不存在的,因为任何物体受力后都将或多或少地发生变形。但在许多情况下,在研究物体的平衡或运动时,变形只是次要因素,可以忽略不计,因此可将物体看作为刚体。

(3) **质点系** 质点系是相互间有一定联系的有限或无限多质点的总称。刚体可以认为是不变形的质点系。由若干个刚体组成的系统称为**刚体系统**,有时也称为**物体系统**。

上述几种理想的力学模型,都是客观存在的实际物体的科学抽象,它们并不特指某些具体物体,而是概括了各种物体。不论物体是金属、木质、混凝土或其他材料,也不论是土建、水利工程中的建筑物构件或机械的零、部件,在研究它们的平衡或运动时,都可将其看作上述几种模型之一来加以考察(需要考虑变形者除外),原则上并无差别。这是人们认识深化的结果,也表明了理论的普遍意义。

第三节 工程中的构件与分类

在工程实际中,各种机械与结构得到广泛应用。组成机械或结构的零构件,统称为**构件**。工程实际中的构件,形状多种多样,按照其几何特征,可分为三类:杆件、板或壳、

块体。

(1) **杆件** 一个方向的尺寸比其他两个方向的尺寸大得多的构件称为**杆件**或**杆**，如图 0-1 (a) 所示。杆的几何形状可用一根中心轴线和与中心轴线正交的横截面表示。根据轴线的形状，可分为直杆和曲杆；根据横截面沿轴线变化的情况，可分为等截面杆和变截面杆。例如组成屋架的杆多为等截面直杆，而起重用的吊钩则为变截面曲杆。

(2) **板和壳** 一个方向的尺寸（厚度）比其他两个方向的尺寸小得多的构件称为**板**或**壳**。平分厚度的面称为**中面**。当中面为平面时，该构件称为板（或平板），如图 0-1 (b) 所示；当中面为曲面时，该构件称为壳（或壳体），如图 0-1 (c) 所示。例如楼板为平板，而有些建筑物的屋顶为壳体。

(3) **块体** 三个方向的尺寸相差不很大的构件称为**块体**。例如机器底座等，图 0-1 (d) 所示的挡水坝亦为块体。

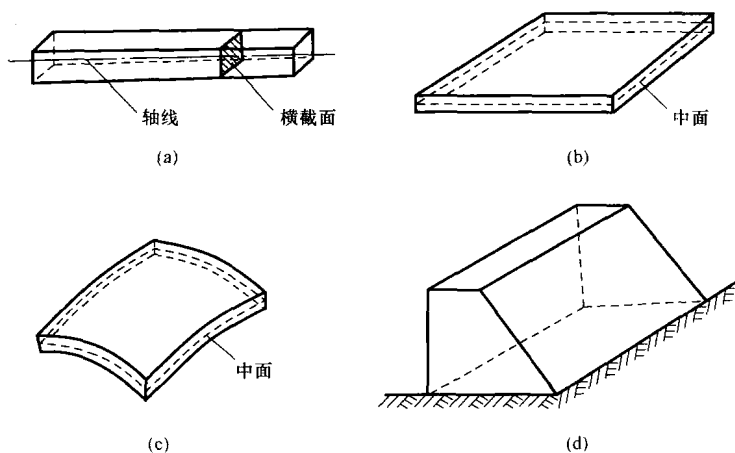


图 0-1 构件类型

第一篇 静 力 学

静力学主要研究物体在力的作用下的平衡问题。

平衡是机械运动的一种特殊情形，即物体相对于惯性坐标系^①处于静止状态或作匀速直线运动的情形。在一般工程问题中，所谓平衡则是指相对于地球的平衡，特别是指相对于地球的静止。

通常，作用于物体的力都不止一个而是若干个，这些力总称为力系。各力作用线位于同一平面内的力系称为平面力系，否则称为空间力系。如果一个力系作用于某物体而能使其保持平衡，则该力系称为平衡力系。有时作用于物体上的一个力系可以用另一个力系来代替，而不改变原力系对物体作用的效应，则这两个力系称为等效力系。特别地，如果一个力与一个力系等效，则该力称为此力系的合力，而此力系的各力则称为该力的分力。

