

根据教育部新课程标准编写

BOOK
二天下一图书二

小学数学

XIAOXUE SHUXUE
MINGSHI
PEIYOU JINGDIAN

名师

培优经典

3 年级

丛书顾问◎单 增
丛书主编◎张承宇
本册主编◎陈 柳 马立友

金牌教练指点迷津

助你赢在起跑线上

携手跨入重点中学

BOOK
二天下一图书二

重庆出版集团 重庆出版社



丛书主编简介

张承宇，安徽南陵县人。曾就读于湖北大学和中国科技大学，获理学硕士学位。现为深圳中学数学高级教师，南粤优秀教师，中国数学学会会员，中国高等教育学会教育数学专业委员会常务理事，中国数学奥林匹克高级教练员。

自1987年以来发表数学论文和数学教育论文30余篇，其中《角谷猜想的推广》一文，代表着中国学者对“角谷猜想”（又名Collatz猜想）问题的开拓和研究。

在深圳中学所教的两届初中超常班和两届高中超常班中，有40余人获全国初中数学联赛一等奖，30余人获高中数学联赛一等奖，6人进冬令营，3人进国家集训队。康嘉引同学获第46届国际数学奥林匹克金牌（2005年，墨西哥），王烜同学获第48届国际数学奥林匹克金牌（2007年，越南），两位同学的培养均为一对一辅导。在2004年高考中，所教超常班数学平均分达760分（标准分），16人在800分以上，2人获得满分900分，17人被北大、清华录取，其中深圳市数学单科前10名中，有9人是他的学生，取得了深圳中学高考的历史性突破。

互动平台：<http://www.szmo.cn>

BOOK
三天下图书三

ISBN 978-7-5366-9909-0



9 787536 699090 >

定价：24.00元

根据教育部新课程标准编写

小学数学

XIAOXUE SHUXUE
MINGSHI
PEIYOU JINGDIAN

名师

培优经典

3 年 级

丛书顾问 单 增

丛书主编 张承宇

本册主编 陈 柳 马立友

副 主 编 刘汉文 程全喜 高 敏

编委名单 (以下排名不分先后)

张承宇	刘汉文	朱心武	胡小军	程全喜
陶祥生	胡志兵	辛 宇	郝进喜	胡良晟
肖平嘉	刘 辉	付小梅	孙红英	夏玉珍
彭 娟	甘荣芳	周升武	张正华	陈 柳
沈 平	陈玉叶	裘小华	马立友	王炬红
陈宝宏	吴伟平	张鸿莺	高 敏	

前言

陈省身先生预言：“中国将在 21 世纪成为数学大国。”要成为数学大国，不可能一蹴而就，还需要坚持不懈的努力。为广大的少年儿童编写一套好的数学读物，就是为中国的数学教育事业添砖加瓦。国际奥赛金牌教练、数学高级教师张承宇和原黄冈市教研室副主任、数学特级教师刘汉文，携手深圳市和奥数金牌之乡黄冈市各重点小学的骨干教师（还特邀了安徽泾县的王炬红及宣州市的陈宝宏），编写了这套丛书。它以小学数学教学内容为依托，在此基础上进行拓展；以数学新课标和《中小学数学奥林匹克竞赛大纲》为准绳，旨在培养学生灵活运用知识的能力；以思维训练为核心，着重培养学生的自主探究能力。

该书设计有以下栏目：

[知识要点] 简要介绍本讲所涉及的知识内容及主要的数学思想方法。

[典例剖析] 每讲例题大多精选自近几年的全国竞赛试题，由浅入深的分析，从不同的角度启发学生探究解题规律，提高解题能力和数学素质。

[例题解答] 我们特地把思维过程与解答过程分开，以提高学生的动手能力。

[名师点拨] 集一批名师多年教学经验之精华，不拘形式，或点拨知识形成过程中的“关键点”，或点拨解决数学问题策略的“关节点”，或归纳总结方法技巧，或问题的引申与推广，等等。用简洁的语言引导和启迪学生，开发智力，提高思维能力。

[规律总结] 全面总结解题形式、解题方法（特殊方法和解题通法），教会学生如何寻找解题突破口，以及如何灵活运用某些数学思想方法，等等。

[培优训练] 题型多样，题目新颖，是对课本知识的强化与拓展。通过这些题型的训练，达到迅速提高学生解题能力的目的。

[竞赛提升] 学有余力的同学，可以试着去解这组竞赛题，有了前面的诸多铺垫，你不会再感到竞赛题难做，反而有一种水到渠成的感觉。

[智力趣题] 每讲最后都配了一两道趣味题。兴趣是促进学习的最佳动力，兴趣可以使得学习变得事半功倍。

[答案与提示] 给出了所有训练题的详细解答。能使学生深受启发，有茅塞顿开之感！

本丛书以“立足培优，服务竞赛”为宗旨，既帮助学生学好教科书，打好基础，又使学生在学科竞赛中展现才能，可谓“鱼”和“熊掌”兼得，“培优”与“竞赛”兼顾。因此，本丛书是目前此类图书中覆盖知识最广、教学内容最全、学习效果最好、适用面最广、可读性最强的小学数学培优竞赛学习用书。

