



数学方法论应用传播丛书

丛书主编 徐沥泉 徐鸿超

合情推理趣引

A Taste of Mathematics and Plausible Reasoning



顾曼生 胡建庭 顾劭惺 著

大连理工大学出版社 | DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS



数学方法论应用传播丛书

丛书主编 徐沥泉 徐鸿超

合情推理趣引

A Taste of Mathematics and Plausible Reasoning



顾曼生 胡建庭 顾劭惺 著

大连理工大学出版社 DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

合情推理趣引/顾曼生,胡建庭,顾劭惺著. —大连:大连理工大学出版社,2009.8

(数学方法论应用传播丛书)

ISBN 978-7-5611-4940-9

I. 合… II. ①顾…②胡…③顾… III. 数学方法—方法论 IV. O1-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 113318 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466

E-mail: dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连美跃彩色印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:147mm×210mm

印张:8.625

字数:162 千字

2009 年 8 月第 1 版

2009 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:于建辉

责任校对:骁 杰

封面设计:孙宝福

ISBN 978-7-5611-4940-9

定价:25.00 元



数学方法论应用传播丛书

编写委员会

丛书顾问(按姓氏笔画排序)

王梓坤 刘绍学 周春荔 林夏水

丛书主编 徐沥泉 徐鸿超

执行主编 唐志华

委员(按姓氏笔画排序)

于世章	王民珠	王光明	朱恒杰
何万生	吴勤文	杨世明	杨冠夏
陈安宁	陈远刚	周公贤	周家禧
徐献卿	袁 渊	郭 璋	顾晓华
储东花	谢 祥	裴光亚	

“数学方法论应用传播丛书”题词

推广数学方法论二十年

徐利治

2009年8月于大连

总 序

“太湖烟波碧沉沉 渤海嗒淋^①沁人心。”

由大连理工大学出版社出版的“数学方法论应用传播丛书”，与读者见面了。这是我国数学科学与数学教育文库百花园中的一簇奇葩。

先让我们扼要地回顾一下这套丛书的由来。

1987年8月，无锡市的数学老师应邀出席了由大连理工大学应用数学研究所主办的“全国数学方法论和数学史学术研讨会”。在此期间，一连六天，我国著名数学家徐利治教授作了关于“数学方法论和G·波利亚数学教育思想”的系列讲座。尔后，无锡市的老师又出席了由周春荔先生、杨世明先生在首都师范大学主持召开的“全国首届波利亚数学教育思想学术研讨会”。

返锡后，他们在时任无锡市教育局局长周稽裘先生的亲自部署和直接领导下，在无锡市原教研室主任、特级教师李永灿先生的支持与指导下，成立了无锡市 MM(Mathematical Methodology)课

① “大连”原本是满语中“嗒淋”的译音，本意是“海滨”之意。

题组. 教育行政部门组织和协调市教育科学研究所、市教研室和江南大学·教育学院等各方面的研究力量,“强强联合”协作攻关,设计出“贯彻数学方法论的教育方式,全面提高学生素质”的数学教育实验(简称 MM 实验)课题. 从此,在中国无锡市正式拉开了把数学方法论和波利亚数学教育思想直接应用于数学教育教学实践的序幕.

此后,在时任江苏省教委主任袁相碗教授、副主任周稽裘先生的关心支持下,在无锡市教委主任林建坤先生的直接参与和领导下,MM 课题先后列入江苏省教育科研“八五、九五”重点项目和国家教委“八五规划”项目.

经过 5 年实验,证明 MM 教育方式不仅减轻了师生的负担,而且提高了老师的数学水平和教学水平,从而提高了教学质量. 因此,它于 1994 年通过了受江苏省教委委托,由王梓坤院士、徐利治教授组成的专家组的鉴定,并获得高度好评.

MM 实验从设计到确立为一种教育方式(MM 教育方式),并且推广到全国十几个省、市、自治区,迄今已经整整 20 年. 这其中倾注了设计者、实验者、推广者的大量心血. 当年参加实验和推广的老师已经陆续退休了,而且随着年龄的增长,他们将无法到全国各地亲自指导和推广 MM 实验. 这就提出一个问题:如何使 MM 实验继续推广下去,使 MM 教育方式世代相传,并且随着时代的发展而不断发展?

当然,作为实验,已经出版过两本教材:杨世明、周春荔、徐沥泉著的《MM 教育方式:理论与实践》(2002 年)和徐沥泉著的《教学·研究·发现——MM 方式演绎》(2003 年). 不过,MM 实

验需要具备一定的条件,这就使得它的传播带有一定的局限性.特别是对于不具备实验条件,又希望在数学教学中贯彻 MM 教育方式的一些重要教育思想和教学方法的老师来说,则需要一部能概括 MM 实验、MM 教育方式的普及书.因此,我在 2006 年于新疆召开的数学科学方法论研究交流中心理事会上提议:撰写一部“MM 教育方式”雅俗共赏的书籍.

现在,我国各地 MM 实验点一线教师,以及热心于数学方法论的理论传播和应用研究的大、中、小学数学教师 and 教学研究人员集思广益,共同努力,分工协作撰写的“数学方法论应用传播丛书”,终于正式出版了.她比我原先设想的 MM 教育方式普及性书籍能更全面地传播数学科学,传播数学方法论,传播数学文化,传播数学的精髓.是一套让人走进数学,理解数学,鉴赏数学,品味数学,直到热爱数学和应用数学,宣传数学思想方法的高级科普读物.

