

主编 陈东旭

同步导学与评估

—— B版 ——

数 学

高三
年级

江西金太阳教育研究所 编

江西高校出版社

主编 陈东旭

同步导学与评估

— 3 版 —

数 学

高三年级

江西金太阳教育研究所 编

本 册 主 编:杜建刚

本册副主编:邱 飞

本 册 编 委:(按姓氏笔画排列)

戈学锋	付梅海	刘云鹏	刘光清	孙连从
初耀忠	杜建刚	杨卫勇	邱 飞	陈元华
金存会	贺清和	钟为军	游松林	

江 西 高 校 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

同步导学与评估 . B 版 . 高三数学/陈东旭主编;江西金太阳教育研究所编. —南昌:江西高校出版社, 2008.3

ISBN 978 - 7 - 81132 - 253 - 8

I . 同… II . ①陈… ②江… III . 数学课 - 高中 - 教学参考资料 IV . G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008) 第 030684 号

出版发行	江西高校出版社
社 址	江西省南昌市洪都北大道 96 号
邮政编码	330046
电 话	(0791)8504319, 8521923
网 址	www.juacp.com
印 刷	江西科佳图书印装有限责任公司
照 排	江西金太阳教育研究有限公司照排部
经 销	各地新华书店
开 本	787mm × 1092mm 1/16
印 张	61.5
字 数	1956 千字
版 次	2008 年 3 月第 1 版第 1 次印刷
印 数	1 ~ 60000
书 号	ISBN 978 - 7 - 81132 - 253 - 8
定 价	84.00 元(全套共 6 册)

版权所有 侵权必究



前言

成功者说:“学而有道。”那么,何为学之“道”?“道”在何方?让我们一起来翻开金太阳教育研究所倾情打造的《同步导学与评估》一书寻找答案吧!该书讲解深入浅出,简明精要;题型紧跟高考,导向明确,新颖典型,探究性强。

古人常说,授人以鱼,不如授人以渔。本书经过长期、广泛、细致的调研,由我所资深研究员与全国各地教学一线的名师联合精心编写,教学心得、复习方法和应试技巧实用高效、简明易学,让大家学习更得法,考试更轻松。

本书以教材章节(单元)为编写单元,与实际教学保持同步,方便教师与学生使用。既有知识归纳、深化和解题方法、技巧指导,又有生动活泼的相关情景,实用性与趣味性强。

本册为数学分册,栏目设置及特点如下:

课 前 导 航 用趣味性、知识性、规律性的数学知识引导你学习,提高学习兴趣。

要 点 索 引 在透彻分析教材知识体系的基础上,把各个知识点系统化、网络化,使其易懂、易记、易用。

范 例 导 学 依据知识结构,精心挑选典型例题,展示经典解法;题后变式,展现“变中学”的乐趣。

思 维 进 阶 深入研究,提高层次,通过综合型例题,进一步提升解题技巧与知识综合能力,突破知识难点,跨越学习障碍。

错 解 剖 析 展现普遍性错误,探究根源所在,揭示规避方法与技巧。

课 时 综 述 概括重点难点,揭示命题规律,总结方法技巧,便于寻找解题突破口与切入点。

针 对 训 练 按照新颖性、基础性、方向性的原则,挑选具有思辨内涵的习题与知识形成完整的体系,以起到巩固所学、强化所学之功效。

一位名师能引领你走进科学的殿堂,一本好书能改变你一生的命运。认真研读这本书吧,她会照亮你的金榜之路,成为你的良师益友,让你受益终生!

系列丛书



以下学校参与本丛书的编写,在此鸣谢:

- | | | | |
|--------------|---------|-----------|-------------|
| 北京市: 北京四中 | 北大附中 | 清华大学附中 | 北京二中 |
| 天津市: 南开中学 | 耀华中学 | 天津实验中学 | 静海一中 |
| 河北省: 衡水中学 | 唐山一中 | 邯郸市一中 | 正定中学 |
| 内蒙古: 内蒙古师大附中 | 呼和浩特二中 | 赤峰二中 | 海拉尔三中 |
| 山西省: 临汾一中 | 平遥中学 | 大同市一中 | 太原市尖草坪区第一中学 |
| 山西省浑源县中学 | | | |
| 辽宁省: 沈阳二中 | 东北育才中学 | 鞍山一中 | 大连八中 |
| 吉林省: 东北师大附中 | 省实验中学 | 长春实验中学 | 吉林市一中 |
| 黑龙江: 哈尔滨九中 | 齐齐哈尔一中 | 鸡西一中 | 鹤岗一中 |
| 江苏省: 南京师大附中 | 启东中学 | 盐城中学 | 徐州一中 |
| 浙江省: 杭州高级中学 | 杭州外国语学校 | 浙江师大附中 | 温州中学 |
| 山东省: 省实验中学 | 烟台二中 | 济宁实验中学 | 牟平一中 |
| 安徽省: 马鞍山二中 | 安庆一中 | 桐城中学 | 濉溪中学 |
| 福建省: 福建师大附中 | 福州三中 | 厦门一中 | 龙岩一中 |
| 河南省: 河南大学附中 | 开封市高中 | 潢川一中 | 新乡一中 |
| 湖北省: 新洲一中 | 宜城一中 | 京山一中 | 宜昌夷陵中学 |
| 天门中学 | | | |
| 湖南省: 长沙长郡中学 | 长沙雅礼中学 | 衡阳市八中 | 桑植一中 |
| 广东省: 华南师大附中 | 省实验中学 | 汕头市金山中学 | 张家界市一中 |
| 广西: 柳州教科所 | 桂林教科所 | 南宁二中 | 惠州一中 |
| 四川省: 省外国语学校 | 成都石室中学 | 成都市七中 | 柳州一中 |
| 重庆市: 西南师大附中 | 重庆一中 | 重庆三中 | 绵阳高中 |
| 贵州省: 贵州师大附中 | 毕节一中 | 兴义一中 | 重庆十一中 |
| 云南省: 昆明一中 | 大理一中 | 曲靖一中 | 瓮安中学 |
| 西藏: 拉萨中学 | | | 文山州一中 |
| 陕西省: 陕西师大附中 | 渭南市瑞泉中学 | 榆林市第一中学 | |
| 甘肃省: 西北师大附中 | 兰州一中 | 天水一中 | |
| 宁夏: 宁夏大学附中 | 银川市一中 | 银川市唐徕回民中学 | |
| 新疆: 新疆实验中学 | 乌鲁木齐一中 | 新疆师大附中 | 库尔勒华山中学 |
| 江西省: 江西师大附中 | 吉安市一中 | 吉安白鹭洲中学 | 新建二中 |
| | 上高二中 | 贵溪一中 | 修水一中 |
| | 都昌一中 | | |
| | 瑞昌一中 | | |