我看好这套《小学数学名师培优经典》，乐意向老师、家长和喜欢数学的同学们推荐它！

中国数学奥林匹克委员会委员
全国华罗庚金杯赛主试委员会委员
朱华伟

2008 年 6 月 26 日 于广州

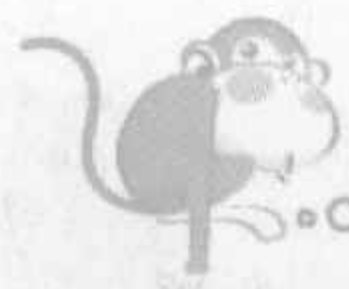
目录

- | | | | |
|-----|-------|---------|--|
| 1 | 第一讲 | 巧算加减法 | |
| 8 | 第二讲 | 找规律填数 | |
| 18 | 第三讲 | 余数与周期 | |
| 26 | 第四讲 | 有趣的算式谜 | |
| 34 | 第五讲 | 等量代换 | |
| 41 | 第六讲 | 相差问题 | |
| 49 | 第七讲 | 巧添运算符号 | |
| 57 | 第八讲 | 有趣的数字 | |
| 64 | 第九讲 | 和差问题 | |
| 70 | 第十讲 | 巧求周长 | |
| 80 | 第十一讲 | 植树问题 | |
| 87 | 第十二讲 | 巧算乘除法 | |
| 96 | 第十三讲 | 和倍问题 | |
| 104 | 第十四讲 | 图形变换 | |
| 110 | 第十五讲 | 观察物体 | |
| 117 | 第十六讲 | 图形排列的规律 | |
| 129 | 第十七讲 | 有趣的一笔画 | |
| 139 | 第十八讲 | 差倍问题 | |
| 147 | 第十九讲 | 方阵中的数学 | |
| 155 | 第二十讲 | 巧求面积 | |
| 164 | 第二十一讲 | 火柴棒游戏 | |
| 173 | 第二十二讲 | 巧解应用题 | |
| 180 | 答案与提示 | | |



第一讲

巧算加减法



知识要点

1. 巧算加法时,要用到加法的两个运算定律。

(1)加法交换律 两个数相加,交换加数的位置,它们的和不变。用字母表示:

$$a+b=b+a$$

(2)加法结合律 三个数相加,先把前两个数相加,再加上第三个数;或者先把后两个数相加,再同第一个数相加,它们的和不变。用字母表示:

$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$$

2. 巧算减法时,要用到减法的性质。

一个数连续减去几个数的和,等于用这个数依次减去每个加数。用字母表示:

$$a-(b+c+d)=a-b-c-d$$

从减法的这个性质,还可以类推出下面两个性质(去括号规律)。用字母表示:

$$\textcircled{1} a-(b+c)=a-b-c \quad \textcircled{2} a-(b-c)=a-b+c$$

3. 要求相邻两数的差相等的一系列数的和,可以用以下求和公式计算:

$$\text{总和}=(\text{首项}+\text{末项})\times\text{项数}\div 2$$

4. 凑整法 不论加法和减法,都可以用到凑整法。首先根据某些数据的特点,将接近整十、整百、整千的数先按整十、整百、整千来计算,再作相应的调整。计算时要注意:多加了的要减去;少加了的再加上;多减了的要加上;少减了的再减去。

5. 巧算加减法时,还要掌握符号和数一起移动的技巧。在计算过程中,一个式子如果只有加减法,则数前面的符号可以和数一起进行移动,这样也可以进行巧算。如:

$$35+19-5=35-5+19$$

6. 选择一个基数作为计算基础,在此基数上加上或减去与这个基数相差的数,可以使计算简便。如:

$$48+53+49+54+52=50\times 5-2+3-1+4+2$$



典例剖析

例 1 巧算:

$$(1) 25+57+75+41+19$$

$$(2) 312+6+294+88$$

指点迷津 运用加法交换律、结合律,先整十、整百地将两个数加起来,如(1)中的 25 和 75 可以凑成 100,41 和 19 可以凑成 60,(2)中 312 和 88 可以凑成 400,6 和 294 可以凑成 300,然后再加上其他的数。

例 2 巧算:

$$(1) 473+388$$

$$(2) 9898+203$$

$$(3) 399+573$$

$$(4) 2001+573$$

指点迷津 (1)388 接近 400,比 400 少 12,可以把 473 分成 12 与 461 的和;(2)9898 比 10000 少了 102,可以把 203 分成 102 与 101 的和;(3)399 接近 400,也可以将它看成 400 来加,接着减去多加的 1;(4)2001 接近 2000,可以将它看成 2000 来加,再加上少加的 1。

