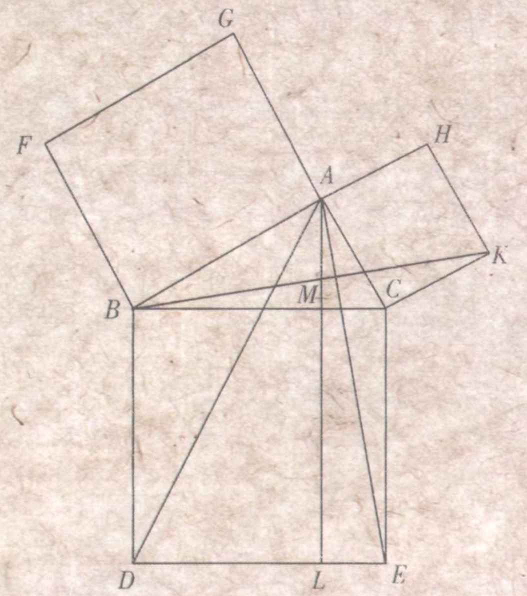
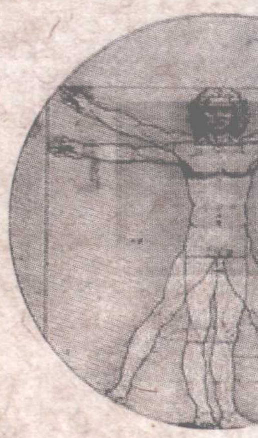
数学发展概要

杨泽忠 编著





黄河出版社

数学发展概要

杨泽忠　编著

黄河出版社

责任编辑　林志军　　**封面设计**　张宪峰

图书在版编目(CIP)数据

数学发展概要/杨泽忠编著.—济南:黄河出版社,
2009.7
ISBN 978-7-5460-0077-0

Ⅰ.数…　Ⅱ.杨…　Ⅲ.数学史　Ⅳ.011

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 121517 号

书名　**数学发展概要**
编著　杨泽忠
出版　黄河出版社
发行　黄河出版社发行部
(济南市英雄山路 21 号　250002)
印刷　济南申汇印务有限责任公司
规格　880 毫米×1230 毫米　大 32 开本
8 印张　200 千字
版次　2009 年 7 月第 1 版
印次　2009 年 7 月第 1 次印刷
印数　1—1100 册
书号　ISBN 978-7-5460-0077-0
定价　20.00 元

内 容 简 介

了解数学的产生和历史发展无论对于学习数学还是应用数学都有着重要作用，因此，当前国内外研究数学史已成为一个热门课题，本书即是这个基础上写成的。

本书从数学的产生开始，通过梳理数学发展过程中各个时期不同地区的数学发展状况，重点论述了数学的起源、变化和发展轨迹，详细阐述了其中的重大成就和重要人物等。对于其中与当前数学学习有密切关系的内容给出了具体细节，对于有重大影响的数学思想和方法进行了细致分析。本书的目的旨在给读者一个关于数学历史发展的全面、系统、概括的和清晰的脉络，同时，使读者能对数学历史发展过程中的重要事件有一个较深刻的认识。

相比同类书籍，本书内容丰富、概括系统，言简意赅、细节清楚、结构合理。另外，本书结合内容的讨论还给出了大量图片，使得本书图文并茂，具有较高的可读性。还有，本书最后还给出了总的数学发展年代表，这对于读者了解数学发展历史非常有帮助的，是本书的一个特色。

本书可作为有一定数学和历史基础的高年级大学生、研究生和数学教师学习数学史的教材，也可作为一般数学史和科学史爱好者的参考书。

目　录

第一章　数学的产生与早期发展

数学是一门历史悠久的学问。它是什么时候产生的呢？是如何产生的呢？产生之后早期又是如何发展的呢？本章拟就这个问题做一讨论。

第一节　数学的产生

根据现代科学研究，我们居住的地球大约形成于46亿年前。之后，地球又经过了五个时代，即太古时代（24亿年前）、元古时代（24亿年至6亿年前）、古生代（6亿年至2.5亿年前，分为寒武纪、奥陶纪、志留纪、泥盆纪、石炭纪和二叠纪）、中生代（2.5亿年至7000万年前，分为三叠纪、侏罗纪和白垩纪）和新生代（7000万年至300万年，分为第三纪和第四纪）之后到达近代。人类的出现是在新生代的第四纪，也就是距今300万年前。