目 录

第一章 统计(选修 I)

§1.1 抽样方法	(1)
§1.2 总体分布的估计	(4)
§1.3 总体期望和方差的估计	(7)
第一章小结	(11)
第一章综合测试	(13)

第二章 导数(选修 I)

§2.1 导数的背景	(16)
§2.2 导数的概念	(19)
§2.3 多项式函数的导数(第 1 课时)	(22)
§2.3 多项式函数的导数(第 2 课时)	(24)
§2.4 函数的单调性与极值(第 1 课时)	(27)
§2.4 函数的单调性与极值(第 2 课时)	(30)
§2.5 函数的最大值与最小值(第 1 课时)	(33)
§2.5 函数的最大值与最小值(第 2 课时)	(36)
第二章小结	(39)
第二章综合测试	(44)

第一章 概率与统计(选修 II)

§1.1 离散型随机变量的分布列(第 1 课时)	(46)
§1.1 离散型随机变量的分布列(第 2 课时)	(49)
§1.2 离散型随机变量的期望与方差(第 1 课时)	(53)
§1.2 离散型随机变量的期望与方差(第 2 课时)	(56)
§1.3 抽样方法	(60)
§1.4 总体分布的估计	(63)
§1.5 正态分布	(66)
§1.6 线性回归	(69)
第一章小结	(73)
第一章综合测试	(77)

第二章 极限(选修 II)

§2.1 数学归纳法及其应用举例(第 1 课时)	(80)
§2.1 数学归纳法及其应用举例(第 2 课时)	(84)
§2.2 数列的极限(第 1 课时)	(87)



§2.2 数列的极限(第 2 课时)	(91)
§2.3 函数的极限	(94)
§2.4 极限的四则运算	(98)
§2.5 函数的连续性	(101)
阅读材料:杨辉三角的研究	(104)
第二章小结	(107)
第二章综合测试	(111)
第三章 导数(选修Ⅱ)	
§3.1 导数的概念	(113)
§3.2 几种常见函数的导数	(116)
§3.3 函数的和、差、积、商的导数(第 1 课时)	(118)
§3.3 函数的和、差、积、商的导数(第 2 课时)	(121)
§3.4 复合函数的导数	(123)
§3.5 对数函数与指数函数的导数	(126)
§3.6 函数的单调性	(128)
§3.7 函数的极值	(131)
§3.8 函数的最大值与最小值(第 1 课时)	(134)
§3.8 函数的最大值与最小值(第 2 课时)	(137)
第三章小结	(141)
第三章综合测试	(145)
第四章 复数(选修Ⅱ)	
§4.1 复数的概念	(147)
§4.2 复数的运算(第 1 课时)	(150)
§4.2 复数的运算(第 2 课时)	(152)
§4.3 数系的扩充	(155)
第四章小结	(158)
第四章综合测试	(160)



第一章 统计(选修 I)



§ 1.1 抽样方法

课前导航

如何抽取样本

抽样调查是获取总体信息的重要方法. 总体中所含个体的数目往往很大, 有时甚至是无限多个. 对于含有无限多个个体的总体, 不可能对它的每一个个体进行考察; 对于所含个体数目不多的总体, 由于考察时带有破坏性等原因, 也不能逐一进行考察. 在实际工作中, 常常是从总体中抽取一个样本, 然后根据样本的特征去估计总体的相应特征.

为了使样本对总体的近似描述比较可靠, 抽样必须是随机的, 才能避免人的主观因素的影响. 什么叫随机抽样? 这是一个重要问题. 我们以简单随机抽样为例来说明: 从 N 个元素组成的总体中抽取 n 个元素的样本, 相当于从 N 个元素中取出 n 个元素构成一个组合, 则不同的组合共有 C_N^n 个, 也就是不同的样本共有 C_N^n 个. 我们设法使每个样本以同样的可能性被抽取, 换句话说, 每一个样本被抽到的可能性都是 $\frac{1}{C_N^n}$, 按照这个原则抽得的样本就叫做随机样本, 或者说抽样是随机的.

要点索引

1. 几个概念

(1) 总体与个体: 我们所要考察的对象的全体叫做总体, 其中每一个要考察的对象称为个体.

(2) 样本与样本容量: 从总体中抽取的一部分个体叫做总体的一个样本, 样本中个体的数目称为样本的容量.

2. 两种抽样方法

(1) 简单随机抽样: 设一个总体含有有限个个体, 如果通过逐个抽取的方法从中抽取一个样本, 且每次抽取时各个个体被抽到的概率相等, 则称这样的抽样为简单随机抽样. 具体做法有抽签法与随机数表法.

