

集美航海

六十周年校庆专刊



1920—1980

集美航海专科学校

编者的话

本刊是作为献给我校校庆六十周年的一份薄礼。值此喜庆之日，我们谨向国内外校友和全体师生员工致以亲切的问候和节日的祝贺！六十年来，我校为祖国的海运事业培养了大批专业技术人才，毕业生遍布各港口、航运部门，不少人已成为技术骨干力量；还有一部分校友对国外航运事业作出了有益的贡献。自1979年起，为适应祖国实现四个现代化的需要，我校经国务院批准由中等专业学校改为高等专科学校。我们的母校正在重新焕发青春，依然保持着蓬勃朝气，蒸蒸日上！

多年来，各地校友和校内教师在科学研究、编写教材、总结工作经验等方面都做了大量工作。本刊不可能全面反映出这些成就，只能将近年来校友和教师已撰写成文的部分文稿加以收集、刊出，以便从一个侧面反映工作中的成果，并以此激励我校师生今后更加努力地提高教学质量，积极开展科学研究，为祖国的现代化航运事业贡献力量。为此，我们特向作者致以诚挚的敬意！

六十年来，广大校友对母校怀着深切的眷恋之情，十分关心母校的成长，殷切期望母校能为祖国的航运事业培养出更多的又红又专的人才。这种深情厚谊将永远激励我们在新的长征路上不断前进。借此机会，谨向各地校友致以衷心的谢意！今后，尚望各地校友源源不断地将你们的工作经验、学术上的成就以及有关的航海、教学资料介绍给我们，促使我们的教学水平、学术水平不断得到提高。

由于我们水平有限，编辑时间紧迫，选编工作难免有不当之处，恳请批评指正。

《集美航海》校庆专刊编辑组

1980年10月

目 录

编者的话	本刊编辑组
多条位置线定位精度的问题	张奕汀(1)
总结经验, 钻研技术, 摸索规律, 防患于未然	陈有义 周沂 钮友伦(13)
语言实验室线路设计	陈创章(18)
拖带“南海四号”钻井平台采取的几项措施	郑秋墨(22)
航速误差与卫星定位误差	吴广华(24)
船舶转心、转船力矩与向风性的探讨	叶宝聪(30)
消除磁罗经自差卡片	施祖烈(37)
研究水面浮油回收、防止水域油污染	林庆士(42)
异时观测单天体、同时或异时观测双天体求经纬度的数学计算方法	邹 军(48)
结合教学工作培养学生航海素质	黄骏人(51)

多条位置綫定位精度的問題^[注一]

航海教研室 張奕汀

摘 要

本文详细演证多条位置线定位中等概率密度点的轨迹，并采用船位误差椭圆内的平均概率密度作为实际工作中估计船位分布范围及选择位置线交角的依据。

* * *

在航行条件许可下，增加观测位置线数目是提高定位准确性一种有效的方法。如果观测两条以上的位置线，就可以应用最小二乘法从位置线截距方程式求出观测的最或然船位。В.В. 卡弗拉依斯基 (В.В. Кавайский) 根据这原理，提出一个简便的图解法，即：设观测得到精度分别为 h_1 、 h_2 、 h_3 …… h_n 的 n 条位置线，构成具有 C_2^n 个交点 O_{12} 、 O_{13} …… O_{23} ……(O_{12} 为第一条与第二条位置线的交点，余类推) 的误差图形，为了求得最或然船位，可在各交点上加上相应的平行力，即在 O_{12} 点加上 $p_1 p_2 \sin^2(\tau_2 - \tau_1)$ ， O_{13} 点加上 $p_1 p_3 \sin^2(\tau_3 - \tau_1)$ ……(p 为位置线的权， τ 为位置线梯度方向)，此平行力系的合力中心即为最或然船位。

一、等概率点的轨迹

为了了解船位分布范围，要求出等概率点的轨迹。将最或然船位作为直角坐标系的原点，其经度线为 X 轴，纬度线为 Y 轴。过原点作 n 条直线分别平行于 n 条位置线(图 1)；各条

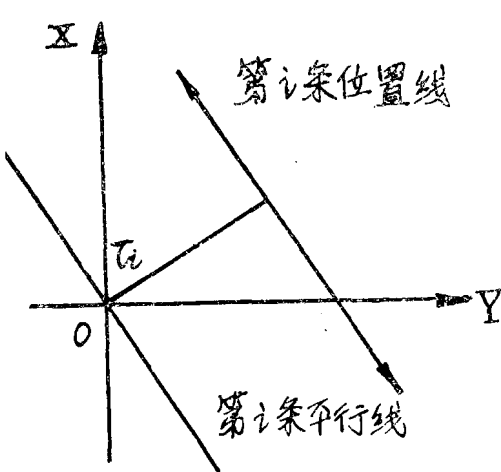


图 1

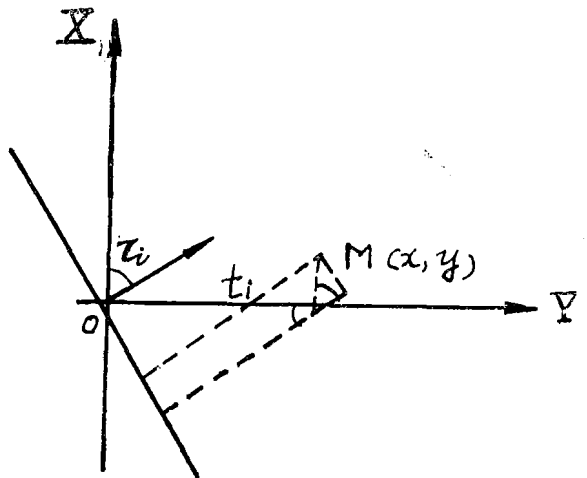


图 2

直线的方程式为

$$x \cos \tau_i + y \sin \tau_i = 0 \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