最早的人类是早期猿人，之后是晚期猿人，再后来是早期智人、晚期智人和现代人。智人之前（5万年前）人们过着原始人群式的生活，后来开始了母系社会和父系社会。早期的人们主要使用石器作为生活和生产工具（15000年前），后来逐渐改用铜器和铁器。

这期间数学到底是什么时候产生的现在已不知晓。尽管有很多传说，比如包牺氏（即伏羲）画八卦创数学（在《九章算术》注中刘徽说："昔在包牺氏始画八卦，以通神明之德，以类万物之情，作九九之术以合六爻之变。"）；比如隶首（黄帝时期的人物）造数。但这些均不可考。

从当时人们流传下来的应用数学的记录可知，数学一定是在人类社会很早的时候就出现了——距今至少20000年以上。

图1.1.1是20世50年代人们在乌干达南部和扎伊尔交界的地方——伊尚戈（Ishango）渔村发现的一根狼腿骨，上面有清晰的计数刻痕。经考证此骨距今至少20000年以上。

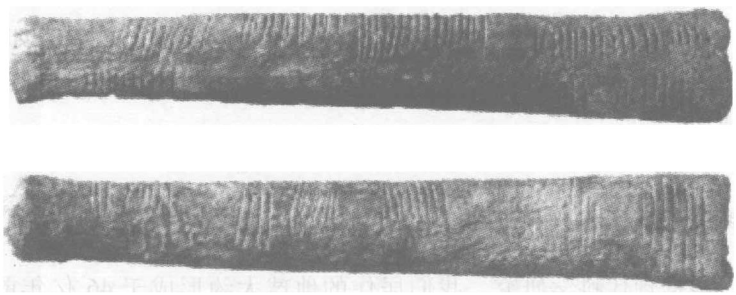


图1.1.1 伊尚戈骨，距今20000年，在乌干达发现

那么数学是如何产生的？根据有关资料，现在一般看法是：数学是在当时的生产和生活实践中产生的，是当时的生产和生活需要促成了数学的产生。比如说数，根据现代考古研究，它的起源主要是生活实践。

原始社会早期，人类从树上转移到地上，开始直立行走，这个时期的生活主要是采摘、捕猎、耕种、防御、收集和分配等。这样人类就不得不进行简单的记录和统计工作，如昨天收多少果子？今天又收了多少？现在总共有多少果子？如果所有人平均分配该如何分？等。而记录、统计和分配工作就不能缺少数，特别是当人们需要比较准确和牢靠的信息来追求更高一级的生活水平时。数的概念就是在这个基础上产生的。

说的具体点即是，当时的人们在生活和生产的基础上首先产生了整体和部分的概念，然后又产生了多和少的概念，之后又产生了单位的概念，从而产生了数的概念。

再比如说几何图形。几何图形也来源于生产和生活实践。早期的人们为了生存和安全等方面的需要，常常需要记住周围的一些地方，如山川、树木、河流等，也常常需要描述太阳、月亮、人类自己和周围的动物等，由此人们利用自己的能动性和智力创造出了对自然界的直观描述——绘画和绘图。后来，随着人类社会生产实践的不断壮大，人们对生活的要求越来越高，从而使得人们对这些直观描述也提出了更高的要求，如要求更加准确、更加美观、更加简洁等，由此产生了早期的几何图形，如直线、平行线、三角形、圆等。

