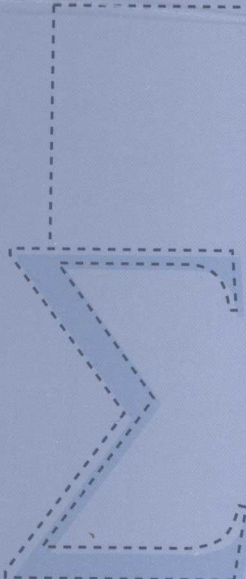


全国高职高专教育“十一五”规划教材

经济数学

主 编 王洪明 周秀君
副主编 郝春田 宋立温

- 
- ☐ 本书是编者根据多年的教学经验编写而成
 - ☐ 结构严谨、逻辑清晰、叙述详细、通俗易懂
 - ☐ 教材适应时代要求、符合改革精神、同时又继承了传统教材的优点
 - ☐ 每章、节中都配有丰富的习题，以便及时巩固和提高

经 济 数 学

主 编 王洪明 周秀君
副主编 郝春田 宋立温



天津科学技术出版社

内 容 提 要

本书在认真总结、分析、吸收全国高职高专院校经济管理类专业经济数学教学改革经验的基础上编写的。从高职高专人才培养目标出发,结合经济管理类专业特点,精选了教学内容,注重理论联系实际,紧密结合专业,适当降低了难度,遵循循序渐进的教学原则,精心配置了每节例题、习题,以便于学生对有关知识点的掌握与巩固。

本书内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、积分学及其应用、线性代数初步、随机事件与概率、随机变量及其数字特征、数理统计初步和数学软件 **Mathematica** 应用共十章的内容,每章都安排了小结和综合训练。

本书适用于三年制高职高专院校经济管理类专业、成人高等学校各专业经济数学的教材,也可以作为经济管理人员参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学 / 王洪明等主编. — 天津: 天津科学技术出版社, 2009.5

ISBN 978-7-5308-5121-0

I. 经… II. 王… III. 经济数学 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 052991 号

责任编辑: 刘丽燕

责任印制: 白彦生

天津科学技术出版社出版

出版人: 胡振泰

天津市西康路 35 号 邮编 300051

电话 (022) 23332398 (事业部) (022) 23332697 (发行)

网址: www.tjkjcs.com.cn

新华书店经销

北京合众伟业印刷有限公司

开本 787 × 1092 1/16 印张 20.75 字数 528 000

2009 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

定价: 33.00 元

编 委 会

主 任：池宇峰

副主任：池寒峰 张 剑 姜天鹏

委 员：（以下排名按姓氏拼音字母的先后顺序为序）

安伯香 郝春田 隽青龙 李 瑜 刘金荣

刘泽云 马 鑫 任 玲 宋立温 宋学林

苏勇历 王洪明 王小琴 王耀东 张相红

张月岭 郑希峰 周秀君

前 言

本书是在充分研究分析当前高职高专教育现状，认真分析、总结、吸收高职高专院校经济管理类专业经济数学教学改革经验，结合高职高专学生特点和市场对人才需求的基础上编写的。从高职高专教育人才培养目标出发，充分考虑了高职高专经济管理类专业学生的知识需求和接受能力，以及不同专业或专业方向的要求，精选了教学内容。

本书在编写过程中力求做到条理清晰、通俗易懂，基本内容表述清楚，层次清晰，结构合理，重点突出，例题、习题针对性强，特别注意培养学生用数学概念、方法、思想消化吸收经济概念、经济问题的能力，侧重培养学生将实际问题转化为数学模型的能力、突出了学生数学应用技能的训练与培养。本书取材合适，深度适宜，富有启发性，有利于激发学生的学习兴趣。

本书每节都配有一定数量的习题，每章后面还配有综合训练。这些习题可以帮助学生加深对基本内容的理解，提高学生分析问题的能力，逐步培养学生的自学能力。

本书具有以下特色：

1. 每章均采用目标导学的方法，有利于学生对学习目标的把握；
2. 精选例题和习题，注重结合专业特点，理论联系实际，贯彻由浅入深的教学原则；
3. 特别注重教学概念与经济问题的联系，给出了许多经济问题的数学解析；
4. 减弱了理论推导或证明，不追求理论上的系统性；
5. 教材内容涵盖面广，为不同专业或专业方向提供了更大的选择空间；
6. 本书介绍了数学软件 **Mathematica** 及其应用，有利于培养学生利用计算机及相应数学软件求解数学模型的能力。