作用于物体的力系往往较为复杂，在研究物体的运动或平衡问题时，需要将复杂的力系加以简化，然后再讨论物体的运动或平衡规律。因此，在静力学里主要研究以下问题：

- (1) 物体的受力分析与力系的等效简化；
- (2) 力系的平衡条件及其应用。

在各种工程中都存在大量的静力学问题。例如，在土建和水利工程中，用移动式吊车起吊重物时，必须根据平衡条件确定起重量的上限防止吊车翻倒；设计屋架时，必须将所受的重力、风雪压力等加以简化，再根据平衡条件求出各杆所受的力，据以确定各杆截面的尺寸。其他如水闸、堤坝、桥涵等建筑，设计时都需进行受力分析，以便得到安全、经济的设计方案，而静力学理论则是进行受力分析的基础。在机械工程中，进行机械设计时，往往也要应用静力学理论分析机械零部件的受力情况，作为强度计算的依据。对于运转速度缓慢或速度变化不大的零部件的受力分析，通常都可简化为平衡问题来处理。除此以外，静力学中关于力系简化的理论，还将直接应用于动力学中；动力学问题也可以在形式上转换成为平衡问题，而用静力学理论来求解。可见，静力学理论在生产实践中应用广泛，在力学理论中十分重要。

① 惯性坐标系是指适用牛顿定律的坐标系，在动力学里将详细说明。

第一章 基本概念及物体受力分析

力与力偶是力学中两个基本物理量，力与力偶使物体产生的运动效应和变形效应是力学分析的基础知识。静力学研究物体在主动力和约束力作用下的平衡问题，通常主动力是已知的，而约束力是需要求解的，因此，研究工程中常见的约束及其产生的约束力以及如何将工程实际问题简化成为便于分析计算的力学模型是本章的重要内容。

第一节 力的概念

力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态发生改变，或使物体产生变形。力使物体改变运动状态的效应称为力的运动效应，使物体产生变形的效应称为力的变形效应。力对物体的作用效应取决于力的三要素，即力的大小、方向、作用点。

度量力的大小通常采用国际单位制（SI），力的单位用牛顿（N）或千牛顿（kN）表示。

力的方向包含方位和指向两个意思，如铅直向下，水平向右等。作用点指的是力在物体上的作用位置。一般说来，力的作用位置并不是一个点而是一定的面积。但是当作用面积小到可以不计其大小时，就可以抽象成为一个点，这个点就是力的作用点；而这种作用于一点的力则称为集中力。过力的作用点作一直线，以直线的方位代表力的方位，则该直线称为力的作用线。

力具有大小和方向，所以力是矢量。

在图 1-1 中，矢量 $\overrightarrow{AB}$ 表示力 $\boldsymbol{F}$ ， F 代表力 $\boldsymbol{F}$ 的大小^①；A 点或 B 点表示 $\boldsymbol{F}$ 的作用点，KL 则是 $\boldsymbol{F}$ 的作用线。

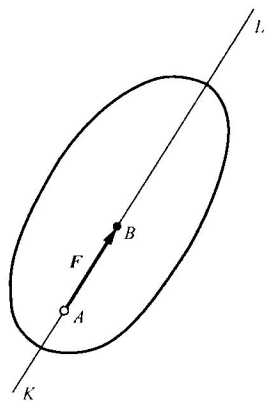


图 1-1 力的作用线

实践经验表明，作用于刚体的力可沿其作用线移动而不改变其对刚体的运动效应。例如，用小车运送物品时（图 1-2），不论在车后 A 点用力 F 推车，或在车前同一直线上的 B 点用力 F 拉车，效果都是一样的。力的这种性质称为力的可传性。由此可见，就力对于刚体的运动效应来说，若已知力的作用线，则力的作用点将不再是必要因素。也就是说，我们只需知道力的作用线，至于作用线上的哪一点是力的作用点，则不用考虑。

由于作用于刚体上的力具有可传性，所以力是滑动矢量。

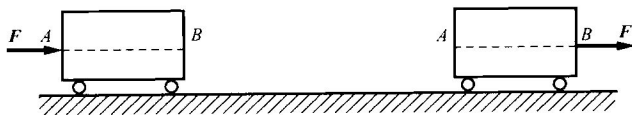


图 1-2 力的可传性

① 本书粗体字母均表示矢量，对应的非黑体字母表示该矢量的模。

第二节 静力学基本原理

我们知道, 牛顿运动定律是研究物体机械运动一般规律的基础, 也是研究机械运动的特殊情形——平衡问题的基础。但在静力学里, 我们将重点讲述牛顿运动定律中静力学将用到的几个原理。这几个原理, 有的就是牛顿定律本身的内容, 有的则可由牛顿定律导出的结论, 不过我们在这里将不加证明, 而只作为由实践验证的原理提出来。下面就讲述这几个原理。

1. 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力, 合力的作用点也在该点, 合力的大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定。