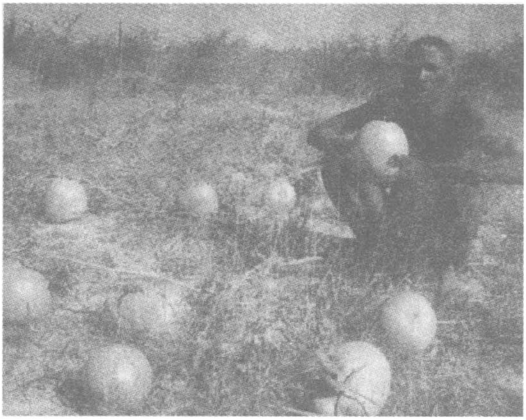


图 1.1.2　面前的瓜有几个？

第二节　早期数学

人类社会早期的数学知识并不多，从现存的资料来看，主要是些与生产实践和生活有关的算术和几何基本知识，如数、图形等。

一、数

数在人类社会很早的时候就产生了——这是确定无疑的，现在有很多相关证据。

只是，当时数的表示和现在的是大相径庭。根据一些考古资料可以知道，人类社会早期人们一般是用小石子和小木棒等一些简单的自然物品表示数的——形式非常朴素。

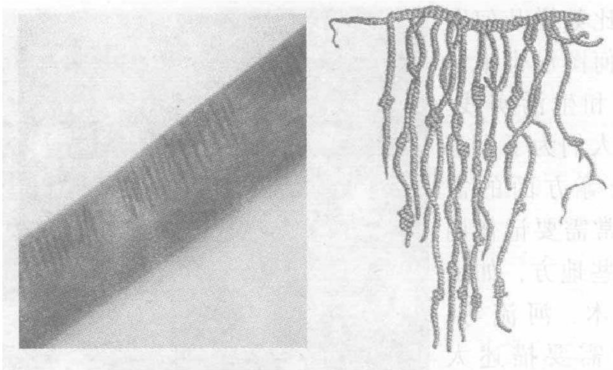


图 1.2.1　伊尚戈骨的刻痕和古代印加部落人计数绳

后来随着生活内容的不断丰富和交流的广泛应用，人们又改为了打绳结和画刻痕来表示数。中国古典文献《周易·系辞下》中曾说："上古结绳而治，后世圣人易之以书契。""契"就是刻画符号的意思。《老子》中也说："小国寡民，使有什伯之器而不用，使人重死而不远徙。虽有舟舆，无所乘之；虽有甲兵，无所陈之。使民复结绳而用之。甘其食，美其服，安其居，乐其俗，邻国相望，鸡狗之声相闻，民至老死，不相往来。"