本书由王洪明、周秀君主编，郝春田、宋立温副主编。其中第一章至第四章由王洪明编写；第五章由郝春田和周秀君编写；第六章至第八章由宋立温编写；第九章和第十章由周秀君编写。刘金荣、安伯香、王小琴、宋学林、郑希峰五位老师对本书进行校对。由周秀君负责全书的统稿工作。王耀东担任本书的主审工作。

鉴于我们的研究能力、学术水平，加之时间仓促，书中难免有疏漏之处，恳切期望读者批评指正，以便进一步修改和完善。

编 者

2009年5月

目 录

第一章 函数	1
第一节 函数的概念	1
1.1.1 函数的概念	1
1.1.2 函数的表示	2
1.1.3 反函数	3
1.1.4 函数的性质	3
习题 1.1	5
第二节 初等函数	5
1.2.1 基本初等函数	5
1.2.2 复合函数	8
1.2.3 初等函数	8
习题 1.2	9
第三节 利息、贴现及常用经济函数	9
1.3.1 单利、复利与贴现	9
1.3.2 需求函数与供给函数	11
1.3.3 成本、收入和利润函数	12
习题 1.3	14
本章小结	14
综合训练	16
第二章 极限与连续	19
第一节 极限	19
2.1.1 数列的极限	19
2.1.2 函数的极限	21
2.1.3 函数极限的性质	23
2.1.4 函数极限的四则运算法则	24
习题 2.1	24
第二节 无穷小、无穷大与两个重要极限	25
2.2.1 无穷小量（简称无穷小）	25
2.2.2 无穷大量（简称无穷大）	26
2.2.3 无穷小与无穷大的关系	26
2.2.4 无穷小的比较	27
2.2.5 两个重要极限	27
习题 2.2	29
第三节 函数的连续性	31
2.3.1 函数连续的定义	31
2.3.2 连续函数的运算	32

2.3.3 闭区间上连续函数的性质	33
2.3.4 函数的间断点	33
习题 2.3	35
本章小结	36
综合训练	38
第三章 导数与微分	41
第一节 导数的概念	41
3.1.1 两个实例	41
3.1.2 导数的定义	42
3.1.3 利用定义求导数	44
3.1.4 导数的意义	46
3.1.5 可导与连续的关系	47
习题 3.1	48
第二节 求导法则	49
3.2.1 函数的和、差、积、商求导法则	49
3.2.2 复合函数的求导法则	51
3.2.3 反函数的求导法则	52
3.2.4 基本初等函数的求导公式	53
3.2.5 几个常用的求导方法	54
3.2.6 高阶导数	56
习题 3.2	57
第三节 函数的微分及应用	58
3.3.1 微分的概念	59
3.3.2 微分的几何意义	60
3.3.3 微分基本公式与运算法则	60
3.3.4 微分在近似计算中的应用	62
习题 3.3	63
本章小结	64
综合训练	67
第四章 导数的应用	70
第一节 微分中值定理	70
4.1.1 罗尔定理	70
4.1.2 拉格朗日中值定理	71
4.1.3 柯西中值定理	73
习题 4.1	74
第二节 洛必达法则	74
4.2.1 “ $\frac{0}{0}$ ”型或“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型的极限	75