例 3 巧算:

$$(1) 1+2+3+4+\cdots+99+100$$

$$(2) 5+8+11+14+17+20+23+26+29+32$$

指点迷津 解答(1)题有不同的思路,可以运用加法交换律、结合律把 1 和 99 结合、2 和 98 结合、3 和 97 结合……,再加上剩下的 50、100,也可以用求和公式计算。解答(2)题用求和公式比较简单。

例 4 巧算: $1+2+\cdots+8+9+10+9+8+\cdots+2+1$

指点迷津 观察这一列数,不难发现它是由两组数 $1+2+\cdots+8+9$ 的和再与 10 相加组合而成的,我们可以运用加法交换律、结合律算出其中一组的和,再计算这一列数的和。不难发现每两个数能凑成 10 的有 8 组,再加上 10。同时注意不要漏掉任何没有进行凑整的数。

例 5 巧算:

$$(1) 3425-1347-425$$

$$(2) 676+(332-176)$$



名师点拨

用“转化”的方法把其中的一个加数分成两个加数,就能运用加法交换律、结合律把其中的两个数凑成整十、整百,再和剩下的一个数相加。

(3) $4828 - (828 + 497)$

(4) $7495 - (495 - 287)$

指点迷津 (1)如果先用 3425 减去 425,其结果是 3000,再用 3000 减去 1347,就简便一些。这就要改变顺序,带着符号把“-425”和“-1347”互换位置。(2)先算 $676 - 176$,再加上 332。计算(3)、(4)题时,要根据减法的性质,注意“+497”要变成“-497”,“-287”要变成“+287”。

 误区警示 →

例 5 中的第(4)题,小明是这样解答的:

解: $7495 - (495 - 287)$

$= 7495 - 495 - 287$

$= 7000 - 287$

$= 6713$

 变式题 →

计算: $4828 - (828 + 497) - 1503$

指点迷津 将此题与例 5 的第(3)题比较有什么不同? 第一步出现连减“-497”和“-1503”后应该怎么办?

例 6 巧算:

(1) $2511 - 1999$

(2) $2511 - 2002$

指点迷津 (1)减数 1999 接近整千,可以看成 2000,比较 1999 和 2000,发现多减了 1,应该加上 1。(2)2002 接近 2000,可以先减去 2000,这样少减了 2,应该再减去 2。

例 7 巧算: $199999 + 19999 + 1999 + 199 + 19$

指点迷津 题中的 5 个数都分别接近 200000、20000、2000、200、20,可先当作 200000、20000、2000、200、20 相加,再分别减去多加的就可以使计算简便。

 变式题 →

计算: $199999 - 19999 - 1999 - 199 - 19$

指点迷津 先把 199999 看作 200000,再分别减去 20000、2000、200、20,再把多减去的 4 个 1 加上,把开始多算的 1 减去。

例 8 巧算: $376 + 385 + 391 + 380 + 377 + 389 + 383 + 374 + 366 + 378$

指点迷津 观察此题,发现接近 380 的数较多,不妨把这 10 个数都看成 380,再把多加的数减去,少加的数加上,保持原来的总和



名师点拨

比较一下例 5 中(3)题和(4)题解答的第一步有什么不同? 小明错在哪里?



名师点拨

将一些接近整百、整千的数当作整百、整千来计算,不要忘掉加上少加的或多减的数,减去少减的或多加的数。

不变。

例 9 巧算: $12345+23451+34512+45123+51234$

指点迷津 本题的巧算条件很不明显,但通过仔细观察,发现各个数位上的数字排列有一定的规律,如万位上: $1+2+3+4+5=15$ (个万),千位、百位、十位和个位数字的和也都是 15,即还有 15 个千、15 个百、15 个十和 15 个一。

例 10 巧算:

$123456+234567+345678+456789+567901+679012+790123+901234$

指点迷津 这 8 个数,可以把每两个数分成一组,正好每组的和是相同的,可以进行简便计算。



例题解答

例 1

$$(1) 25+57+75+41+19=(25+75)+(41+19)+57=100+60+57=217$$

$$(2) 312+6+294+88=(312+88)+(6+294)=400+300=700$$

例 2

$$(1) 473+388=461+12+388=461+(12+388)=461+400=861$$

$$(2) 9898+203=9898+102+101$$

$$=(9898+102)+101$$

$$=10000+101$$

$$=10101$$

$$(3) 399+573=400+573-1=973-1=972$$

$$(4) 2001+573=2000+573+1=2573+1=2574$$

例 3

$$(1) \text{解法一: } 1+2+3+4+\cdots+99+100$$

$$=(1+99)+(2+98)+(3+97)+\cdots+(49+51)+50+100$$

共有 49 个 100

$$=4900+50+100$$

$$=5050$$

$$\text{解法二: } 1+2+3+4+\cdots+99+100=(1+100)\times 100\div 2=5050$$

$$(2) 5+8+11+14+17+20+23+26+29+32$$



名师点拨

如果能找到每组两个数的和是相同的,运用乘法的意义,把它转化为乘法算会比较简便。

$$=(5+32) \times 10 \div 2$$

$$=37 \times 5$$

$$=185$$

例 4

$$\text{因为 } 1+2+\cdots+8+9=(1+9)+(2+8)+(3+7)+(4+6)+5=45$$

$$\text{所以 } 1+2+\cdots+8+9+10+9+8+\cdots+2+1=45+10+45=100$$

例 5

$$(1) 3425-1347-425=3425-425-1347=3000-1347=1653$$

$$(2) 676+(332-176)=676-176+332=500+332=832$$

$$(3) 4828-(828+497)=4828-828-497=4000-497=3503$$

$$(4) 7495-(495-287)=7495-495+287=7000+287=7287$$

$$\text{变式题 } 4828-(828+497)-1503$$

$$=(4828-828)-(497+1503)$$

$$=4000-2000$$

$$=2000$$

例 6

$$(1) 2511-1999=2511-2000+1=511+1=512$$

$$(2) 2511-2002=2511-2000-2=511-2=509$$

例 7

$$199999+19999+1999+199+19$$

$$=200000+20000+2000+200+20-1-1-1-1-1$$

$$=222220-5$$

$$=222215$$

$$\text{变式题 } 199999-19999-1999-199-19$$

$$=200000-20000-2000-200-20+4-1$$

$$=177783$$

例 8

$$376+385+391+380+377+389+383+374+366+378$$

$$=380 \times 10 - 4 + 5 + 11 - 3 + 9 + 3 - 6 - 14 - 2$$

$$=3800 + (5 + 11 + 9 + 3) - (4 + 3 + 6 + 14 + 2)$$

$$=3800 + 28 - 29$$

$$=3800 - 1$$

$$=3799$$

例 9

$$12345+23451+34512+45123+51234$$

$$=150000+15000+1500+150+15$$

=166665

例 10

$$\begin{aligned} & 123456+234567+345678+456789+567901+679012+790123+901234 \\ &= (123456+901234)+(234567+790123)+(345678+679012)+(456789+567901) \\ &= 1024690+1024690+1024690+1024690 \\ &= 1024690 \times 4 \\ &= 4098760 \end{aligned}$$



规律总结

◎你知道加、减法的巧算最容易在哪些地方出错吗?

◎你能总结出加减法的快速计算方法吗?

在运算过程中,不论是添括号,还是去括号,括号前面只要是减号,括号里的每个数,都要注意变号。原来是“+”号的要变成“-”号,原来是“-”号的要变成“+”号。



培优训练

1. 巧算:

(1) $98+247$

(2) $247-99$

(3) $247+201$

(4) $247-201$

(5) $69+142+131+58$

(6) $568+(101-68)$

2. 巧算 $317-58-42$ 时,计算正确的是()。

① $317-58-42$

② $317-58-42$

③ $317-58-42$

$=317-(58-42)$

$=317-(58+42)$

$=(317-58)+42$

$=301$

$=217$

$=301$

3. 巧算 $272-(72-28)$ 时,计算正确的是()。

① $272-(72-28)$

② $272-(72-28)$

③ $272-(72-28)$

$=272-72-28$

$=272-72+28$

$=272+72-28$

$=172$

$=228$

$=316$

4. 巧算:

(1) $4251-(251+1002)$

(2) $267-54-46$

(3) $(429-87)+71$

(4) $236+(134-49)-151$

(5) $374-(174-53)+47$

(6) $319-125-37-38$

5. $89+92+96+94+87+83+93+90=$ _____。

6. $1+2+3+4+5+1+2+3+4+5+1+2+3+4+5+1+2+3+4+5=$ _____。

7. $9+99+999+3=$ _____。

8. $(1+11+21+31+41)+(9+19+29+39+49)=$ _____。

9. $1+2+3+\cdots+2006+2007+2008+2007+2006+\cdots+3+2+1=$ _____。

10. $7+17+127+1237+12347+123457+1234567=$ _____。



竞赛提升

1. 求和:

(1) $1+2+3+\cdots+49+50$

(2) $2+4+6+\cdots+48+50$

2. 巧算:

(1) $5000-1-3-5-\cdots-97-99$

(2) $(1+3+5+\cdots+2005+2007)-(2+4+6+\cdots+2006)$

3. $123455+234566+345677+456788+567899=$ _____。

4. $8642-7531+6420-5309+4208-3097+2084-973=$ _____。

5. $6472-(4476-2480)+3528-(3323-1327)+5354-(7358-5362)+4646-(4843-2847)=$ _____。

6. $2008+2006-2004-2002+2000+1998-1996-1994+1992+1990-1988-1986-\cdots-4-2=$ _____。

7. $2009+1-2-3+4+5-6-7+8+9-10-11+12+13-14-15+\cdots+2005-2006-2007+2008=$ _____。

8. $(123456+234561+345612+456123+561234+612345)\div 7=$ _____。

9. $998877+988776+887766+877665+776655+766554+665544+655443=$ _____。

10. $1+4+4+7+7+10+10+\cdots+34+34+37=$ _____。



智力趣题

1. 有一个挂钟,一点钟时敲1下,两点钟时敲2下,……,十二点钟时敲12下,几点半钟时也敲1下。这个钟一昼夜要敲多少下?