(2) 分层抽样: 当已知总体由差异明显的几部分组成时, 将总体分成几部分, 然后按照各部分所占的比进

行抽样, 这样的抽样叫做分层抽样.

范例导学



1. 两种抽样的合理性

例 1 在 100 个零件中, 有一等品 20 个, 二等品 30 个, 三等品 50 个. 从中抽取一个容量为 20 的样本, 分别用两种方法抽样计算总体中每个个体被抽取的概率, 从而说明这些概率都相等.

分析: 分别用简单随机抽样法、分层抽样法抽样, 计算出每个个体被抽到的概率.

解析: (1) 采用简单随机抽样法, 这里用抽签法来说明: 每个个体被抽到的概率都是 $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$;

(2) 采用分层抽样法: 由于一、二、三等品的数量之比为 2:3:5. 因此从一、二、三等品中抽取的个体数分别为 $20 \times \frac{2}{10} = 4$, $20 \times \frac{3}{10} = 6$, $20 \times \frac{5}{10} = 10$, 从而各等品中每个个体被抽到的概率分别为 $\frac{4}{20}$, $\frac{6}{30}$, $\frac{10}{50}$, 即都是 $\frac{1}{5}$.

可见, 无论采用哪一种抽样方法, 总体中的每个个体被抽取的概率都是 $\frac{1}{5}$.

变式训练 1

下列抽取样本的方式是否属于简单随机抽样? 说明道理.

(1) 从无限多个个体中抽取 100 个个体作样本.

(2) 盒子里共有 80 个零件, 从中选出 5 个零件进行质量检验. 在抽样操作时, 从中任意拿出一个零件进行质量检验后再把它放回盒子里.



2. 抽样过程的设计

★

例 2 某企业有技工 203 人, 普工 181 人, 行政后勤人员 19 人, 为制定某项制度需全面考虑大家的意见, 决定在全体人员中抽取 40 人召开一个座谈会, 请你设计一个抽样方法.

分析: 显然该企业三种人员存在明显的差异, 因此可采用分层抽样法, 但需对各种成员的人数作适当的处理.

解析: (1) 先在技工中随机剔除 3 人; 在普工中随机剔除 1 人; 在行政后勤人员中增加一名虚拟名额.

$$(2) \text{ 因为 } \frac{40}{400} = \frac{1}{10},$$

$$\text{故在技工中应抽取 } \frac{1}{10} \times 200 = 20 (\text{人});$$

$$\text{在普工中应抽取 } \frac{1}{10} \times 180 = 18 (\text{人});$$

$$\text{在行政后勤人员中应抽取 } \frac{1}{10} \times 20 = 2 (\text{人}).$$

(3) 用抽签法在各种人员中抽取相应的人数.

变式训练 2

某校有学生 1200 人, 为了调查午休对学习成绩的影响情况, 计划抽取一个样本容量为 50 的样本, 问此样本若采用简单随机抽样将如何进行?

思维进阶

例 某校在高中三个年级采用分层抽样法抽取一个容量为 45 人的样本. 已知高一年级被抽取 20 人, 高三年级被抽取 10 人, 高二年级共有学生 300 人, 求该校共有高中学生多少人.

分析: 本题显然属于分层抽样, 因此, 抽取的样本容量与总体之间存在着比例关系, 先求出高二年级被抽取的人数, 从而得到抽样时每个人被抽取的概率.

解析: 依题意, 高二年级被抽取的人数为

$$45 - 20 - 10 = 15 (\text{人}),$$

$$\therefore \text{抽样中每个人被抽取的概率为 } \frac{15}{300} = \frac{1}{20}.$$

$$\text{于是高一年级有 } \frac{20}{\frac{1}{20}} = 400 (\text{人});$$

$$\text{高三年级有 } \frac{10}{\frac{1}{20}} = 200 (\text{人}).$$

故该校共有高中学生 900 人.

练习

某厂在一天内生产的 A、B、C 三种产品的件数分别为 36, 24, 12, 现要从这些产品中选出 24 件进行检验. 若用分层抽样法抽取样本, 试问:

(1) 每个个体被抽取的概率是多少?

(2) 每种产品应抽取多少件?

错解剖析

例 某单位有老年人 28 人, 中年人 54 人, 青年人 81 人, 为了调查他们的身体健康状况, 需要从中抽取一个容量为 36 的样本, 问采用哪种抽样方法比较合适?

错解: 采用简单随机抽样方法抽取样本, 因为采用分层抽样方法, 总体的各部分所占的比例不是整数, 所以不能采用分层抽样.

剖析: 上述的错误在于没有搞清楚两种抽样方法的适用范围和抽样调查的目的. 这里是调查职工的身体健康状况, 与职工的年龄有关, 而所给总体中存在着明显差异, 因此应采用分层抽样抽取样本.

正解: 采用分层抽样方法抽取样本比较合适. 由于老、中、青三种人数的比例不协调, 可从老年人中先随机地剔除 1 人, 再按老、中、青人数的比例分层抽样.



课时综述

两种抽样方法的比较

类别	共同点	各自特点	适用范围
简单随机抽样	抽样过程中每个个体被抽取的概率都相等	从总体中逐个抽取	总体中的个体数较少
分层抽样		将总体分成几层,分层进行抽取	总体由差异明显的几部分组成

针对训练

一、选择题

● 1 ● 简单随机抽样、分层抽样的共同点是 ()

- (A) 都是从总体中逐个抽取.
 (B) 将总体分成几部分,按事先确定的规则在各部分抽取.
 (C) 抽样过程中每个个体被抽到的概率都是相等的.
 (D) 将总体分成几层,然后分层按比例抽取.