4.2.2 可化为“ $\frac{0}{0}$ ”或“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型的“ $0 \cdot \infty$ ”与“ $\infty - \infty$ ”型的极限	78
4.2.3 “ 1^∞ 、 0^0 、 ∞^0 ”型的极限	79
习题 4.2	80
第三节 函数单调性的判别	81
习题 4.3	84
第四节 函数的极值与最值	85
4.4.1 函数的极值	85
4.4.2 函数的最值	88
习题 4.4	90
第五节 函数图形的凹向与拐点	91
4.5.1 曲线的凹向与拐点	91
4.5.2 曲线的渐近线	93
4.5.3 函数图形的描绘	94
习题 4.5	95
第六节 导数在经济分析中的应用	96
4.6.1 边际分析	96
4.6.2 弹性分析	98
习题 4.6	99
本章小结	100
综合训练	102
第五章 积分学及其应用	106
第一节 不定积分	106
5.1.1 原函数的概念	106
5.1.2 不定积分的概念	107
5.1.3 不定积分的几何意义	109
5.1.4 不定积分的性质	110
5.1.5 基本积分公式	110
5.1.6 直接积分法	111
习题 5.1	113
第二节 不定积分的积分法	114
5.2.1 第一换元积分法(凑微分法)	114
5.2.2 第二换元积分法	121
5.2.3 积分表续	125
5.2.4 分部积分法	126
习题 5.2	129
第三节 定积分的概念与性质	130
5.3.1 引例	130
5.3.2 定积分的概念	132
5.3.3 定积分的性质	134

习题 5.3	136
第四节 微积分的基本定理及定积分的计算	137
5.4.1 积分上限的函数及其导数	137
5.4.2 牛顿—莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式	139
5.4.3 定积分换元积分	141
5.4.4 定积分的分部积分法	144
习题 5.4	146
第五节 广义积分	147
5.5.1 无穷区间的广义积分	147
5.5.2 无界函数的广义积分	149
习题 5.5	151
第六节 常微分方程	151
5.6.1 微分方程的基本概念	151
5.6.2 可分离变量的微分方程	154
5.6.3 一阶线性微分方程	157
习题 5.6	162
第七节 定积分的应用	163
5.7.1 定积分的微元法	163
5.7.2 平面图形的面积	164
5.7.3 体积	165
5.7.4 定积分在经济中的应用	167
习题 5.7	169
本章小结	170
综合训练	172
第六章 线性代数初步	174
第一节 行列式的概念与运算	174
6.1.1 三阶行列式的定义	174
6.1.2 n 阶行列式的概念	176
6.1.3 行列式的性质	177
6.1.4 行列式的计算	178
习题 6.1	181
第二节 克莱姆法则	182
6.2.1 克莱姆法则	182
6.2.2 齐次线性方程组	184
习题 6.2	184
第三节 矩阵的概念与运算	185
6.3.1 矩阵的概念	185
6.3.2 矩阵的运算	187
习题 6.3	191

第四节 矩阵的逆.....	192
6.4.1 可逆矩阵与逆矩阵的判别.....	192
6.4.2 用初等行变换求逆矩阵.....	193
习题 6.4.....	195
第五节 矩阵的秩.....	195
6.5.1 矩阵秩的概念.....	195
6.5.2 满秩矩阵.....	197
习题 6.5.....	197
第六节 消元法.....	197
6.6.1 线性方程组.....	197
6.6.2 高斯消元法.....	198
习题 6.6.....	202
第七节 线性方程组解的判定.....	202
习题 6.7.....	205
第八节 线性方程组的通解.....	206
习题 6.8.....	210
第九节 简单的线性规划问题.....	211
6.9.1 线性规划问题的数学模型.....	211
6.9.2 线性规划问题的图解法.....	213
习题 6.9.....	215
本章小结.....	215
综合训练.....	218
第七章 随机事件与概率.....	220
第一节 随机事件.....	220
7.1.1 随机现象与随机事件.....	220
7.1.2 事件间的关系及运算.....	221
习题 7.1.....	223
第二节 随机事件的概率.....	223
7.2.1 概率的统计定义.....	223
7.2.2 古典概型.....	224
7.2.3 概率的加法公式.....	226
习题 7.2.....	226
第三节 条件概率和全概率公式.....	227
7.3.1 条件概率.....	227
7.3.2 乘法公式.....	228
7.3.3 全概率公式.....	229
习题 7.3.....	230
第四节 事件的独立性与伯努利概型.....	230
7.4.1 事件的独立性.....	230