2. 有一堆木材叠堆在一起,一共是40层,第一层有1根,第二层有2根,……,第几层有几根。这堆木材一共有多少根?



第二讲 找规律填数



知识要点

数列:我们把按一定规律排列起来的一列数叫数列。例如:

1, 2, 3, …… , 99, 100 (自然数列)

2, 4, 6, …… , 98, 100 (双数列)

研究数列的目的是为了掌握数列中数的排列规律,并根据这个规律来填写空缺的数。

寻找数列的规律要掌握一定的技巧,先找出前面相邻两数之间是否存在相同的和、差、积、商或几倍数多几(或少几)的规律,再看这个规律是否符合整个数列的排列规律。



典例剖析

例 1 先观察每组数有什么规律,然后在括号里填上适当的数。

(1) 2, 4, 6, 8, (), (), 14, ……

(2) 1, 4, 7, 10, (), (), 19, ……

(3) 1, 6, 11, 16, (), (), 31, ……

(4) 5, 15, 25, 35, (), (), 65, ……

(5) 36, 30, 24, 18, (), (), 0。

指点迷津 (1)题的规律是:相邻两数中,后一个数比前一个数多 2,即: $2+2=4$, $4+2=6$, $6+2=8$ 。(2)题的规律是:相邻两数中,后一个数比前一个数多 3,即 $1+3=4$, $4+3=7$, $7+3=10$ 。(3)题的规律是:相邻两数中,从第二个数开始,后一个数比前一个数多 5,即: $1+5=6$, $6+5=11$, $11+5=16$ 。(4)题的规律是:相邻两数中,从第二个数开始,后一个数比前一个数多 10,即: $5+10=15$, $15+10=25$, $25+10=35$ 。(5)题的规律是:从大到小排列,相邻两数中,从第二个数开始,后



名师点拨

这 5 题有什么共同的规律?

一个数比前一个数依次少 6, 即: $36-6=30$, $30-6=24$, $24-6=18$, $18-6=12$, $12-6=6$, $6-6=0$ 。

例 2 找出数列中的排列规律, 填上合适的数。

(1) 2, 4, 8, 16, (), (), (), ……

(2) 2048, 512, 128, (), (), ()。

(3) 5, 10, 20, 40, (), (), (), ……

(4) 3, 6, 12, 24, (), (), ()。

指点迷津 (1) 把相邻的前一个数扩大 2 倍, 就得到后一个数, 即 $2 \times 2 = 4$, $4 \times 2 = 8$, $8 \times 2 = 16$, 照这样算, $16 \times 2 = 32$, $32 \times 2 = 64$, $64 \times 2 = 128$ 。(2) 把前一个数缩小 4 倍, 就得到相邻的后一个数, 即 $2048 \div 4 = 512$, $512 \div 4 = 128$, 照这样算, $128 \div 4 = 32$, $32 \div 4 = 8$, $8 \div 4 = 2$ 。(3) 和 (4) 题只要把前一个数分别乘以 2 就能得到相邻的后一个数, 你会填吗?

例 3 找出数列中的排列规律, 填上合适的数。

(1) 1, 2, 5, 10, 17, (), (), (), ……

(2) 1, 1, 3, 7, 13, 21, (), (), (), ……

(3) 0, 5, 15, 30, 50, (), (), (), ……

(4) 0, 3, 9, 18, 30, (), (), (), ……

指点迷津 (1) 相邻两数中, 从第二个数开始, 后一个数是前一个数依次加 1, 3, 5, 7 得到的, 即: $1+1=2$, $2+3=5$, $5+5=10$, $10+7=17$, 照这样算下去, $17+9=26$, $26+11=37$, $37+13=50$ 。(2) 除 1 重复排列外, 其余的数均从小到大排列, 从第二个数开始, 相邻两数中, 后一个数是前一个数依次加 0, 2, 4, 6, 8 得到的, 即: $1+0=1$, $1+2=3$, $3+4=7$, $7+6=13$, $13+8=21$, 照这样算下去, $21+10=31$, $31+12=43$, $43+14=57$ 。(3) 从第二个数开始, 相邻两数中, 后一个数是前一个数依次加 5, 10, 15, 20 得到的, 即: $0+5=5$, $5+10=15$, $15+15=30$, $30+20=50$, 照这样算下去, $50+25=75$, $75+30=105$, $105+35=140$ 。(4) 这组数的规律是: 从第二个数开始, 相邻两数中, 后一个数是前一个数依次加 3, 6, 9, 12 得到的, 即: $0+3=3$, $3+6=9$, $9+9=18$, $18+12=30$, 照这样算下去, $30+15=45$, $45+18=63$, $63+21=84$ 。