设任意点 $M(x, y)$ 与过原点且平行于第 i 条位置线的直线的垂直距离为 t_i (图 2)，则

$$t_i = x \cos \tau_i + y \sin \tau_i$$

根据正态分布密度函数及概率乘法定理, 可得船位在以 M 点 为中心的 面积圆内的 概率 等于

$$dp = \frac{h_1 h_2 \cdots h_n}{\pi^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{(h_1^2 t_1^2 + h_2^2 t_2^2 + \cdots + h_n^2 t_n^2)}{2}} (dt)^n$$

所以等概率密度点的轨迹方程式〔注二〕为:

$$h_1^2 t_1^2 + h_2^2 t_2^2 + \cdots + h_n^2 t_n^2 = \frac{C^2}{2} (C \text{ 为任意常数})$$

将上述 t_i 值代入得:

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + a'_{33} = 0$$

$$\text{式中 } a_{11} = \sum_{i=1}^n h_i^2 \cos^2 \tau_i, \quad a_{22} = \sum_{i=1}^n h_i^2 \sin^2 \tau_i$$

$$a_{12} = \sum_{i=1}^n h_i^2 \sin \tau_i \cos \tau_i, \quad a'_{33} = -\frac{C^2}{2}$$

二、为了研究等概率密度点轨迹的形状及位置先引入一些解析几何的公式

(一) 有关解析几何公式

1. 二次曲线方程式

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0 \quad (1)$$

$$a_{11}x'^2 + 2a_{12}x'y' + a_{22}y'^2 + a'_{33} = 0 \quad (2)$$

$$a'_{11}x''^2 + a'_{22}y''^2 + a'_{33} = 0 \quad (3)$$

(1) 式为原点在任意点的一般式; (2) 式为原点移到曲线中心的一般式; (3) 式为原点在曲线中心且坐标轴与曲线主直径重合的一般式。

2. 判别曲线形状的几个不变量

$$S = a_{11} + a_{22} = a'_{11} + a'_{22}$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}^2 = a'_{11}a'_{22} - a_{12}'^2$$

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a'_{33} \end{vmatrix} = a'_{33} A_{33}$$

当 $A \neq 0$, $A_{33} > 0$, A 和 S 异号时, 该二次曲线是一个实椭圆。

3. 主直径与坐标 X 轴交角 (T) 的公式

当直角坐标轴作 φ 角旋转变换时, 新曲线方程式各项系数与原方程式各项系数的关系为:

$$a'_{11} = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} + \frac{a_{11} - a_{22}}{2} \cos 2\varphi + a_{12} \sin 2\varphi \quad (4)$$

$$a'_{22} = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} - \frac{a_{11} - a_{22}}{2} \cos 2\varphi - a_{12} \sin 2\varphi \quad (5)$$

$$a'_{12} = -\frac{a_{11} - a_{22}}{2} \sin 2\varphi + a_{12} \cos 2\varphi \quad (6)$$

常数项 a'_{33} 保持不变。

现因直角坐标轴旋转 T 角后, 坐标 X 轴与主直径重合, 即新曲线方程式中 $a'_{12} = 0$ [参见(3)式]。故有

$$-\frac{a_{11} - a_{22}}{2} \sin 2T + a_{12} \cos 2T = 0$$

$$\therefore \operatorname{tg} 2T = \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}} \quad (7)$$

顺便推导后面要用的两个公式:

$$(4) + (5) \text{ 得 } a'_{11} + a'_{22} = a_{11} + a_{22} \quad (8)$$

$$(4) - (5) \text{ 得 } a'_{11} - a'_{22} = \frac{2a_{12}}{\sin 2T} \quad (9)$$

4. 主半径 a 及 b 的长度公式

将(3)式改写成

$$\frac{x''^2}{\frac{a'_{33}}{a'_{11}}} + \frac{y''^2}{\frac{a'_{33}}{a'_{22}}} = 1$$

$$\text{则有 } a^2 = \frac{-a'_{33}}{a'_{11}}, \quad b^2 = \frac{-a'_{33}}{a'_{22}} \quad (10)$$

a ——在 X'' 轴上的主半径, b ——在 Y'' 轴上的主半径。

(二) 根据上述解析几何公式讨论等概率轨迹曲线的形状及位置

1. 形状

$$\because A_{33} = a_{11}a_{22} - a_{12}^2$$

$$= \sum_{i=1}^n h_i^2 \cos^2 \tau_i \sum_{i=1}^n h_i^2 \sin^2 \tau_i - \left(\sum_{i=1}^n h_i^2 \sin \tau_i \cos \tau_i \right)^2$$

(以下 $\sum_{i=1}^n$ 及 $\sum_{i',j=1}^n$ 都用 Σ 代替)

$$= \Sigma h_i^4 \cos^2 \tau_i \sin^2 \tau_i + 2 \Sigma h_i^2 h_j^2 \cos^2 \tau_i \sin^2 \tau_j - \Sigma h_i^4 \cos^2 \tau_i \sin^2 \tau_i -$$

$$- 2 \Sigma h_j^2 h_i^2 \sin \tau_i \cos \tau_i \sin \tau_j \cos \tau_j$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \sum h_i^2 h_j^2 \cos \tau_i \sin \tau_j \sin(\tau_j - \tau_i) \\
&= \sum h_i^2 h_j^2 \sin(\tau_j - \tau_i) \cos \tau_i \sin \tau_j - \sum h_i^2 h_j^2 \sin(\tau_i - \tau_j) \cos \tau_i \sin \tau_j \\
&= \sum h_i^2 h_j^2 \sin^2(\tau_j - \tau_i) > 0
\end{aligned}$$