7.4.2 伯努利概型	231
习题 7.4	232
本章小结	233
综合训练	234
第八章 随机变量及其数字特征	236
第一节 随机变量	236
8.1.1 随机变量的定义	236
8.1.2 随机变量的分类	237
习题 8.1	238
第二节 分布函数	239
8.2.1 分布函数的定义	239
8.2.2 分布函数的计算	240
习题 8.2	241
第三节 几种常见随机变量的分布	242
8.3.1 几种常见离散型随机变量的分布	242
8.3.2 几种常见连续型随机变量的分布	243
习题 8.3	246
第四节 随机变量的数字特征	247
8.4.1 数学期望	247
8.4.2 方差	248
8.4.3 常用分布的期望和方差	249
习题 8.4	249
本章小结	250
综合训练	251
第九章 数理统计初步	254
第一节 总体 样本 统计量	254
9.1.1 总体与样本	254
9.1.2 统计量	255
习题 9.1	256
第二节 常用统计量的分布	256
9.2.1 样本均值的分布	256
9.2.2 χ^2 分布	257
9.2.3 t 分布	257
9.2.4 F 分布	258
习题 9.2	259
第三节 参数的点估计	259
9.3.1 矩估计法	259
9.3.2 极大似然估计法	261
9.3.3 估计量的评价标准	263

习题 9.3.....	264
第四节 参数的区间估计.....	265
9.4.1 置信区间与置信水平.....	265
9.4.2 正态总体均值的区间估计.....	266
9.4.3 方差的区间估计.....	267
习题 9.4.....	269
第五节 参数的假设检验.....	269
9.5.1 假设检验的基本思想与步骤.....	269
9.5.2 U 检验法.....	271
9.5.3 t 检验法.....	272
9.5.4 χ^2 检验法.....	272
习题 9.5.....	274
第六节 单因素方差分析.....	274
习题 9.6.....	279
第七节 一元线性回归分析.....	280
9.7.1 一元线性回归.....	280
9.7.2 最小二乘法.....	281
9.7.3 检测与预测.....	282
习题 9.7.....	285
本章小结.....	286
综合训练.....	288
第十章 数学软件 Mathematica 应用	291
第一节 Mathematica 系统的简单操作.....	291
10.1.1 Mathematica 安装与启动.....	291
10.1.2 Mathematica 退出.....	292
10.1.3 建立与保存文件.....	292
第二节 数、变量与数学函数.....	292
10.2.1 算术运算.....	292
10.2.2 函数及其运算.....	294
习题 10.2.....	297
第三节 Mathematica 在方程与图形中的应用.....	298
10.3.1 解方程.....	298
10.3.2 绘图.....	298
习题 10.3.....	302
第四节 Mathematica 在微积分中的应用.....	302
10.4.1 极限与连续.....	302
10.4.2 导数与微分.....	304
10.4.3 积分运算及简单应用.....	308
习题 10.4.....	310

第五节 Mathematica 在线性代数中的应用	311
10.5.1 Mathematica 中矩阵的相关计算	311
10.5.2 用 Mathematica 求解线性方程组	313
习题 10.5	316
第六节 Mathematica 在统计中的应用	316
10.6.1 数据的统计与分析	316
10.6.2 线性回归	317
习题 10.6	318

第一章 函 数

学习目标:

- 理解函数的概念, 熟练掌握函数定义域和值域的求法, 了解分段函数的特点.
- 掌握函数的基本性质和表示方法.
- 熟练掌握六类基本初等函数的概念、表达式、图形和性质. 了解复合函数、初等函数的概念和性质, 掌握复合函数的分解方法.
- 了解常用经济函数的概念及相关运算, 会建立简单的函数关系式.

函数是微积分学的主要研究对象, 它的实质是变量之间的对应关系. 本章将在中学数学知识的基础上, 进一步研究函数的概念与性质, 为学习微积分知识打下必要的基础.

第一节 函数的概念

1.1.1 函数的概念

我们在研究某一事物的变化过程时, 往往会遇到几个变量, 它们具有某种相互依赖的关系.