● 2 ● 某电视台欲招收节目主持人若干,利用网上报名共报了 160 人,其中中原从业人员 52 人,本科应届毕业生 50 人,硕士研究生 58 人. 为了解报名人的基本情况,利用分层抽样的方法抽查 8 人,那么每位报名人被抽查到的概率为 ()

- (A) $\frac{2}{13}$. (B) $\frac{4}{25}$. (C) $\frac{4}{29}$. (D) $\frac{1}{20}$.

● 3 ● 采用随机数表法从个体数为 300 的一个总体中抽取一个容量为 n 的样本,若每个个体被抽取的概率为 $\frac{1}{4}$,则 n 等于 ()

- (A) 25. (B) 50. (C) 75. (D) 100.

● 4 ● 某工厂生产 A、B、C 三种不同的产品,产品数量之比为 2:3:5,现用分层抽样的方法抽出一个样本,样本中 A 产品有 16 件,则样本容量为 ()

- (A) 160. (B) 144. (C) 80. (D) 70.

二、填空题

● 5 ● 已知一个公司共有 500 名员工,下设一些部门,要采用分层抽样的方法从全体员工中抽取一个容量为 50 的样本. 若某部门有员工 100 人,则从该部门抽取的员工人数为_____.

● 6 ● 对总体为 N 的一批零件抽取一个容量为 30 的样本,若每个零件被抽取的概率为 0.25,则 $N =$ _____.

● 7 ● 采用简单随机抽样从含有 6 个个体的总体中抽取一个容量为 3 的样本,则个体 a 前两次未被抽到,它在第三次被抽到的概率为_____.

● 8 ● 已知某县有小学生 5000 人,初中生 3000 人,高中生 2000 人,县教育局教研室为调查学校贯彻素质教育的情况,要从各类学生中抽取部分学生来进行调查. 现采用分层抽样的方法从所有学生中抽取一个容量为 100 的样本,则小学生、初中生、高中生分别应抽取_____人.

三、解答题

● 9 ● 某县公安局为了解本县每户平均的人口数,为便于抽样,规定先从所属 20 个乡镇中抽 4 个,在入样的乡镇中再等可能地抽取住户. 为了保证该县每户入样的概率相等,即住户等可能入样,试问在抽乡镇时,应等可能抽样还是不等可能抽样? 如果不等可能抽样,那么每个乡镇入样的概率应该是多少? (假定第 i 个乡镇有 N_i 户, $i=1,2,\dots,20$, N_i 各不相等)

● 10 ● 某单位最近组织了一次健身活动,活动分为登山组和游泳组,且每个职工至多参加了其中一组. 在参加活动的职工中,青年人占 42.5%,中年人占 47.5%,老年人占 10%. 登山组的职工占参加活动总人数的 $\frac{1}{4}$,且该组中,青年人占 50%,中年人占 40%,老年人占 10%. 为了解各组不同年龄层次的职工对本次活动的满意程度,现用分层抽样方法从参加活动的全体职工中抽取一个容量为 200 的样本. 试确定:

(1) 游泳组中,青年人、中年人、老年人分别所占的比例;

(2) 游泳组中,青年人、中年人、老年人分别应抽取的人数.



§ 1.2 总体分布的估计

课前导航

统计的基本思想

统计学是一门关于数据资料的收集、整理、分析和推断的科学. 它的基本思想方法是用样本去估计总体, 其核心问题是如何根据样本的情况对总体的情况做出一种推断. 这里包括两类问题: 一类是如何从总体中抽取样本; 另一类是如何通过样本的整理、计算和分析, 对总体的情况做出一种推断. 抽样是手段, 是先导; 对总体的估计是目的, 是结果. 随着生产和科学技术的飞速发展, 特别是电子计算机的广泛应用, 统计学在许多科研部门和工农业生产中越来越显得重要了.

要点索引

样本来自总体, 并能很好地反映总体的频率分布特征, 总体取值的概率分布规律叫做总体分布. 样本中所有数据(或数据组)的频数与样本容量的比, 叫做该数据的频率. 我们可以用样本的频率分布去估计总体分布.

范例导学



1. 频率分布条形图

例1 某文艺团体演职人员共有 100 人, 其中乐队 15 人, 歌队 20 人, 曲艺队 30 人, 舞队 25 人, 职员 10 人.

(1) 列出各队的频率分布表;

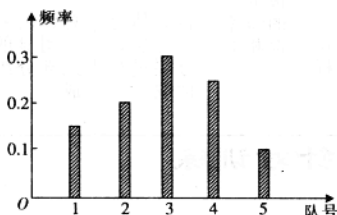
(2) 画出表示频率分布的条形图.

分析: 把各队编号列出频率分布表, 条形图是用其高度来表示频率的.

解析: (1) 把乐队、歌队、曲艺队、舞队、职员分别编号为 1, 2, 3, 4, 5 号, 则其频率分布表如下:

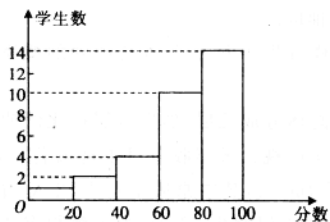
队号	队频数	队频率
1	15	0.15
2	20	0.20
3	30	0.30
4	25	0.25
5	10	0.10

(2) 条形图如下:



变式训练 1

下面是一次数学考试成绩(百分制)的分组频数条形图:



根据上图填写下表:

分数	频数	频率
0~20		
20~40		
40~60		
60~80		
80~100		



2. 频率分布直方图

例2 对某电子产品的寿命(小时)的抽样调查数据的分组及各组的频数如下:

100~200, 10; 200~300, 15;
300~400, 40; 400~500, 20;
500~600, 15.