又 $A = a'_{33} A_{33} = -\frac{C^2}{2} A_{33} < 0$

及 $S = a_{11} + a_{22} = \sum h_i^2 \cos^2 \tau_i + \sum h_i^2 \sin^2 \tau_i > 0$

即 $A \neq 0$, $A_{33} > 0$, A 与 S 异号, 所以等概率密度点的轨迹为一实椭圆。

2. 椭圆主半径的方向与长度的公式以及其图解法

将 a_{12} 、 a_{11} 、 a_{22} 值代入(7)(8)(9)式中得:

$$\operatorname{tg} 2T = \frac{2 \sum h_i^2 \sin \tau_i \cos \tau_i}{\sum h_i^2 \cos^2 \tau_i - \sum h_i^2 \sin^2 \tau_i} = \frac{\sum h_i^2 \sin 2\tau_i}{\sum h_i^2 \cos 2\tau_i} \quad (7')$$

$$a'_{11} + a'_{22} = a_{11} + a_{22} = \sum h_i^2 \cos^2 \tau_i + \sum h_i^2 \sin^2 \tau_i = \sum h_i^2 \quad (8')$$

$$\begin{aligned}
a'_{11} - a'_{22} &= \frac{2a_{12}}{\sin 2T} = 2a_{12} (\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 2T}) \\
&= \sum h_i^2 \sin 2\tau_i \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\sum h_i^2 \cos 2\tau_i}{\sum h_i^2 \sin 2\tau_i} \right)^2} \\
&= \pm \sqrt{(\sum h_i^2 \sin 2\tau_i)^2 + (\sum h_i^2 \cos 2\tau_i)^2} \quad (9')
\end{aligned}$$

令 $Q = \sqrt{(\sum h_i^2 \sin 2\tau_i)^2 + (\sum h_i^2 \cos 2\tau_i)^2}$

$\therefore \frac{(8') + (9')}{2}$ 得 $a'_{11} = \frac{1}{2} (\sum h_i^2 \pm Q)$

$\frac{(8') - (9')}{2}$ 得 $a'_{22} = \frac{1}{2} (\sum h_i^2 \mp Q)$

代入(10)式得椭圆两个主半径长度公式:

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= \frac{-a'_{33}}{a'_{11}} = \frac{C^2}{\sum h_i^2 \pm Q} \\ b^2 &= \frac{-a'_{33}}{a'_{22}} = \frac{C^2}{\sum h_i^2 \mp Q} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当 $a'_{11} > a'_{22}$ 时 长半径在 Y'' 轴上;

$a'_{11} < a'_{22}$ 时 长半径在 X'' 轴上.

∴ $Q = a'_{11} - a'_{22}$, 且永为正值 (见下证)

∴ 椭圆两主半径长度为:

$$\left. \begin{aligned} (\text{长半径})^2 &= \frac{C^2}{\Sigma h_i^2 - Q} \\ (\text{短半径})^2 &= \frac{C^2}{\Sigma h_i^2 + Q} \end{aligned} \right\} \quad (10')$$

计算椭圆主半径方向及长度时需要解算(7')(9')两式可以采用如下简单图解方法。

(图 3)

即将每个 h_i^2 , 当作一个矢量, 其合成矢量的模则为 $a'_{11} - a'_{22}$, 矢量方向为 $2T$

利用 h^2 图解法不仅能求出椭圆主半径与经线的夹角 T , 而且能判断长半径在 X'' 轴或 Y'' 轴。

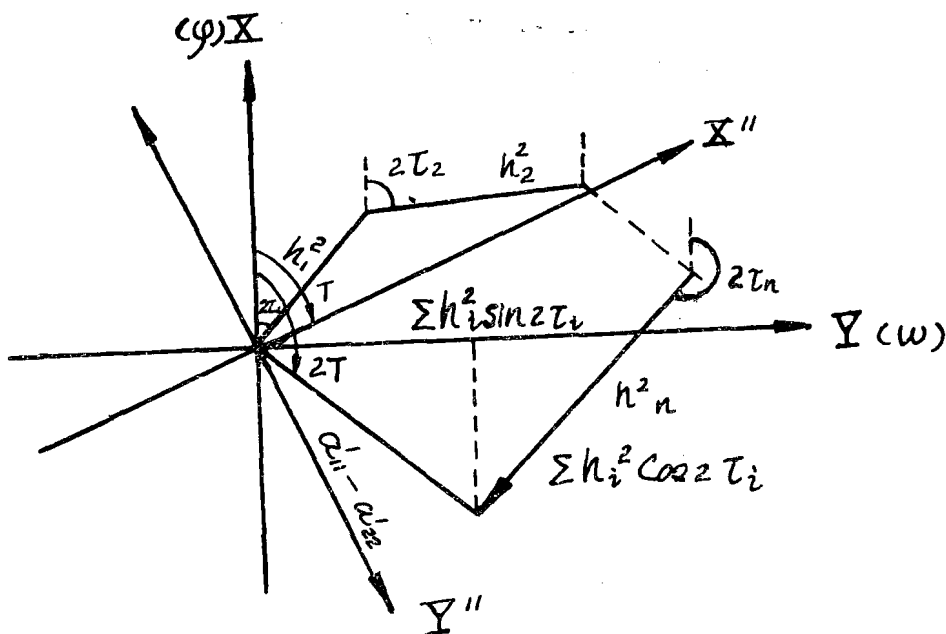


图 3

$$\therefore a'_{11} - a'_{22} = \frac{2a_{12}}{\sin 2T} = \frac{\Sigma h_i^2 \sin 2\tau_i}{\sin 2T}$$