例 4 找出数列中的排列规律, 填上合适的数。

(1) 1, 5, 3, 15, 5, 25, 7, 35, (), (), ……

(2) 2, 1, 4, 1, 6, 1, 8, 1, (), (), ……

名师点拨

只要把前一个数扩大或缩小几倍就能得到后一个数。

名师点拨

仔细观察, 每题中依次加入原数列中的一组数, 按先后顺序排列在一起, 又是一个有规律的排列。

名师点拨

间隔观察每个数, 把它们分成两个数列, 看看这两个数列各有什么规律。

(3) 3, 2, 6, 4, 9, 6, 12, 8, (), (), ……

(4) 2, 2, 6, 8, 18, 32, 54, 128, (), (), ……

指点迷津 (1) 观察第 1, 3, 5, 7 个数, 发现它们的排列规律是 1, 3, 5, 7, ……; 观察第 2, 4, 6, 8 个数, 发现它们的排列规律是 5, 15, 25, 35, ……, 相邻的后一个数比前一个数多 10。(2) 观察第 1, 3, 5, 7 个数, 发现它们的排列规律是 2, 4, 6, 8, ……; 观察第 2, 4, 6, 8 个数, 发现它们的排列规律是 1, 1, 1, 1, ……, 每个数都是 1。(3) 观察第 1, 3, 5, 7 个数, 发现它们的排列规律是 3, 6, 9, 12, ……; 相邻的后一个数比前一个数多 3; 观察第 2, 4, 6, 8 个数, 发现它们的排列规律是 2, 4, 6, 8, ……。(4) 观察第 1, 3, 5, 7 个数, 发现它们的排列规律是 2, 6, 18, 54, ……; 相邻的后一个数是前一个数的 3 倍; 观察第 2, 4, 6, 8 个数, 发现它们的排列规律是 2, 8, 32, 128, ……; 相邻的后一个数是前一个数的 4 倍。

例 5 找出数列中的排列规律, 填上合适的数。

(1) 1, 3, 7, 15, 31, (), (), ……

(2) 2, 3, 5, 8, 13, (), (), ……

(3) 3, 2, 10, 4, 31, 6, 94, 8, (), (), ……

(4) 1, 2, 5, 13, 34, (), (), ……

指点迷津 (1) 从第二个数起, 后面一个数都是它相邻的前一个数的 2 倍加 1。(2) 从第三个数开始, 每个数都恰好等于它相邻前面两个数的和, 即 $2+3=5$, $3+5=8$, ……。(3) 观察第 1, 3, 5, 7 个数, 第 3 个数是 $3 \times 3 + 1 = 10$, 第 5 个数是 $10 \times 3 + 1 = 31$, 第 7 个数是 $31 \times 3 + 1 = 94$, 发现它们排列的规律是: 后一个数是前一个数的 3 倍加 1; 观察第 2, 4, 6, 8 个数, 发现它们的排列规律是 2, 4, 6, 8, ……。(4) 观察发现 $2 \times 3 = 1 + 5$, $5 \times 3 = 2 + 13$, $13 \times 3 = 5 + 34$, 也就是从第二个数开始, 每一个数乘 3 等于它前后相邻两数的和, 第 6 个数应是 $34 \times 3 - 13 = 89$, 第 7 个数是 $89 \times 3 - 34 = 233$ 。

误区警示

例 5 中的第 (2) 题, 小芳是这样解答的: 因为 $2+1=3$, $3+2=5$, $5+3=8$, 所以这题的排列规律是: 相邻两数中, 从第 2 个数开始, 后一个数是前一个数依次加 1, 2, 3, ……得到的。第 6 个数是 $13+5=18$, 第 7 个数是 $18+6=24$ 。