用矢量表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

2. 二力平衡原理

作用于同一刚体的两个力互为平衡的必要与充分条件是: 两个力的作用线相同, 大小相等, 方向相反。

例如, 在一根静止的刚杆的两端沿着同一直线 AB 施加两个拉力 [图 1-3 (a)] 或压力 [图 1-3 (b)] $\mathbf{F}_1$ 及 $\mathbf{F}_2$, 使 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$, 由经验可知, 刚杆将保持静止, 既不会移动, 也不会转动, 所以 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 二力平衡。反之, 如果 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 不满足上述条件, 即作用线不同, 或者 $\mathbf{F}_1 \neq -\mathbf{F}_2$, 则刚体将从静止开始运动, 这时两个力不能平衡。



图 1-3 二力平衡杆件

3. 加减平衡力系原理

在任一力系中加上或者减去任何一个平衡力系, 并不改变原力系对刚体的运动效应。

加减平衡力系原理的正确性是显而易见的, 因为一个平衡力系不会改变刚体的运动状态, 所以在原来作用于刚体的力系中加上或减去一个平衡力系, 不会使刚体运动状态发生附加的改变。

应用上面两个原理, 可从理论上证明力的可传性 (请读者自行推证)。

4. 作用与反作用定律

两物体间相互作用的力 (作用力与反作用力) 同时存在, 大小相等, 作用线相同而指向相反。

这一定律就是牛顿第三定律, 不论物体是静止的或运动着, 该定律均成立。

5. 刚化原理

如果变形体在某一力系的作用下处于平衡, 若将此变形体刚化为刚体, 其平衡状态不变。

此原理建立了刚体平衡条件与变形体平衡条件之间的联系; 说明在变形体平衡时, 作用在其上的力系必须满足把变形体刚化为刚体后的平衡条件。根据这一原理, 我们可以将刚体

的平衡条件应用到变形体的平衡问题中去,从而扩大了刚体静力学的应用范围,这在弹性体静力学和流体静力学的研究中有重要意义。

应该指出,刚体的平衡条件对于变形体来说只是必要条件,而不是充分条件。因此,要研究变形体是否平衡,仅有刚体平衡条件是不够的,还需附加变形条件。

第三节 力的分解与力的投影

按照矢量的运算规则,可将一个力分解为两个或两个以上的分力。最常用的是将一个力分解成为沿直角坐标轴 x 、 y 、 z 的分力。设有力 $\mathbf{F}$, 根据矢量分解公式有

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} \quad (1-1)$$

式中 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ ——沿坐标轴正向的单位矢量(图 1-4);

F_x 、 F_y 、 F_z ——力 $\mathbf{F}$ 在 x 、 y 、 z 轴上的投影。

如果已知 $\mathbf{F}$ 与坐标轴正向的夹角 α 、 β 、 γ , 则

$$F_x = F \cos \alpha, F_y = F \cos \beta, F_z = F \cos \gamma \quad (1-2)$$

式(1-2)中的角 α 、 β 、 γ 可以是锐角,也可以是钝角,由夹角余弦的符号即可知力的投影为正或负。有时,若力与坐标轴正向的夹角为钝角,也可改用其补角(锐角)计算力的投影的大小,并根据观察判断投影的符号。

式(1-2)也可写成

$$F_x = \mathbf{F} \cdot \mathbf{i}, F_y = \mathbf{F} \cdot \mathbf{j}, F_z = \mathbf{F} \cdot \mathbf{k} \quad (1-3)$$

就是说,一个力在某一轴上的投影,等于该力与沿该轴方向的单位矢量之标积。这结论不仅适用于力在直角坐标轴上的投影,也适用于力在任意一轴上的投影。例如,设有一轴 ξ , 沿该轴正向的单位矢量为 $\mathbf{n}$, 则力 $\mathbf{F}$ 在 ξ 轴上的投影为 $F_\xi = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$ 。设 $\mathbf{n}$ 在直角坐标系 Oxy 中的方向余弦为 l_1 、 l_2 、 l_3 , 则