从图解图中不难发现 $\Sigma h_i^2 \sin 2\tau_i$ 永与 $\sin 2T$ 同号, 即 $a'_{11} - a'_{22} > 0$, $a'_{11} > a'_{22}$ 。所以长半径永在 Y'' 轴上, 其方位等于 $90^\circ + T$ 。(∵ Y'' 轴方位比 X'' 轴大 90°)。

实际工作中如能画出 h^2 矢量图 (图 3), 很有用处; 不但立即可知误差椭圆长半径方向而且求出计算椭圆主长半径和短半径所需的中间数据 Q ; Q 值越小椭圆越接近园形。

例 1. 已知三条等精度天文船位线, 它们的均方误差 $m = \pm 1'$, 天体方位角各为 $A_1 =$

20° , $A_2 = 120^\circ$, $A_3 = 225^\circ$, 用 h^2 图解法求极限误差椭圆 ($c=3$) 及均方误差椭圆 ($c=1$.)

【解】 依题意 $h_1 = h_2 = h_3 = h = \frac{1}{\sqrt{2}m}$, $\therefore h_i^2 = \frac{1}{2}$

$$\tau_1 = A_1 = 20^\circ, \tau_2 = A_2 = 120^\circ, \tau_3 = A_3 = 225^\circ$$

作 h^2 矢量图(图 4)求得 $2T = 067^\circ$, $T = 032^\circ.5$ $Q = 0.41$; 所以误差椭圆长半径方向为 $90^\circ + 033^\circ.5 = 123^\circ.5$

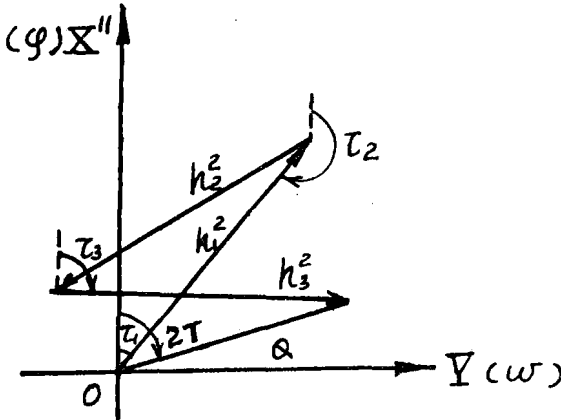


图 4

将 Q 值代入(10')式可得:

极限误差椭圆 ($c=3$)

$$(\text{长半径})^2 = \frac{3^2}{\frac{3}{2} - 0.41} = 8.2$$

$$(\text{短半径})^2 = \frac{3^2}{\frac{3}{2} + 0.41} = 4.7$$

长半径 = 2.86海里

短半径 = 2.17海里

均方误差椭圆

$$\text{长半径} = \frac{2.86}{3} \text{海里} = 0.95 \text{海里}$$

$$\text{短半径} = \frac{2.17}{3} \text{海里} = 0.72 \text{海里}$$

三、船位误差椭圆内的平均概率密度(K)及船位误差界限(L)

船位误差椭圆内各点的概率并不相等, 但在估计船位分布范围时是估计在整个椭圆内的概率, 因此利用误差椭圆内的平均概率密度可简化估计的工作.

已知椭圆面积 $D = \pi ab$

将(10')式的 a 及 b 值代入, 整理得

$$D = \frac{\pi C^2}{2 \sqrt{\sum h_i^2 h_j^2 \sin^2(\tau_j - \tau_i)}}$$

在误差理论中已证明: 船位在误差椭圆内的概率 $p_0^c = 1 - e^{-\frac{c^2}{2}}$

当 $c=3$ 时, $p_0^3 = 98.89\%$, 所以在极限误差椭圆内平均概率密度

$$K = \frac{p_0^3}{D} \doteq 0.07 \sqrt{\sum h_i^2 h_j^2 \sin^2(\tau_j - \tau_i)}$$

实际工作中希望不必画出极限误差椭圆但又能大致估计船位分布范围, 即船位可能分布范围的面积有多大? ——船位误差界限(L)的面积。如将

$$K = 0.07 \sqrt{\sum h_i^2 h_j^2 \sin^2(\tau_j - \tau_i)} \quad (11)$$

当作船位误差界限内的平均概率密度, 则船位误差界限的面积 $L = \frac{1}{K}$, 即

$$L = \frac{1}{0.07 \sqrt{\sum h_i^2 h_j^2 \sin^2(\tau_j - \tau_i)}} \quad (12)$$

下面求出几种常遇到情况下的船位误差界限, 并列出差使用面积相同的园形(等积园)代替误差界限时, 该等积园的半径值。

(1) 用两条精度相同位置线定位: 设位置线均方误差 = m , 交角 = θ 。

即 $h = \frac{1}{\sqrt{2}m}$, $\tau_j - \tau_i = \theta$, 代入(12)式

$$L_2 = \frac{28.57m^2}{\sin\theta}$$

(2) 用三条精度相同的位置线定位: 设位置线均方误差 = m , 交角为 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 。

$$L_3 = \frac{28.57m^2}{\sqrt{\sin^2\theta_1 + \sin^2\theta_2 + \sin^2\theta_3}} = \frac{28.57m^2}{\sqrt{\sin^2\theta_1 + \sin^2\theta_2 + \sin^2(\theta_1 + \theta_2)}}$$