二、数的运算

关于数的运算，根据相关资料，当时也是有的。但主要是一些简单数的加法和减法而已。

并且，当时也没有专门的记号表示。进行加法和减法运算时只是将表示数的数值或刻痕放在一起或分开即是。如图 1.2.2 所示。

三、数的进位制

数的进位制是与数的应用密切相关的一个问题，有了进位制，数的应用才可以变得更加广泛和实用，因此，在人类社会早期人们也发展起来了数的进位制。

根据相关资料，当时的进位制很多，不仅有五进制、十进制和二十进制，而且还有二进制、八进制、十二进制、三十进制和六十进制等。数的进制应当是当时最为丰富的一项内容。

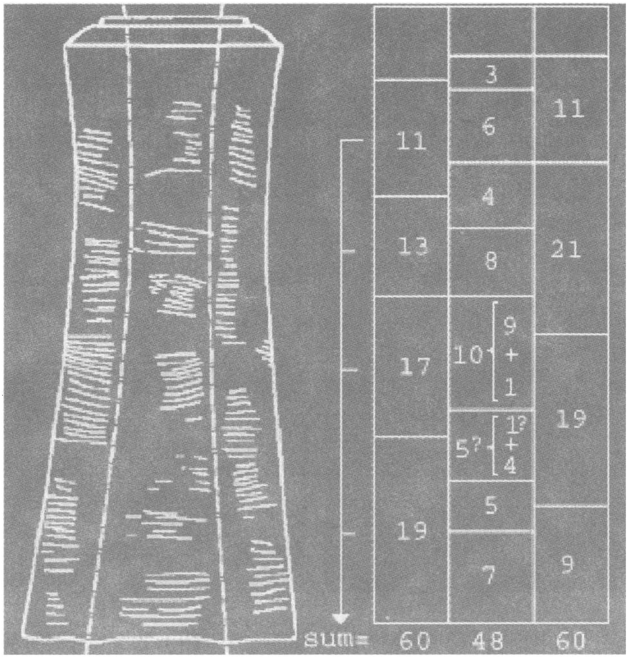


图 1.2.2　伊尚戈骨上的数字

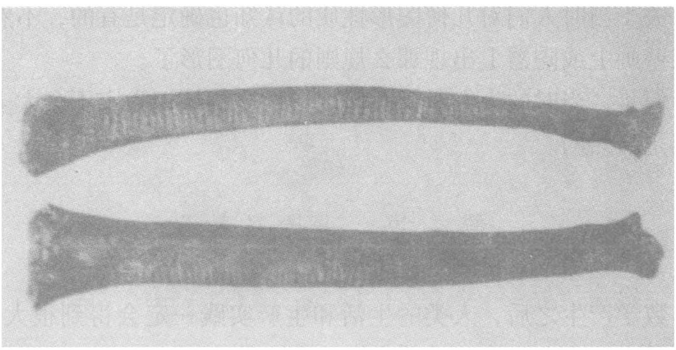


图 1.2.3　在捷克摩拉维亚发现的狼腿骨，距今 35000 年，
上有明显的刻痕，五个刻痕一组。

之所以如此，现代人研究认为，这可能与每个民族的生活习惯

和对自然的认识不同有关系。

四、几何图形

简单的几何图形在人类社会也是确定是有的，这可以从考古发掘出来的当时的一些器皿上的装饰图案中看出来。当时的几何图形不仅有直线、平行线、三角形、四边形，甚至还有圆和规则的曲线等。

只是当时的几何图形多是和绘画装饰联系在一起的，如图1.2.4和1.2.5所示。

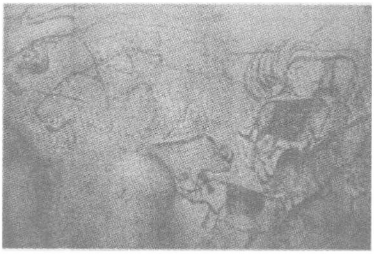


图1.2.4 拉卡斯岩洞中人类社会早期刻画

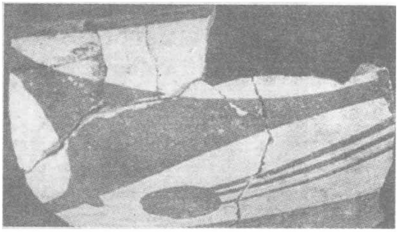


图1.2.5 石器时代陶器

五、对几何图形性质的认知

关于当时人们对几何图形性质的认知也确定是有的，不然就不会在壁画上或陶器上出现那么规则的几何图形了。

但是，当时的人们对于几何图形性质的认识肯定不会太多，这应当是显然的。

第三节 古埃及数学

数学产生之后，人类的生活和生产实践一定会得到很大改善，特别是在农业、经济、建筑和文化交流等方面，而这又反过来必定会促进了数学的发展。那么后来数学又是怎么发展的呢？

关于这个问题现在人们主要是通过考察四大文明古国，特别是古埃及和巴比伦留下来的数学来分析的，因为这两个国家——根据

保留下来的古文献——人们一致认为其是世界上最古老的两个国家，也是当时文明程度最高的两个国家，同时，现在来看这两个国家保留下来的文献也是最多的。

古代埃及位于非洲东北部，包含现在的埃及，但领土比现在的埃及大的多。非洲著名的河流——尼罗河从南向北纵贯古埃及，所以古埃及地区很早（大约6000年以前）有了人类活动。早期的人们围绕着尼罗河捕猎、耕种、商贸等，发展起来非常丰富的社会活动，创造了当时世界最为发达的文化，比如文字、壁画、雕像、金字塔和神殿等。也许正是这些活动的需要，当时的数学也发展起来。

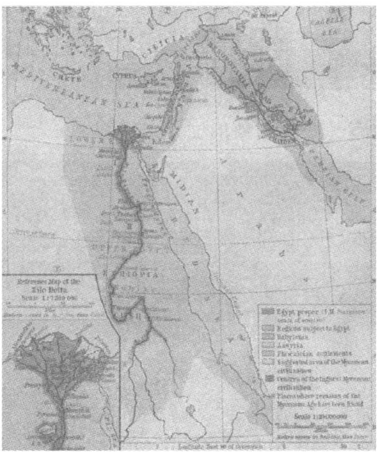


图1.3.1　古埃及版图

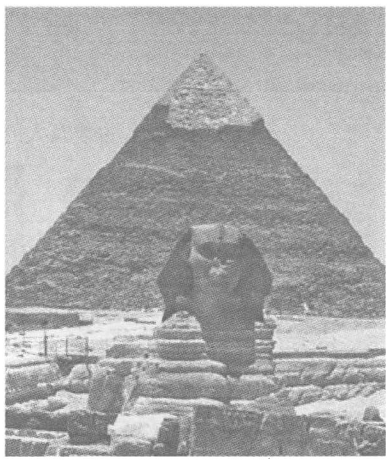


图1.3.2　埃及的金字塔

古埃及人创造的数学知识现在人们主要是通过当时保留下来的纸草书来考察的。纸草书是公元前1000年前古埃及人主要的记录和交流工具。它是由尼罗河生长的一种水草经过加工晾干之后用笔蘸着颜料写上字而做成的。纸草书在干燥的环境中不太容易损坏，所以有不少那个时期的纸草书保留了下来。

现在人们研究古埃及数学主要依据两份纸草书。一份是兰德纸草书，一份是莫斯科纸草书。兰德纸草书是苏格兰人兰德（A.