(1) 列出频率分布表;

(2) 画出频率分布直方图;

(3) 估计寿命在 200~500 之内的概率.

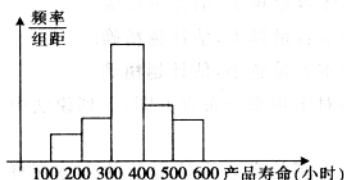
分析: 由样本容量、频数、频率的关系, 求出各组的频率, 根据频率与组距画出频率分布直方图.

解析: (1) 频率分布表如下:



分组	频数	频率
100~200	10	0.10
200~300	15	0.15
300~400	40	0.40
400~500	20	0.20
500~600	15	0.15
合计	100	1.00

(2) 频率分布直方图如下:



(3) $P(200 \leq \xi \leq 300) = 0.15 + 0.40 + 0.20 = 0.75$.

变式训练 2

在自动精密旋床的加工过程中,任意抽取 200 个轴,测得轴的直径与规定尺寸统计如下表:

偏差(μm)	频数	频率
$[-20, -15]$	7	
$(-15, -10]$	11	
$(-10, -5]$	15	
$(-5, 0]$	24	
$(0, 5]$	49	
$(5, 10]$	41	
$(10, 15]$	26	
$(15, 20]$	17	
$(20, 25]$	7	
$(25, 30]$	3	
合计	200	

- (1) 完成上面的频率分布表;
- (2) 画出频率分布直方图;
- (3) 求出总体中在区间 $(-10, 15]$ 内取值的概率.

思维进阶

例 下表给出了某校 120 名 12 岁男孩的身高资料(单位:cm).

身高	[122,126)	[126,130)	[130,134)	[134,138)	[138,142)
人数	5	8	10	22	33
身高	[142,146)	[146,150)	[150,154)	[154,158)	
人数	20	11	6	5	

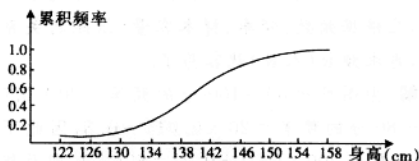
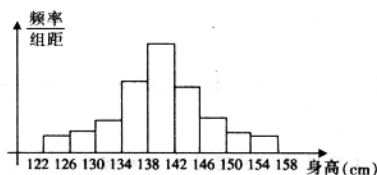
- (1) 列出样本的频率分布表(含累积频率);
- (2) 画出频率分布直方图和累积频率分布曲线;
- (3) 根据累积频率分布曲线,估计身高小于 134 cm 的数据所占的百分比.

分析: 列出频率分布表,画出频率分布直方图后,可以求出小于 134 cm 的数据所占比例.

解析: (1) 频率分布表如下:

身高	人数	频率	累积频率
$[122,126)$	5	0.042	0.042
$[126,130)$	8	0.067	0.109
$[130,134)$	10	0.083	0.192
$[134,138)$	22	0.183	0.375
$[138,142)$	33	0.275	0.650
$[142,146)$	20	0.166	0.816
$[146,150)$	11	0.092	0.908
$[150,154)$	6	0.050	0.958
$[154,158)$	5	0.042	1

(2) 频率分布直方图和累积频率分布曲线:



(3) 由累积频率分布曲线估计,身高小于 134 cm 的约占 19%.

练习

已知 50 个数据的分组以及各组的频数如下:

153.5~155.5, 2; 155.5~157.5, 7;
157.5~159.5, 9; 159.5~161.5, 11;
161.5~163.5, 10; 163.5~165.5, 6;
165.5~167.5, 4; 167.5~169.5, 1.

- (1) 列出频率分布表(含累积频率);
- (2) 画出频率分布直方图;
- (3) 画出累积频率分布曲线.

- (1) 计算最大值与最小值的差;
- (2) 决定组距与组数;
- (3) 决定分点;
- (4) 列出频率分布表;
- (5) 画出频率分布直方图.

针对训练

一、选择题

● 1 ● 在用样本频率估计总体分布的过程中, 下列说法中正确的是 ()

- (A) 总体容量越大, 估计越精确.
- (B) 总体容量越小, 估计越精确.
- (C) 样本容量越大, 估计越精确.
- (D) 样本容量越小, 估计越精确.

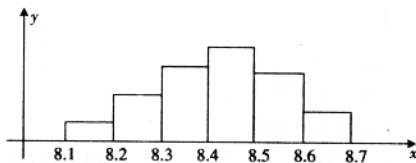
● 2 ● 对于频率分布直方图, 下列说法中正确的是 ()

- (A) 直方图的高表示该组上的个体在样本中出现的频率.
- (B) 直方图的高表示取某数的频率.
- (C) 直方图的高表示该组上的个体数与组距的比值.
- (D) 直方图的高表示该组上的个体在样本中出现的频率与组距的比值.

● 3 ● 一个容量为 20 的样本数据, 分组及频数如下: $(10, 20]$, 2 个; $(20, 30]$, 3 个; $(30, 40]$, 4 个; $(40, 50]$, 5 个; $(50, 60]$, 4 个; $(60, 70]$, 2 个. 则该样本数据在区间 $(-\infty, 50]$ 上的频率为 ()

- (A) 70%.
- (B) 50%.
- (C) 25%.
- (D) 5%.

● 4 ● 下图所示是一批产品中抽样得到数据的频率分布直方图, 由图可以看出数据所落在范围的概率最大的是 ()



- (A) $(8.1, 8.3)$.
- (B) $(8.2, 8.4)$.
- (C) $(8.4, 8.5)$.
- (D) $(8.5, 8.7)$.