举例说明这些表的用法

例 2. 如例 1 已知三条位置线的均方误差都等于 $\pm 1'$, 各位置线梯度方向分别为 $\tau_1 = 20^\circ$, $\tau_2 = 120^\circ$, $\tau_3 = 225^\circ$, 求船位误差界限的面积及相应园形的半径。

【解】 $\theta_1 = \tau_2 - \tau_1 = 100^\circ (80^\circ)$ (取锐角)

$\theta_2 = \tau_3 - \tau_2 = 105^\circ (75^\circ)$ (取锐角)

查得 $L_3 = 19.8$ (海里)², $R = 2.5$ 海里。

例 3. 已知三条位置线的均方误差都是 $\pm 1'.5$, 其梯度方向分别为 $\tau_1 = 045^\circ$, $\tau_2 = 180^\circ$, $\tau_3 = 325^\circ$, 求船位误差界限的面积及相应园形的半径。

【解】 $\theta_1 = \tau_2 - \tau_1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ = 45^\circ$

$\theta_2 = \tau_3 - \tau_2 = 325^\circ - 180^\circ = 145^\circ = 35^\circ$

查得 $L_3 = 21.3$

$\therefore m = \pm 1.5 \quad \therefore$ 船位误差界限 = $L_3 \times (1.5)^2 = 21.3 \times (1.5)^2 = 48.4$

查得 $R = 3.9$ 海里

必须着重指出用面积相等的园形代替极限误差椭圆去估计船位分布界限范围, 只有在椭圆扁率不大即各位置线交角接近相等时, 才比较可靠, 故应用时要特别注意!

四、位置线交角的选择

最有利的位罝线交角就是使船位误差界限面积最小, 也即使平均概率密度最大。现在我们来研究等精度位置线的最有利交角,

现列表于下:

等积园半径

L ₂ (海里) ²									
θ	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
L ₂	164.3	83.2	57.0	44.4	37.3	33.0	30.4	29.0	28.6

L ₃ (海里) ²									
θ ₁ \ θ ₂	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
10°	67.8	47.3	35.6	28.0	24.3	22.3	19.4	20.1	20.1
20°	47.3	35.6	29.4	25.1	22.7	21.0	20.1	20.0	20.1
30°	35.6	29.4	25.8	23.0	21.0	20.1	19.4	19.6	20.1
40°	28.0	25.1	23.0	21.3	20.1	19.4	19.3	19.4	20.1
50°	24.3	22.7	21.0	20.1	19.4	19.0	19.0	19.4	20.1
60°	22.3	21.0	20.1	19.4	19.0	19.0	19.0	19.4	20.1
70°	19.4	20.1	19.4	19.3	19.0	19.0	19.3	19.6	20.1
80°	20.1	20.1	19.6	19.4	19.4	19.4	19.6	20.0	20.1
90°	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1

L	R
17.4	2.3
18.9	2.4
20.5	2.5
22.1	2.6
23.8	2.7
25.6	2.8
27.4	2.9
29.3	3.0
31.2	3.1
33.2	3.2
35.3	3.3
37.4	3.4
39.6	3.5
41.9	3.6
44.2	3.7
46.6	3.8
48.7	3.9
51.6	4.0
54.2	4.1
56.8	4.2
59.5	4.3
62.3	4.4
65.1	4.5
68.0	4.6
70.9	4.7
73.9	4.8
77.0	4.9
80.1	5.0
83.4	5.1
86.6	5.2
	5.3

对两条位置线情况: 从(11)式得 $K_2 = \frac{1}{0.07} \sin \theta$; 显然当 $\theta = 90^\circ$ 时最有利。

对三条位置线情况: $K_3 = \frac{1}{0.07} \sqrt{\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3}$

$$= \frac{1}{0.07} \sqrt{\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 (\theta_1 + \theta_2)}$$

对四条位置线情况:

$$\begin{aligned} K_4 &= \frac{1}{0.07} \sqrt{\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_4} \\ &= \frac{1}{0.07} \sqrt{\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3 + \sin^2 (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)} \end{aligned}$$

(一) 各交角为任意值情况下最有利的条件

1. 为要求 K_3 最大值, 可求 $K_3 = \sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 (\theta_1 + \theta_2)$ 的最大值。

$$\text{令 } \frac{\partial K_3}{\partial \theta_1} = \sin 2\theta_1 + \sin 2(\theta_1 + \theta_2) = 0 \quad \text{及} \quad \frac{\partial K_3}{\partial \theta_2} = \sin 2\theta_2 + \sin 2(\theta_1 + \theta_2) = 0$$

$$\therefore -\sin 2\theta_1 = \sin 2(\theta_1 + \theta_2), \quad -\sin 2\theta_2 = \sin 2(\theta_1 + \theta_2)$$

$$360^\circ - 2\theta_1 = 2\theta_1 + 2\theta_2, \quad 360^\circ - 2\theta_2 = 2\theta_1 + 2\theta_2$$

$$180^\circ - 2\theta_1 = \theta_2, \quad 180^\circ - 2\theta_2 = \theta_1$$

最后求得 $\theta_1 = 60^\circ$ 及 $\theta_2 = 60^\circ$; 于是 $\theta_3 = 60^\circ$

也即三条位置线交角都等于 60° 时, K_3 为最大值。

2. 为要求 K_4 最大值, 可求 $K_4 = \sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3 + \sin^2 (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$ 的最大值。