Henry Rhind）于1858年发现的。其长564厘米宽33厘米，现存于英国伦敦大英博物馆。莫斯科纸草书是俄国人戈列尼雪夫（Golenischev）于1893年发现的。其长525厘米宽8厘米，现存于俄国莫斯科艺术博物馆。

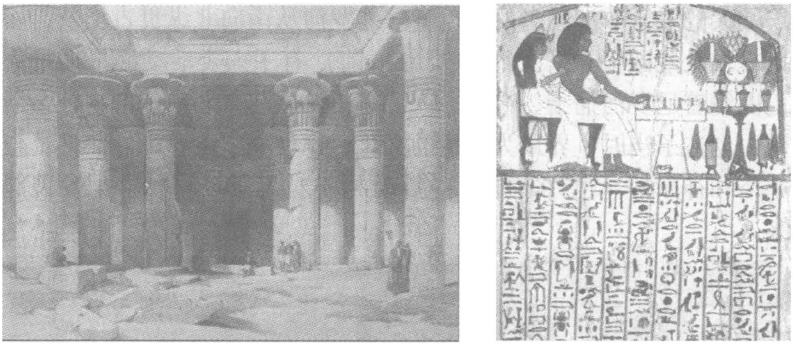


图1.3.3 古埃及人的神庙、壁画和象形文字

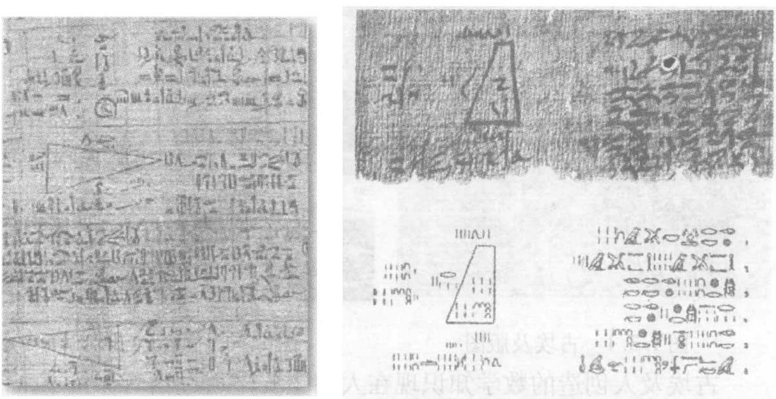


图1.3.4 兰德纸草书和莫斯科纸草书

兰德纸草书写于BC1650年左右，记述的是BC1850年前的事情。莫斯科纸草书写于BC1850年左右，记述的是BC1890年以前的事情。起初人们以为是两份商业记录，后来经过仔细研究发现是两份珍贵的数学文献。兰德纸草书共有数学问题84个，莫斯科纸

草书共有数学问题25个。

通过对这两份草书和其它相关资料的研究，现在人们认为当时的古埃及在数学方面已经就达到了很高的水平。

1. 已经有了表示数字的符号，使用了十进制

埃及人用如图1.3.5方式表示275和2362。

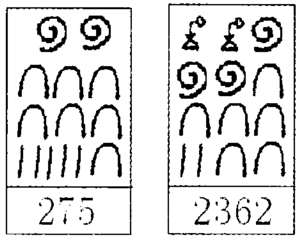
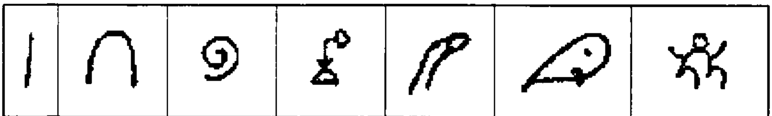