二、填空题

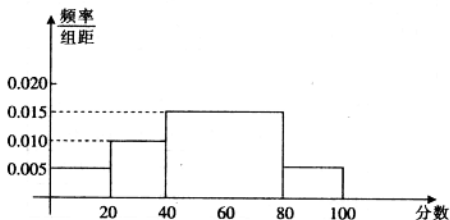
● 5 ● 条形图用 _____ 来表示取各值的频率, 直方图是用 _____ 来表示频率.

● 6 ● 一个容量为 20 的样本, 已知某组的频率为 0.25, 则该组的频数为 _____.

● 7 ● 一个容量为 n 的样本, 分成若干组, 已知某组的频数和频率分别为 50 和 0.2, 则 $n =$ _____.

错解剖析

例 下图是一次数学考试成绩的样本频率分布直方图(样本容量 $n=200$), 若成绩不低于 60 分为及格, 则样本中及格的人数是多少?



错解: $\because 80 \sim 100$ 分的频率为 0.005, $60 \sim 80$ 分的频率为 $\frac{1}{2} \times 0.015$,

$\therefore$ 不低于 60 分的人数为: $200 \times 0.005 + \frac{1}{2} \times 200 \times 0.015 = 5$ (人).

剖析: 这里错误的原因是不理解频率分布直方图的意义, 把纵坐标当成了频率. 实际上纵坐标是频率与组距的比, 应根据频数、频率、样本容量、组距的关系先求出频率, 再求频数(人数)就容易了.

正解: 由图可知 $80 \sim 100$ 分的频率 $= 20 \times 0.005 = 0.1$, $60 \sim 80$ 分的频率 $= 20 \times 0.015 = 0.3$, 因此不低于 60 分的人数是 $200 \times (0.1 + 0.3) = 80$ (人), 即及格人数为 80 人.

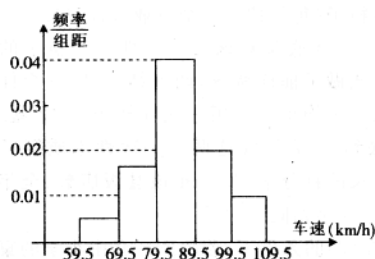
课时综述

1. 为了知道一个总体的分布, 往往是从总体中抽取一个样本, 用样本的频率分布去估计相应的总体分布. 样本容量越大, 这种估计越精确.

2. 求样本频率分布的步骤:



●8●在某路段检测点,对 200 辆过往的汽车的车速进行检测,检测结果表示为如下频率分布直方图,则车速不小于 90 km/h 的汽车约有 _____ 辆.



三、解答题

●9●一颗骰子连续抛掷 120 次,标有数字 1,2,3,4,5,6 的各面向上的次数分别为 15,18,21,27,24,15,列出试验结果的频率分布表,并画出频率分布条形图.

●10●用手枪对 100 个靶各打 5 发子弹,只记录命中与不命中,射击结果如下:

命中数	0	1	2	3	4	5
频数	3	18	29	31	14	5

- (1)列出频率分布表;
- (2)画出频率分布直方图;
- (3)求命中不超过 3 发的概率.



§ 1.3 总体期望和方差的估计

课前导航

1936 年,美国著名的《文学摘要》杂志社为了预测总统候选人罗斯福与兰登两人谁能当选,他们以电话簿上的地址和俱乐部成员名单上的地址发出 1000 万封信,收到回信 200 万封,在调查史上这是少有的样本容量,花费了大量的人力和物力.《文学摘要》相信自己的调查结果,即兰登将以 57% 对 43% 的比例获胜,并进行大力宣传.最后选举结果却是罗斯福以 62% 对 38% 的巨大优势获胜.这个调查断送了这家原本颇有名气的杂志社的前程,不久只得关门停刊.

要点索引

1. 总体期望

如果有 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 那么 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 叫做这 n 个数的总体平均数(又称为总体期望值).它描述了一个总体的平均水平.

当一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的各个数值较大时,可将各数据同时减去一个适当的常数 a , 得到 $x_1' = x_1 - a$, $x_2' = x_2 - a, \dots, x_n' = x_n - a$, 则 $\bar{x} = \bar{x}' + a$.

如果在 n 个数中, x_1 出现 f_1 次, x_2 出现 f_2 次, $\dots$, x_k 出现 f_k 次(这里 $f_1 + f_2 + \dots + f_k = n$), 那么这 n 个

数的平均数 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k)$, 这个平均数又叫做加权平均数.

2. 总体方差

方差和标准差是描述一个样本和总体的波动的特征数.

在一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 中, 各数据与它们的平均数 $\bar{x}$ 的差的平方分别是 $(x_1 - \bar{x})^2, (x_2 - \bar{x})^2, \dots, (x_n - \bar{x})^2$, 那么它们的平均数 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$ 叫做这组数据的方差. 样本标准差 $s = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]}$.

方差公式还可以化简成 $s^2 = \frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2) - \bar{x}^2$.

当一组数据中的数据较大时, 直接计算它们的方差则比较麻烦, 如果数据相互比较接近, 为了减小参与计算的数据, 仿照简化平均数计算的办法, 将每个数据同时减去一个与它们的平均数接近的常数 a , 这时方差计算公式为 $s^2 = \frac{1}{n}(x_1'^2 + x_2'^2 + \cdots + x_n'^2) - \bar{x}'^2$, 其中 $x_1' = x_1 - a, x_2' = x_2 - a, \dots, x_n' = x_n - a, x_1, x_2, \dots, x_n$ 是原已知的 n 个数据, a 是接近这组数据的平均数的一个常数.