仿上方法不难求得 $\theta_1 = 45^\circ$ 、 $\theta_2 = 45^\circ$ 、 $\theta_3 = 45^\circ$ 、 $\theta_4 = 45^\circ$ 时 K_4 为最大值。

由以上两条、三条、四条位置线最有利交角表明: 利用多条位置线定位时, 位置线应成均匀分布最理想。

(二) 当 θ_1 为固定值时, 求其余各角最有利的条件

1. 在 $K_3 = \sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 (\theta_1 + \theta_2)$ 中 θ_1 为常数。

$$\frac{dK_3}{d\theta_2} = 2\sin\theta_2\cos\theta_2 + 2\sin(\theta_1 + \theta_2)\cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\text{令 } \frac{dK_3}{d\theta_2} = 0$$

$$\sin 2\theta_2 + \sin 2(\theta_1 + \theta_2) = 0$$

$$\therefore 360^\circ - 2\theta_2 = 2\theta_1 + 2\theta_2 \quad \text{或} \quad -2\theta_2 = 2\theta_1 + 2\theta_2$$

$$180^\circ - \theta_1 = 2\theta_2 \quad 4\theta_2 = -2\theta_1 \quad \theta_2 = \frac{\theta_1}{2} (\text{最小})$$

$$\theta_2 = 90^\circ - \frac{\theta_1}{2} (\text{最大})$$

$$\therefore \theta_3 = 180^\circ - (\theta_1 + \theta_2) = 90^\circ - \frac{\theta_1}{2}$$

$$\therefore \theta_2 = \theta_3$$

这说明利用三条位置线定位时, 如果两条位置线交角 θ_1 已定, 第三条位置线最理想交角应等分 θ_1 的补角, 即使 $\theta_2 = \theta_3$, 如图 5 所示。

2. 在 $K_4 = \sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3 + \sin^2 (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$ 中 θ_1 已定。

$$\frac{\partial K_4}{\partial \theta_2} = 2\sin\theta_2\cos\theta_2 + 2\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

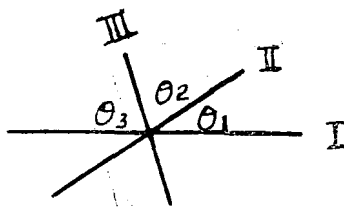


图 5

$$\frac{\partial K_4}{\partial \theta_3} = 2\sin\theta_3\cos\theta_3 + 2\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

令 $\frac{\partial K_4}{\partial \theta_2} = \frac{\partial K_4}{\partial \theta_3} = 0$ 解得 $\theta_2 = \theta_3$ 时 K_4 为最大值, 将它代入 K_4 式中, 再求 K_4 为最大

值时 θ_2 与 θ_1 之关系。

$K_4 = \sin^2\theta_1 + 2\sin^2\theta_2 + \sin^2(\theta_1 + 2\theta_2)$ 其中 θ_1 为常数。

$$\frac{dK_4}{d\theta_2} = 4\sin\theta_2\cos\theta_2 + 4\sin(\theta_1 + 2\theta_2)\cos(\theta_1 + 2\theta_2)$$

$$\text{令 } \frac{dK_4}{d\theta_2} = 0$$

$$\sin 2\theta_2 = -\sin(2\theta_1 + 4\theta_2)$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} 360^\circ - 2\theta_2 &= 2\theta_1 + 4\theta_2 \\ \theta_2 &= 60^\circ - \frac{\theta_1}{3} \text{ (最大)} \end{aligned} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{aligned} -2\theta_2 &= 2\theta_1 + 4\theta_2 \\ \theta_2 &= -\frac{\theta_1}{3} \text{ (最小)} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{所以 } \theta_2 = \theta_3 = 60^\circ - \frac{\theta_1}{3}$$

$$\text{又 } \theta_4 = 180^\circ - (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) = 60^\circ - \frac{\theta_1}{3}$$

即当 $\theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = 60^\circ - \frac{\theta_1}{3}$ 时, K_4 为最大值, 这说明利用四条位置线求船位时, 如果有两条位置线交角 θ_1 已定时, 其余两条位置线应选择三等分 θ_1 的补角, 即使 $\theta_2 = \theta_3 = \theta_4$ 最为理想。

五、船位均方误差公式

在误差理论中已知船位均方误差

$$M = \sqrt{a^2 + b^2}$$

式中 a 、 b 即 $c=1$ 的均方误差椭圆的两个主半径。

将(10')式的 a^2 及 b^2 值($c=1$)代入得:

$$\begin{aligned} M &= \left\{ \frac{1}{\sum h_i^2 + \sqrt{(\sum h_i^2 \sin 2\tau_i)^2 + (\sum h_i^2 \cos 2\tau_i)^2}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\sum h_i^2 - \sqrt{(\sum h_i^2 \sin 2\tau_i)^2 + (\sum h_i^2 \cos 2\tau_i)^2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ \frac{2\sum h_i^2}{(\sum h_i^2)^2 - (\sum h_i^2 \sin 2\tau_i)^2 - (\sum h_i^2 \cos 2\tau_i)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ \frac{2\sum h_i^2}{\sum h_i^4 + 2\sum h_i^2 h_j^2 - \sum h_i^4 - 2\sum h_i^2 h_j^2 \sin 2\tau_i \sin 2\tau_j - 2\sum h_i^2 h_j^2 \cos 2\tau_i \cos 2\tau_j} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ \frac{\sum h_i^2}{\sum h_i^2 h_j^2 (1 - \sin 2\tau_i \sin 2\tau_j - \cos 2\tau_i \cos 2\tau_j)} \right\}^{\frac{1}{2}} \\
 &= \left\{ \frac{\sum h_i^2}{\sum h_i^2 h_j^2 [1 - \cos 2(\tau_j - \tau_i)]} \right\}^{\frac{1}{2}} \\
 &= \left\{ \frac{\sum h_i^2}{2 \sum h_i^2 h_j^2 \sin^2 (\tau_j - \tau_i)} \right\}^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