$$F_\xi = F_x l_1 + F_y l_2 + F_z l_3 \quad (1-4)$$

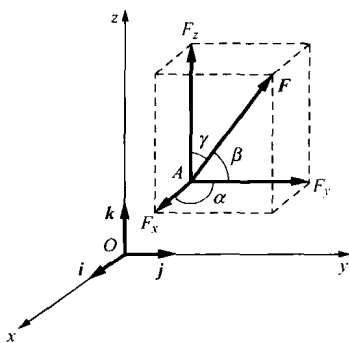


图 1-4 力沿坐标轴分解

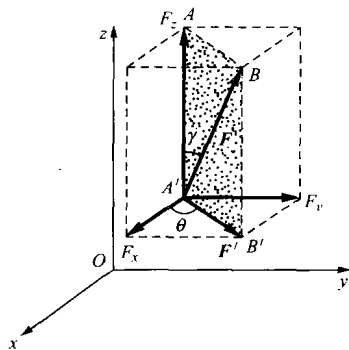


图 1-5 力在坐标轴上的投影

有时,已知 $\mathbf{F}$ 与某一坐标轴(取为 z)的夹角 γ , 以及 $\mathbf{F}$ 在平行于 xy 平面上的投影 $\mathbf{F}'$ ①与另一轴(如 x 轴)的夹角 θ , 如图 1-5 所示, 则

① 矢量在平面上的投影仍是矢量,其起点和终点分别是原矢量的起点和终点在平面上的垂足。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F' \cos \theta = F \sin \gamma \cos \theta \\ F_y &= F' \sin \theta = F \sin \gamma \sin \theta \\ F_z &= F \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

按式 (1-5) 计算力的投影应用较多, 必须熟悉。但要注意, 式 (1-5) 是一个解析表达式, θ 、 γ 是力与坐标轴正向的夹角, 它决定着投影的正负值。

若已知 $\mathbf{F}$ 在 x 、 y 、 z 轴上的投影 F_x 、 F_y 、 F_z , 则可求得 $\mathbf{F}$ 的大小及方向余弦

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ \cos \alpha &= \frac{F_x}{F}, \cos \beta = \frac{F_y}{F}, \cos \gamma = \frac{F_z}{F} \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

如果 $\mathbf{F}$ 位于某一坐标平面内, 并将该平面取为 xy 面, 则 $F_z = 0$, 而 F_x 和 F_y 可由式 (1-2) 或式 (1-3) 求得。

第四节 力 矩

一、力对一点的矩

一般来说, 作用于物体的力有使物体产生移动和转动的效应。力的转动效应是用力矩来度量的。

在空间力系问题里, 力对一点的矩是矢量。这是因为空间力系中的各力分别与矩心构成不同的平面, 各力对于物体绕矩心转动的效应, 不仅与各力矩的大小及其在各自平面内的转向有关, 而且与各力和矩心所构成的平面方位有关。也就是说, 为了表述力对于物体绕矩心转动的效应, 需要表示出三个因素: 力矩的大小, 力和矩心所构成的平面, 以及在该平面内力矩的转向。这三个因素, 不可能用一个代数量表示出来, 而需用一个矢量来表示。

设有一作用于物体的力 $\mathbf{F}$ 及任一点 O (图 1-6, 物体未画出), 自矩心 O 作矢量 $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$ 表示力 $\mathbf{F}$ 对于 O 点的矩。矩矢 $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$ 的模 (即力矩的大小) 为 $M_O(\mathbf{F}) = F \cdot a$, $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$ 垂直于 O 点与力 $\mathbf{F}$ 所决定的平面, 其指向则按右手螺旋法则决定: 如以力矩的转向为右手螺旋的转向, 则螺旋前进的方向就代表矩矢 $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$ 的指向, 或者说, 从矩矢 $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$ 的末端向其始端看去, 力矩的转向是逆时针向。

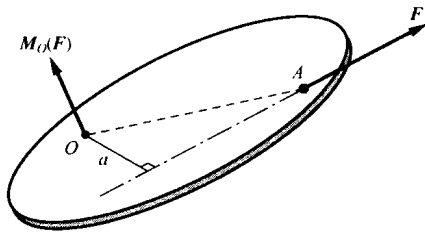


图 1-6 力 $\mathbf{F}$ 对于 O 点的矩

力矩的单位是牛·米 ($\text{N} \cdot \text{m}$) 或千牛·米 ($\text{kN} \cdot \text{m}$)。

必须注意, 力矩 $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$ 与矩心位置有关, 因此矩矢 $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$ 只能画在矩心 O 处, 而不能画在别处, 所以矩矢 $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$ 是定位矢量。

由力对一点的矩的定义可知, 将力 $\mathbf{F}$ 沿其作用线移动时, 由于 $\mathbf{F}$ 的大小、方向以及由 O 点到力作用线的距离都不变, 力 $\mathbf{F}$ 与矩心 O 构成的平面的方位也不变, 因此 $\mathbf{F}$ 对于 O 点的矩也不变, 即力对于一点的矩不因为力沿其作用线移动而改变。