图1.3.5　埃及数字

埃及人在这里使用的符号叫做象形文。如图1.3.6所示。



1	10	100	1000	10000	100000	1000000

图1.3.6　古埃及数字符号

除了上述象形文字表示数字的方法外他们还有一种表示数字的方法，也是常用的，叫做僧侣文。如图1.3.7所示。这种文字主要是由当时的僧侣们使用，因此得名。

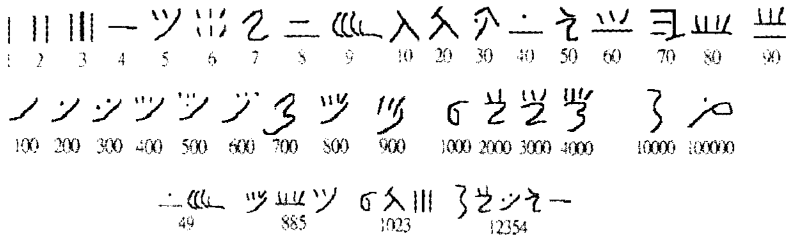


图1.3.7　埃及的僧侣文数字符号

不仅如此，在古埃及的纸草书中，凡涉及到计数问题的，几乎都采用的是十进制。只是由上可以看出，当时的埃及人还没有采取位置制。

2. 创造并使用了分数

在古埃及的文献中，多处出现了分数。埃及人的分数表示如图 1.3.8 所示。

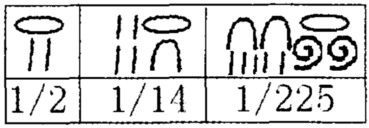


图 1.3.8 埃及人的分数表示

不仅如此，在出现分数的地方还常常伴随着代数加减法。如：

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15},\ \frac{2}{11}=\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$$

3. 能够将一般分数分解为单位分数

单位分数即是分子为 1 的分数。古埃及人能熟练的将一个分数表示为单位分数的和，如上例，并且常常这么做（$\frac{2}{3}$除外)。只是究竟古埃及人怎么做到的和为什么这么做已不知晓。

4. 能熟练的运用乘除法

在古埃及人的纸草书中多处出现了乘除法的应用。古埃及人的乘法是利用加法完成的，如计算 25×18，其采用的方法如图 1.3.9 所示。

1	25
2	50
4	100
8	200
16	400

2＋16＝18

50＋400＝450

所以，25×18＝450

图 1.3.9

古埃及人的除法是乘法的逆运算。比如计算 450÷25，其做法是：首先将除法转化为乘法：25×？ =450，然后按照乘法的方法去做，如图 1.3.10 所示。

1	25
2	50
4	100
8	200
16	400

50＋400＝450

2＋16＝18

所以，450÷25＝18

图 1.3.10

5. 能利用试位法解简单的方程

如兰德纸草书第 24 题：“一个量加上它的$\frac{1}{7}$等于 19，求这个量。”——这显然是个方程问题。

作者给出的解法是：首先假设一个

数7是这个值，然后带入原题计算，得8。然后用$7\times\frac{19}{8}=16\frac{5}{8}$，即得。

再如，在开罗西南部卡呼恩（kahun）地区发现的一份纸草书上的一个问题是："将一个面积为100的大正方形分成两个小正方形，一个的边长是另一个的$\frac{3}{4}$，试问该如何分？"

这个问题用现代符号表示相当于求解一个的方程组：

$$\begin{cases}x^2+y^2=100\\ y=\frac{3}{4}x\end{cases}$$

纸草书中作者给出的解法是：令$x=1$，则$y=\frac{3}{4}$，$x^2+y^2=1^2+(\frac{3}{4})^2=\frac{25}{16}=(\frac{5}{4})^2$。而大正方形面积实际是100，这样，将$x$和$y$分别扩大$\frac{10}{\frac{5}{4}}=8$倍，则有$x=8$，$y=\frac{3}{4}\times8=6$。

6. 已发展起来简单的等差数列和等比数列知识

兰德草书第40题是："将100个面包依次分给5个人，使前两人得的是后三人所得的$\frac{1}{7}$。"

作者给出得答案是：$1+\frac{2}{3}$，$10+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$，$20$，$29+\frac{1}{6}$，$38+\frac{1}{3}$。这是一个公差为$9\frac{1}{6}$的等差数列。

作者给出得解法是：令第一个人为1，公差为$5\frac{1}{2}$，则5个人分别得1，$6\frac{1}{2}$，12，$17\frac{1}{2}$，23，其总和为60。不到100，这样每一项乘以$\frac{100}{60}$即$\frac{5}{3}$，则即得到答案。