范例导学



1. 总体期望(平均数)的计算

例 1 某工人在 30 天中加工一种零件, 日产量有 2 天是 51 件, 3 天是 52 件, 6 天是 53 件, 8 天是 54 件, 7 天是 55 件, 3 天是 56 件, 1 天是 57 件, 计算该工人 30 天的平均日产量.

分析: 由题意可知, 可用加权平均数的公式进行计算.

解析: 在上面 30 个数据中, 51 出现 2 次, 52 出现 3 次, 53 出现 6 次, 54 出现 8 次, 55 出现 7 次, 56 出现 3 次, 57 出现 1 次. 由于这组数据都比 50 稍大一点, 故将数据 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57 同时减去 50, 得到 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 它们出现的次数依次是 2, 3, 6, 8, 7, 3, 1.

那么, 这组新数据的平均数是

$$\bar{x} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 3 + \cdots + 7 \times 1}{30} = \frac{118}{30} \approx 4.$$

$\therefore \bar{x} = \bar{x}' + 50 \approx 54$ (件), 即这个工人 30 天的平均日产量为 54 件.

变式训练 1

为估计一次性木质筷子的用量, 2005 年底从某县共 600 家高、中、低档饭店抽取了 10 家作样本, 这些饭

店每天消耗的一次性筷子盒数分别为 0.6, 3.7, 2.2, 1.5, 2.8, 1.7, 1.5, 2.1, 3.2, 1.0.

(1) 通过对样本的计算, 估计该县 2005 年消耗多少盒一次性筷子 (每年按 350 个营业日计算).

(2) 2007 年底又对该县一次性木质筷子的用量以同样的方式做了抽样调查, 调查结果是 10 个样本饭店中每个饭店平均每天使用一次性筷子 2.42 盒. 求该县 2005 年底到 2007 年底这两年一次性木质筷子用量平均每年增长的百分率 (2006 年该县饭店数、全年营业天数均与 2005 年相同).

(3) 在 (2) 的条件下, 若生产一套中小学的桌椅需木材 0.07 m^3 , 求该县 2007 年使用一次性筷子的木材可以生产多少套学生桌椅. (计算中需用的有关数据为: 每盒筷子 100 双, 每双筷子的质量为 5 g, 所用木材的密度为 $0.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.)

(4) 假如让你统计你所在省一年使用一次性筷子所消耗的木材量, 如何利用统计知识去做, 请简要地用文字表述出来.



2. 总体方差的计算

例 2 从甲、乙两位车工加工的零件中, 各抽查了 8 件, 量得直径尺寸如下 (单位: mm):

甲: 35.01, 35.03, 35.05, 34.98, 34.96, 35.00, 35.02, 34.95;

乙: 35.04, 34.99, 34.97, 35.00, 35.03, 35.01, 34.99, 35.01.

求: (1) $\bar{x}_甲$ 和 $\bar{x}_乙$;

(2) $s_甲^2$ 和 $s_乙^2$;

(3) 说明谁的零件尺寸更接近于 35 mm.

分析: (1)(2) 两小题只需直接利用公式即可. 对于 (3), 可由方差的大小确定.



解析: (1) $\bar{x}_w = \frac{1}{8}(35.01 + 35.03 + 35.05 + 34.98 + 34.96 + 35.00 + 35.02 + 34.95) = 35(\text{mm})$,

$\bar{x}_z = \frac{1}{8}(35.04 + 34.99 + 34.97 + 35.00 + 35.03 + 35.01 + 34.99 + 35.01) = 35.005(\text{mm})$.

(2) $s_w^2 = \frac{1}{8}[(35.01 - 35)^2 + (35.03 - 35)^2 + (35.05 - 35)^2 + (34.98 - 35)^2 + (34.96 - 35)^2 + (35.00 - 35)^2 + (35.02 - 35)^2 + (34.95 - 35)^2] = 0.00105(\text{mm}^2)$,

$s_z^2 = \frac{1}{8}[(35.04 - 35.005)^2 + (34.99 - 35.005)^2 + (34.97 - 35.005)^2 + (35.00 - 35.005)^2 + (35.03 - 35.005)^2 + (35.01 - 35.005)^2 + (34.99 - 35.005)^2 + (35.01 - 35.005)^2] = 0.000375(\text{mm}^2)$.

(3) $\because s_w^2 > s_z^2, \bar{x}_w = 35, \bar{x}_z = 35.005$,

$\therefore$ 乙的零件尺寸更接近于 35 mm.

变式训练 2

某校高一年级共 10 个班, 今有数学科、英语科参加全市知识竞赛的成绩统计, 数学科各班上线人数为 12, 13, 14, 15, 10, 16, 13, 11, 15, 11, 英语科各班上线人数为 11, 16, 17, 14, 13, 19, 6, 8, 10, 16. 试问数学、英语这两个学科, 哪个学科集体备课开展得好?

思维进阶

例 某农户种了苹果树 44 棵, 现进入第三年收获期, 收获时, 先随意采摘 5 棵树上的苹果, 称得每棵树上的苹果重量分别为 35, 35, 34, 39, 37 (单位: kg).

(1) 根据样本平均数估计今年苹果的总产量.

(2) 若市场上苹果售价为每千克 5 元, 则该农户今年收入有多少元?

(3) 已知该农户第一年苹果收入 5500 元, 根据上述估计, 试求第二年、第三年苹果收入的年平均增长率.

分析: (1) 由样本平均可作为总体平均为估计依据. 对于 (3), 则由平均增长率的概念可求得.

解析: (1) 5 棵苹果树的样本平均值为

$$\frac{1}{5}(35 + 35 + 34 + 39 + 37) = 36(\text{kg}),$$

故今年苹果总产量约为 $36 \times 44 = 1584(\text{kg})$.