因为 $p_i = \frac{\mu}{m_i^2}$ (μ —单位权均方误差)

及 $h_i = \frac{1}{\sqrt{2} m_i}$

$\therefore h_i^2 = \frac{1}{2 m_i^2} = \frac{p_i}{2\mu}$ 代入化简得:

$$M = \left[\frac{\sum p_i}{\sum p_i p_j \sin^2 (\tau_j - \tau_i)} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \mu$$

本文结束之前，利用例 1 的解答将几种估计船位误差的图形集中起来，以资比较(图6)。

误差图形名称	图形尺寸	概 率
1. 极限误差椭圆	长半径 = 2.86 海里 短半径 = 2.17 海里	98.89%
2. 极限误差等积圆	半径 = 2.5 海里	
3. 均方误差圆	半径 = 1.19 海里	68.3 - 63.2%
4. 均方误差椭圆	长半径 = 0.95 海里 短半径 = 0.72 海里	39.35%

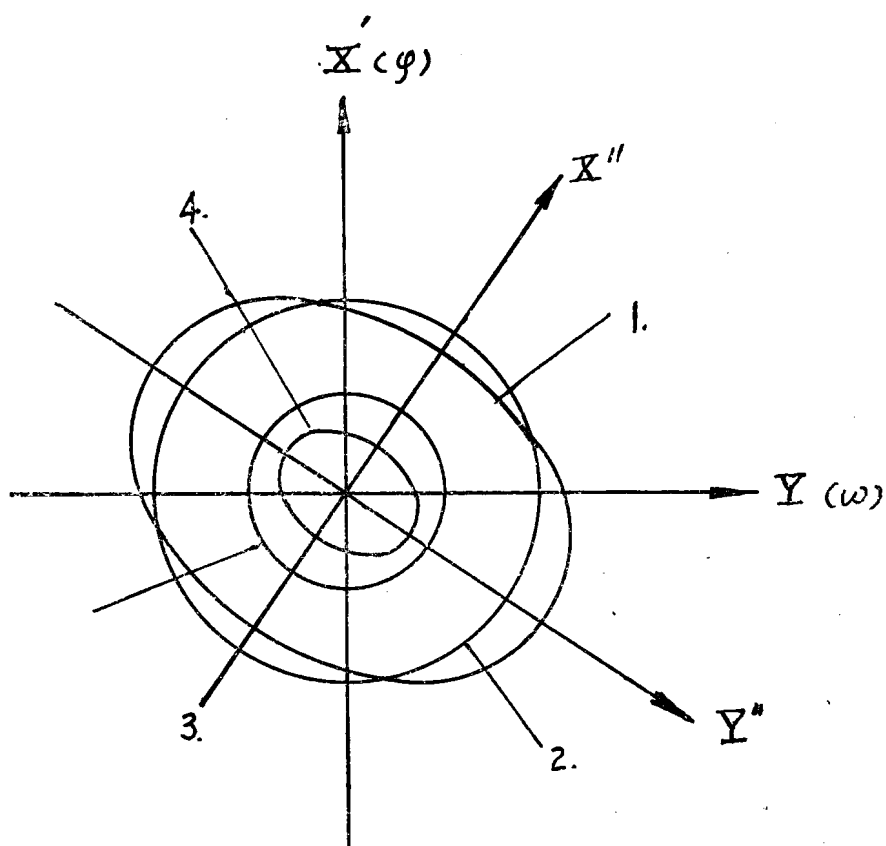


图 6

参 考 文 献

①日本航海学会志19期

②A. П. 尤钦科《最小二乘法》

〔注〕

注一：本文第一～四部份1963年曾在大连海运学院科研报告会上宣读，此次加以整理。最近看到上海海运学院倪学义、沈长治两同志写的《最或是船位均方误差表达式》一文，受到启发，增写了第五部份。

注二：此方程式引自上述参考文献①。

总结經驗，钻研技术 摸索规律，防患于未然

高二十四组校友 陈有义
上海海运学院分院
上海海运局721工大 周沂 钮友伦

船舶在航行中，时刻都在与自然界作斗争，为了在斗争中不断取得胜利，必须认真总结经验教训，在每航次实践中，要把迂到的各种情况，进行记录、分析，总结出安全航行的经验教训。不但要在已出现的情况中总结经验教训，还要在日常的驾驶操作中，针对各种事故苗子进行总结。这样日积月累，积少成多，从感性认识上升到理性认识，再到实践中去检验，逐步使我们对安全航行的认识趋于丰富与完善。同时还要吸取别人的经验教训，学习别人的优点，以充实提高自己。