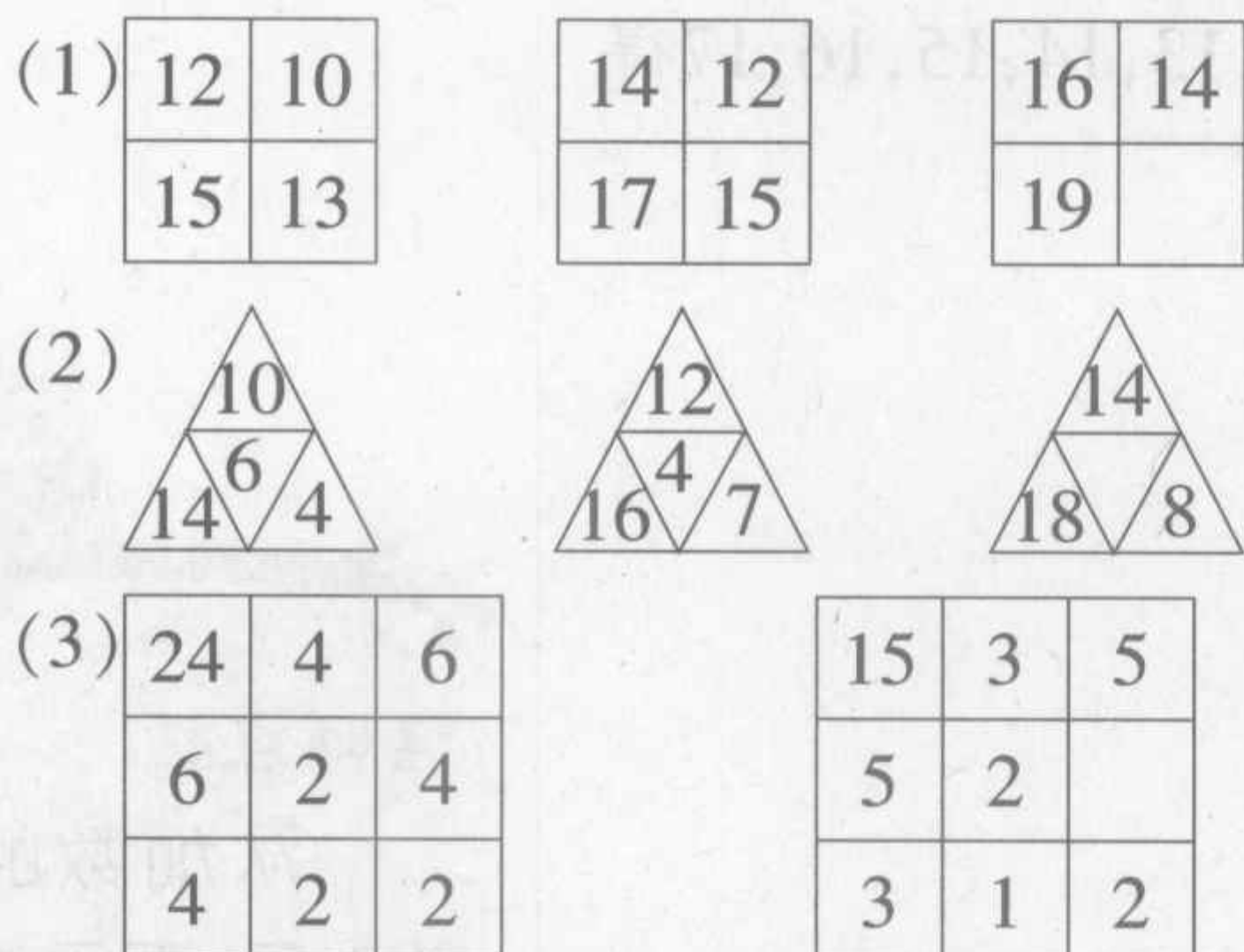
解: 2, 3, 5, 8, 13, (18), (24), ……

名师点拨

在找数列排列规律时, 不能只找前 3 个数符合的规律, 要找到符合整个数列的统一规律。



例6 根据前面图形里数的排列规律,在后面图形的空缺处填入适当的数。

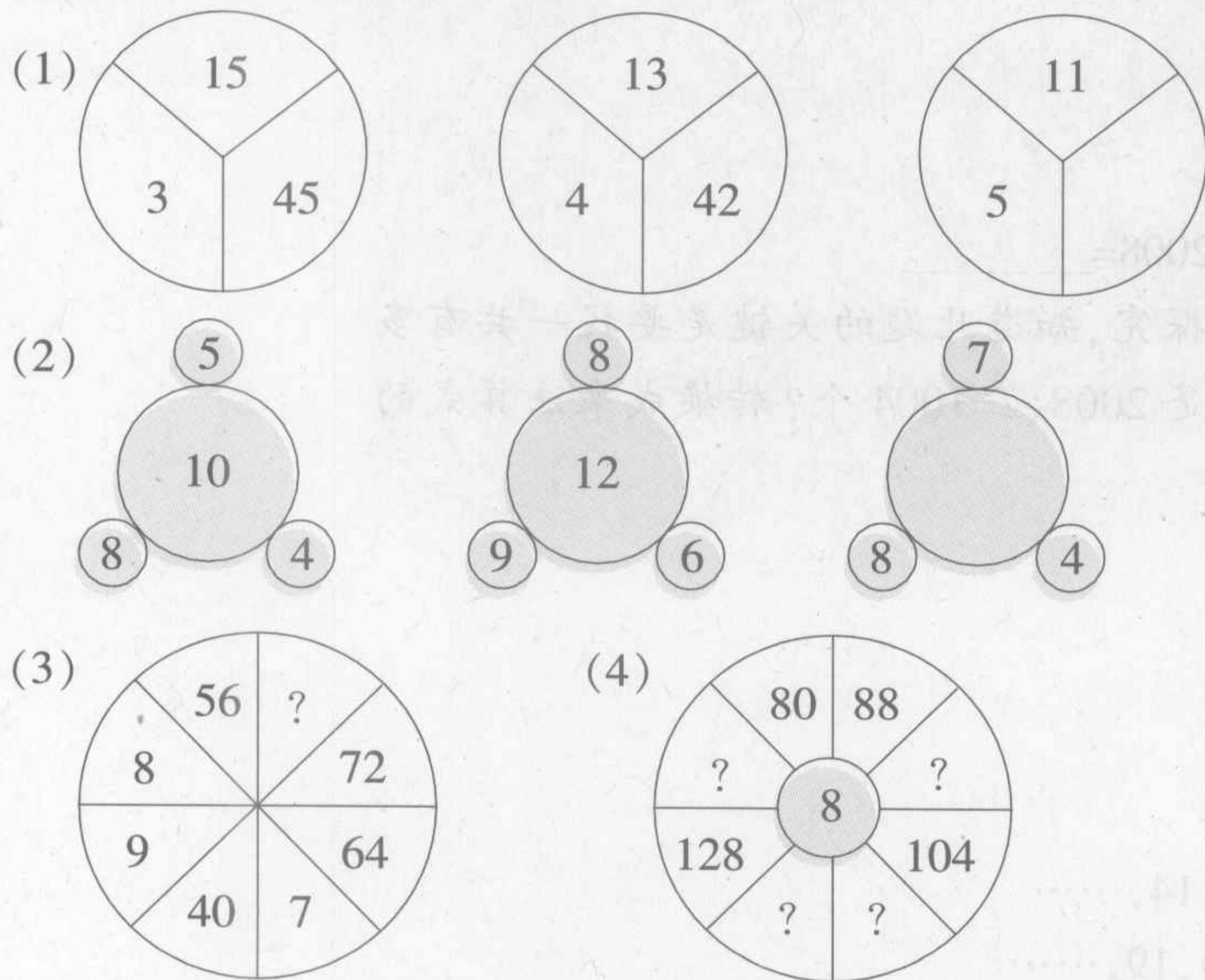


指点迷津 (1)横着看,右面的数比左边的数少2,竖着看,下面的数比上面的数多3。(2)通过观察,发现前两个图形三个数之间有这样的关系: $10+14=6\times 4$, $12+16=4\times 7$,也就是说中心小三角形中的数与右下角小三角形中的数的乘积等于上面小三角形中的数与左下角小三角形中的数的和。(3)从 $24=4\times 6$ 可知第一行最左边的数等于此行其余两个数的乘积,第一列最上面的数等于此列其余两个数的乘积;从 $4=2+2$, $6=2+4$ 可得第二行最左边的数等于此行其余两数的和,第二列最上面的数等于此列其余两数的和;从 $6=4+2$, $4=2+2$ 可得第三行、第三列的规律同第二行、第二列。

名师点拨

观察横行和竖行几个数之间的变化规律,用不同的方法试一试。

例7 观察各题中数的变化规律,然后填上图中所缺的数。



指点迷津 (1)第一个图形中 $15\times 3=45$,第二个图形中 $13\times 4=$

42,所以第三个图形也应具备同样的规律: $11 \times 5 = 55$ 。(2)上面的数与左下角的数的积除以右下角的数等于中间的数。(3)相对的两个数相除商为8。(4)中间的数依次乘以10,11,12,13,14,15,16,17得到旁边的数。

例 8 观察下面算式:

$$2+4=6=2 \times 3$$