例如某企业每天生产产品 A 的件数为 x , 企业设备固定成本为 1000 元, 生产每件产品所需人工费和原材料费共 5 元, 那么日产量 x 与日生产的成本 y 之间的对应关系为 $y=1000+5x$, 假定该企业日产量最多为 300 件, 那么, 当产量 x 在数集 $\{0, 1, 2, \dots, 300\}$ 上任意取一数值时, 按上式 y 就有一确定的数值与它相对应, 这种对应关系正是函数的实质.

定义 设 x 和 y 是两个变量, D 是一给定的数集, 如果对于任意 $x \in D$, 变量 y 按照一定法则 f , 总有唯一确定的数值与其对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作 $y=f(x)$, 数集 D 称为这个函数的定义域, 数集 $M=\{y|y=f(x), x \in D\}$ 称为函数的值域, x 称为自变量, y 称为因变量.

当自变量 x 取数值 x_0 时, 因变量 y 按照对应法则 f 所对应的数值, 称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值, 记作 $y=f(x_0)$.

为区别同一问题中的不同函数关系, 可采用不同的函数记号来表示这些函数. 如 $F(x)$ 、 $G(x)$ 、 $g(x)$ 等.

由函数定义可知, 当函数的定义域和函数的对应法则确定后, 这个函数就完全确定了. 因此, 把函数的定义域和对应法则叫做函数的两个要素. 两个函数只有它们的定义域和对应关

系完全相同时，这两个函数才是相同的。而与变量符号无关。如 $y=|x|$ 与 $z=\sqrt{v^2}$ 就是相同的函数。

例 1 设 $f(x)=2x^2-3$ ，求 $f(-1)$ ， $f(x_0)$ 。

解 $f(-1)=2\times(1)^2-3=-1$

$$f(x_0)=2(x_0)^2-3=2x_0^2-3$$

例 2 求 $y=\sqrt{25-x^2}+\ln\sin x$ 的定义域。

解 要使函数 y 有定义，必须同时满足两个条件：偶次根式的被开方式大于或等于零，对数函数的真数大于零，即

$$\begin{cases} 25-x^2 \geq 0 \\ \sin x > 0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ 2k\pi < x < (2k+1)\pi \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \end{cases}$

这不等式组的解为 $-5 \leq x < -\pi$ 或 $0 < x < \pi$

于是，所求函数的定义域为 $D=\{x|-5 \leq x < -\pi \text{ 或 } 0 < x < \pi\}$ 。

也可用区间表示为 $[-5, -\pi)$ 或 $(0, \pi)$

求函数定义域时应遵守以下原则：

- (1) 代数式中分母不能为零；
- (2) 偶次根式内表达式非负；
- (3) 基本初等函数要满足各自的定义要求；
- (4) 对于表示实际问题的解析式，还应保证符合实际意义。

1.1.2 函数的表示

常用的函数表示方法有表格法、图像法、解析法。

(1) 将自变量的值与对应的函数值列成表格以表示函数的方法叫表格法，如三角函数表、对数表及许多的财务报表等。

(2) 用图像来表示自变量值与函数值的关系的方法叫图像法，它的特点是较直观。

(3) 用数学表达式表示自变量和因变量的对应关系的方法叫解析法，如 $y=\sin x$ ， $y=2x+1$ 等，它的特点是便于推理与演算。

以下几种是我们以后常遇到的函数。

1. 分段函数

在自变量的不同取值范围内，其对应关系用不同表达式表示的函数，称为分段函数，如

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 2 \\ \ln x & 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad \text{就是一个定义在区间 } (-\infty, 5] \text{ 上的分段函数.}$$

2. 隐函数

变量 x 和 y 的对应关系由方程 $F(x, y) = 0$ 所表示的函数称为隐函数, 如 $e^x + xy - e^y = 0$.

3. 参数方程确定的函数

由参数方程 $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases} \quad (t \in I)$ 通过参变量 t 来表示 x 和 y 的对应关系的函数, 称为参数方程确定的函数, 如 $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi)$.