要善于借鉴，“把别人的经验教训，变成自己的，他的本领就大了。”对别人发生的事故和事故苗子，都要认真分析研究，找出其中的主、客观原因，找出规律，从中吸取教训。

对安全航行，要全局考虑，从坏处设想向好处努力，做到有备无患，这样，即使发生意外情况，也有一定的回旋余地。在时间上，地点上，都应有充分的余地，否则就会陷入被动局面，这就是教训，也是经验。

争取主动，早让、宽让是在总结以往事故中得出的一条好经验，在航行中争取主动，绝不能不顾对方困难。因避让是双方面的事，所以要在使双方都不陷入被动局面的基础上来争取主动。例如甲轮是让路船，在右让确有困难的情况下，那就应及早的大幅度向左转向，并利用声号联系，要求乙轮协助，同意绿灯对绿灯通过。乙轮在看到甲轮迂到特殊情况应尽量给予配合，这样双方都能达到安全。所以我们要在时间上做到早让，地位上做到宽让；早让不会坐失良机，宽让不会陷入死胡同，如能够早让、宽让即使一旦措施不当或设备上发生突然故障也有挽回余地。在航行中还应仔细判断安全距离（横距），认为两船对迂或追越时没有达到所需的安全距离，就应采取有效安全措施，拉开距离。安全距离究竟多少，这要根据当时的环境和条件来决定。在海上，如果天气良好，白天应不少于1海里，夜间、大风浪天或能见度不良时则应保持1海里以上。在港内或狭水道，有时由于航道窄，无法达到这个数据，这时两船应采取相应措施，保持足够横距以防止船吸发生。

根据多年来碰撞事故的统计与分析，总的说来，大致可分为二类：一是责任心不强，例如了望疏忽，不遵守各项规章制度等。另一方面是由于驾驶人员的技术水平和经验不够，又缺乏科学态度，临事慌张，以致造成大错。所以我们必须要求驾驶人员以严肃认真的态度对待航行值班工作，另外还必须根据不同情况，对驾驶人员进行安全生产教育工作，使他们明确自己职任的重大，因此平时必须努力钻研航海技术业务，苦练过硬的基本功，熟悉并掌握

各项设备的操作方法，不断提高技术业务水平，还要善于掌握三性（人性、船性、水性）和客观环境的规律。

所谓摸熟人性，即要深知每个船员的个性特点（尤其与自己操作配合有关系的人），要掌握住他们的思想动态，做好思想政治工作，开展谈心活动，使全船经常保持朝气蓬勃的革命精神，保持着紧密的团结和高度的组织性和纪律性，做到上下一条心，这样指挥起来才能做到得心应手，另一方面也要掌握他们的技术状况，如驾驶人员的避让操作水平，一水的操舵水平及动作迅速与否，以及轮机人员操纵主付机的熟练程度以便在指挥时心中有数。

所谓摸熟船性，是指驾驶人员应熟悉本船的操纵性能，以利于避碰操作。要掌握在各种不同船舶吃水情况下的车速，舵效，冲程和回旋要素，由进车转到倒车所需的时间以及各种仪器的误差。这些资料要在平时实际操作中经常加以核对，除了对本船各项性能要有充分的了解外，有时也要细心观察和了解其他船舶的性能和资料，为避让操作做好准备工作。

所谓摸熟水性，就是要了解气象水文因素、航区情况等对船舶安全操作有影响的因素以及这些因素的变化规律。

各类船舶在不同情况下，各有其活动规律和特点，应考虑它们的情况及时予以避让。

（1）在狭窄航道，如长江南水道，黄浦江，珠江水道等，吃水大的船舶由于水尺的限制，必须走深水航道，这时就不能按“规则”的要求，过份靠航道右侧行驶。

（2）大型重载海轮及大型顶推船队操纵不灵活，而且停车后惯性大，拖轮船队在尾拖时不能倒车避让。

（3）船舶在靠离操作时，一是由动到静，一是由静到动而掉头船在调头过程中一般都保持静止不动或仅有极微弱的前进或后退速度，而这些船在用车用舵时都受到附近环境的限制，避让困难。

（4）为了避免在黄浦江中进行追越；以及操纵上的方便，在进吴淞口前，应根据所靠泊位，事先排好进口次序，高潮后进口更应注意。

重载大船进入广州黄浦港前，应了解同潮进出情况，要根据吃水大小，予先排好队，有次序地进出，同时要选好对迁地段，以免造成在禁止对遇地段相遇。

（5）风大时，空载船舶操纵困难。

（6）摇橹小船，水泥划子，因靠人力和利用顺流航行，行动缓慢，尤其风大流急，在横越江面时，顺流漂移很大，要考虑他们的困难。

（7）帆船受风影响大，在狭水道逆风顺流航行时，经常掉橈。

（8）拖轮船队，队形长，速度慢，操纵呆迟，拖轮又不易照顾到后面，所以要仔细观察判断，它们有时调头去靠泊大轮或码头，有时会横穿航道进入小港。

（9）机动渔轮出海作业，一般由三对编成一队，航行时成一路纵队排列，约600—800米，一般不肯变动队形。

（10）部队的舰船，由于军事上需要行动迅速，计划性强，编队航行更严，不得在队列中穿越。在驶过各港舰船码头前，要特别注意有否舰船的靠离，他们不悬挂号灯、号型。

（11）自航式的挖泥船在工作时，不能让路，这种船装有侧推器，掉头快，有时因工作关系，会突然掉头。

（12）从锚地起锚进港的船舶要注意到当时航道中来往船舶的动态。

（13）在通航分隔航道的横越地区，习惯转向点，进出口交叉处应看清他船动向并充分估