$$2+4+6=12=3 \times 4$$

$$2+4+6+8=20=4 \times 5$$

.....

然后计算: $2+4+6+\cdots+100=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

指点迷津 我们已经在第一讲学会了计算 $2+4+6+\cdots+100$ 。这题是要我们把加法的计算转换成乘法计算。那么乘法的两个因数分别与加法的什么有关呢?不难发现,前三个乘法算式的第一个因数是加数的个数,即第一个加法算式有2个加数,第二个加法算式有3个加数,第三个加法算式有4个加数,则 $2+4+6+\cdots+100$ 应有50个加数。第二个因数又是什么?3比2多1,4比3多1,5比4多1,第二个因数应该是比加数的个数还要多1,即 $50+1=51$ 。

变式题→

观察下面算式:

$$2+4=6=2 \times 3$$

$$2+4+6=12=3 \times 4$$

$$2+4+6+8=20=4 \times 5$$

.....

然后计算: $2+4+6+\cdots+2008=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

指点迷津 有了例8的探究,知道此题的关键是要找一共有多少个数相加?是2008个,还是 $2008 \div 2 = 1004$ 个?转换成乘法算式的两个因数各是多少?



例题解答

例 1

(1) 2, 4, 6, 8, (10), (12), 14,

(2) 1, 4, 7, 10, (13), (16), 19,

(3) 1, 6, 11, 16, (21), (26), 31,

名师点拨

从加数的个数入手,看乘法算式的两个因数与原来加法算式中加数的个数有什么关系?