1.1.3 反函数

定义 设函数 $y = f(x)$ 是定义在数集 D 上的函数, 其值域为 M . 如果对于数集 M 中的每个 y , 在数集 D 中都有唯一确定的 x 使 $y = f(x)$ 成立, 则得到一个定义在数集 M 上的以 y 为自变量, x 为因变量的函数, 记为 $x = f^{-1}(y)$, 它叫做函数 $y = f(x)$ 的反函数. 习惯上用 x 表示自变量, 因此函数 $y = f(x)$ 的反函数可表示为 $y = f^{-1}(x)$, 它的图像与 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称.

求反函数的步骤是从 $y = f(x)$ 中解出 x , 得到 $x = f^{-1}(y)$, 再将 x 和 y 互换即可.

例 3 求 $y = 2x + 1$ 的反函数.

解 由 $y = 2x + 1$ 得 $x = \frac{y-1}{2}$, 互换字母 x, y 得所求反函数为 $y = \frac{x-1}{2}$.

1.1.4 函数的性质

1. 有界性

如果对属于某一定义区间 I 的任何 x , 总有 $|f(x)| \leq M$ 成立, 其中 M 是一个与 x 无关的常数, 那么我们称函数 $f(x)$ 在区间 I 内有界; 否则称为无界.

在定义域内有界的函数称为有界函数, 有界函数的图像夹在直线 $y = -M$ 与 $y = M$ 之间.

例如, 函数 $y = \cos x$ 是有界函数, 因为在它的定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内总有 $|\cos x| \leq 1$.

2. 单调性

设 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内有定义, 若对任意 $x_1, x_2 \in (a, b)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加; 当 $x_1 < x_2$ 时, 总有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b)

内单调减少, 区间 (a, b) 称为单调区间.

单调增函数的图形表现为自左至右是上升的; 单调减函数的图形表现为自左至右是下降的.

例 4 判断 $f(x) = \ln x + x$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性.

解 设 x_1, x_2 是 $(0, +\infty)$ 上任意两点, 且不妨设 $0 < x_1 < x_2$, 则

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= \ln x_1 + x_1 - (\ln x_2 + x_2) \\ &= \ln \frac{x_1}{x_2} + (x_1 - x_2) \end{aligned}$$

$$\because 0 < x_1 < x_2$$

$$\therefore 0 < \frac{x_1}{x_2} < 1, \quad \ln \frac{x_1}{x_2} < 0, \quad x_1 - x_2 < 0$$

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0, \quad \text{即 } f(x_1) < f(x_2)$$

$\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

3. 奇偶性

设函数 $y = f(x)$ 定义域 D 关于原点对称, 若对任意 $x \in D$ 满足 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是 D 上的偶函数; 如果对任意 $x \in D$ 满足 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 是 D 上的奇函数.

偶函数图形关于 y 轴对称, 奇函数图形关于原点对称.

既不是奇函数也不是偶函数的函数, 称为非奇非偶函数.

例 5 判断下列函数的奇偶性.

$$(1) f(x) = x^4 - x^2 + 8 \qquad (2) f(x) = \lg(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

解 (1) 因为 $f(-x) = (-x)^4 - (-x)^2 + 8 = x^4 - x^2 + 8 = f(x)$, 即 $f(-x) = f(x)$.

所以 $f(x) = x^4 - x^2 + 8$ 是偶函数.

$$(2) \text{ 因为 } f(-x) = \lg(-x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$\text{所以 } f(-x) + f(x) = \lg(-x + \sqrt{x^2 + 1}) + \lg(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$= \lg(-x + \sqrt{x^2 + 1})(-x + \sqrt{x^2 + 1}) = \lg 1 = 0, \quad \text{即 } f(-x) = -f(x).$$

所以 $f(x) = \lg(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 是奇函数.

4. 周期性

设 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 如果存在非零常数 T , 使对于任意 $x \in D$, $x + T \in D$, 有 $f(x + T) = f(x)$, 则称函数 $y = f(x)$ 是周期函数, 常数 T 为函数 $y = f(x)$ 的周期. 若周期函数存在最小正周期, 则称此最小正周期为基本周期, 也简称周期. 周期函数的图像在每一个周期内是重复出现的.