(2) 估计今年该农户的苹果收入约为 $1584 \times 5 = 7920(\text{元})$.

(3) 设平均增长率为 x ,

则有 $5500(1+x)^2 = 7920$,

解得 $x = 0.2 = 20\%$.

所以第二年、第三年苹果收入的年平均增长率约为 20%.

练习

个体户王某经营一家餐馆, 下面是餐馆所有工作人员在某个月的工资:

王某	厨师甲	厨师乙	杂工	招待甲	招待乙	会计
3000 元	450 元	400 元	320 元	350 元	320 元	410 元

(1) 计算平均工资.

(2) 计算出的平均工资能否反映帮工人员这个月收入的一般水平?

(3) 去掉王某的工资后, 再计算平均工资.

(4) (3) 中的平均工资能代表帮工人员的收入吗?

(5) 根据以上计算, 从统计学的观点上, 你对 (3)、(4) 的结论有何看法?

错解剖析

例 某班有 50 名学生, 其中男生 30 名, 女生 20 名. 某次数学考试成绩统计如下表:

	平均分	标准差
女生	90	6
男生	80	4

试求全班的平均分与标准差.

错解: 全班平均分为 $\frac{90+80}{2} = 85$,

全班标准差为 $\frac{6+4}{2} = 5$.

剖析: 由于男生与女生的人数不相同, 因此, 简单地求两个组的平均数是不正确的, 而应该由全班总分来求平均成绩.

正解:全班平均分为 $\bar{x} = \frac{90 \times 20 + 80 \times 30}{50} = 84$.

设女生的标准差为 s_x , 男生的标准差为 s_y ,

$$\text{则有 } s_x^2 = \frac{1}{20}(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{20}^2 - 20\bar{x}^2) = 36,$$

$$s_y^2 = \frac{1}{30}(y_1^2 + y_2^2 + \cdots + y_{30}^2 - 30\bar{y}^2) = 16,$$

其中 $\bar{x} = 90, \bar{y} = 80$,

$$\text{故有 } x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{20}^2 = 36 \times 20 + 20 \times 90^2 = 162720,$$

$$y_1^2 + y_2^2 + \cdots + y_{30}^2 = 16 \times 30 + 30 \times 80^2 = 192480,$$

$$\therefore s_{全班} = \sqrt{\frac{1}{50}(x_1^2 + \cdots + x_{20}^2 + y_1^2 + \cdots + y_{30}^2 - 50 \cdot \bar{x}^2)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{50}(162720 + 192480 - 50 \times 84^2)}$$

$$= \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \approx 6.93.$$

课时综述

1. 本节内容的计算与初中内容中的平均数、方差计算基本相同.

2. 纵观近几年来的高考试题,此内容的考题比重有所增加.

3. 在计算时,公式的应用是一个十分重要的关键所在.

针对训练

一、选择题

● 1 ● 若数据 1, 3, 5, x , 6, 7, 8 的平均数为 6, 则 x 等于 ()

(A) 5. (B) 6. (C) 9. (D) 12.

● 2 ● 如果某考生在求 30 个数据的平均数时,错将 105 看成了 15, 那么他求出的平均数与实际平均数的差是 ()

(A) 3.5. (B) 3. (C) 0.5. (D) -3.

● 3 ● 如果 $a+1, b-36, c+2$ 的平均数为 2008, 则 a, b, c 的平均数为 ()

(A) 2018. (B) 2019. (C) 2020. (D) 2021.

● 4 ● 如果数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 方差为 s^2 , 则 $3x_1+5, 3x_2+5, 3x_3+5, \dots, 3x_n+5$ 的平均数和方差分别为 ()

(A) $\bar{x}$ 和 s^2 .

(B) $3\bar{x}+5$ 和 s^2 .

(C) $3\bar{x}+5$ 和 $9s^2$.

(D) $3\bar{x}+5$ 和 $9s^2+30s+25$.

二、填空题

● 5 ● 若一个样本的方差是 $s^2 = \frac{1}{10}[(x_1-15)^2 + (x_2-15)^2 + \cdots + (x_{10}-15)^2]$, 则这个样本的容量为 _____, 样本平均数为 _____.

● 6 ● 已知某样本的方差是 5, 样本中各数据的平方和是 280, 样本的平均数是 3, 则该样本的容量是 _____.

● 7 ● 若数据 $a, 4, 2, 3, 5$ 的平均数为 b , 且 a, b 是方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两个根, 则这组数据的方差是 _____.

● 8 ● 如果数据 x_1, x_2, x_3 的方差为 4, 那么数据 x_1+1, x_2+1, x_3+1 的方差为 _____.

三、解答题

● 9 ● 有一个样本, 数据为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 其标准差为 s_x ; 另有一个样本 $y_1, y_2, \dots, y_n$, 其标准差为 s_y . 若 $y_k = ax_k + b (k=1, 2, \dots, n)$, 求证: $s_y = as_x$.

● 10 ● 为了保护环境, 某校环保小组成员小沅收集废电池, 第一天收集 1 号电池 4 节, 5 号电池 3 节, 总质量为 460 g, 第二天收集 1 号电池 2 节, 5 号电池 3 节, 总质量为 240 g.

(1) 1 号电池和 5 号电池每节质量各为多少克?

(2) 学校环保小组为估计四月份收集电池的总质量, 随机抽取了该月某 5 天收集废电池的节数如下表:

1 号废电池(单位: 节)	29	30	32	28	31
5 号废电池(单位: 节)	51	53	47	49	50

分别计算这 5 天两种废电池每天平均收集多少节? 并由此估计四月份环保小组收集废电池的总质量.