丛书作者的知识结构、年龄结构合理,在丛书写作方面具有最佳的主体结构.作者的年龄跨度从 33 岁至 89 岁,这是少见的,也是十分可喜的.我国一批著名数学家、科学家都十分关心和支持数学方法论的研究与普及工作,关心数学科普作品的撰写与出版.王梓坤教授的《科学发现纵横谈》一书,就给我们如何撰写科普著作做出了榜样.该书对从事理科和文科工作的同志都起到了很好的教育作用.本套丛书的作者也认真学习和尝试了这种风韵.

值此 MM 课题实施 20 周年之际,王梓坤院士和刘绍学教授等又为 MM 实验纪念活动,为本套丛书的出版发来了热情洋溢的贺词与贺信.年届 90 的徐利治教授亲自撰写有关 MM 教育方式

的论文和《MM 教育方式:理论与实践》一书的序言。“天下士非一方之士,人伦师乃万世之师。”他们为本套丛书留下了珍贵的作品和墨宝,他们的思想在这套丛书中得以充分体现,以飨读者. 作为一名数学哲学工作者,看到这些著名数学家和科学家为数学科普工作付出的辛劳,我感到由衷的欣慰.

丛书共有八本专著和一本编著.《源于教学·高于教学——MM 方式演绎》一书,是《教学·研究·发现——MM 方式演绎》(科学出版社,2003 年 3 月)的姊妹篇,其中收录了全国各实验点 70 余位老师的专题论文、研究报告、教学设计和教学实录. 他们之中有著名学者,大学教授、副教授、讲师和初出茅庐的博士、硕士;有中、小学的特级教师、高级教师;有享受国家和地方政府特殊津贴的专家,全国模范教师、先进教师和科技拔尖人才.

《合情推理趣引》、《数学——直觉与逻辑的交响乐》、《数学和谐美》等著作,揭示和展现了数学发现和发明过程中直觉思维、形象思维和逻辑思维交融的旋律. 数学和文学、数学和艺术都是相通的.

数学是研究抽象事物的,它的抽象性保证了其应用的广泛性. 如何教育学生从具体事物中抽象出数学问题?《学会抽象与建模》一书的许多数学模型都是从日常生活中以及我们身边的例子提炼(抽象)出来的,有一部分是中学数学课堂教学的实例,还有一部分是由中学生从自己周围的具体事例中抽象概括出来的数学模型和他们的获奖作品,颇具特色,也有一定的应用价值. 学会抽象与建模应该成为学习数学的一种技能.

数学教育是人类的一件大事. 古往今来,许许多多数学家、教

育家、教师和数学教育工作者，一直在“摸着石头过河”。怎样摸得更好？怎样避免陷入泥潭？记得一位伟人说过：“人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。”那么，《数学·教学·哲学》和《世纪婚约——哲学与数学教育联姻的实践与思考》这两部著作将给我们带来深刻的启迪与思考。它将帮助我们回答数学的本质是什么，数学教育和数学教学的本质又是什么，在数学教学中怎样提高学生的一般科学素养，增进社会文化修养，形成和发展数学品质，从而全面提高学生的素质。

一个好的数学教师，他的任务是帮助学生了解数学文化、喜爱数学文化、陶醉于数学文化，进而让学生学会用数学家的思维方式思考问题、解决问题。正如波利亚所说，让处于性格极易改变的青少年时期的学生，养成善思的好习惯，从而改变他们一生的命运。《从喜欢到入迷——学好数学的秘密》一书的作者将以自己的亲身经历说明如何用以上思想来教育学生，让学生从害怕数学、讨厌数学的困境中解脱出来，从而热爱数学，迷恋数学。从一二十分到全年级前三名，一些看来是神话般的例子，确实是现实的，关键是要真正地了解数学及其教学方法。

《数学思想赏析》一书内容丰富、内涵深刻，作者居高临下，又深入浅出，可供非数学专业的读者领略和赏析数学美，学到一定的数学常识、数学知识、典型的数学思想与方法；也可供爱好数学和数学专业的读者在茶余饭后分享与品味作者精心设计与制作的数学实例。它会引起具有较好数学基础和具备较高数学素养的读者的共鸣。

总之，本套丛书是具有数学科学方法论特色、兼具鉴赏性和教

材性的数学专题科普著作.同时,她又沟通了文理科学,内容丰富,事例翔实,起点有高有低,读者可各取所需,适合于广大数学爱好者阅读.

“数学方法论应用传播丛书”的宗旨是:走进数学,理解数学,养成数学思维,欣赏数学的美;品味数学,启迪心智,增强数学修养,弘扬数学文化.我们要提倡、鼓励和采取有效机制让学习和从事文科的人们读一点自然科学的科普读物;学习和从事理科(含数学)的人们阅读和鉴赏一些文学、艺术名著.开阔思路,从事跨学科的研究工作,把各自的思维活动发挥得淋漓尽致,不断地实现科学研究中的发明和发现.

林夏水

2009年2月15日

前 言

“一个国家只有数学蓬勃的发展,才能展现它国力的强大。”拿破仑这样讲。

“没有数学就没有真正的智慧。”柏拉图如此道白。

高斯论述:“数学是科学的女皇。”

毕达哥拉斯认为:“宇宙由数主宰。”

哈尔莫斯说:“数学是创造性的艺术。”

罗素却说:“数学是逻辑的成年时代。”

.....

人们对数学、对数学思维的评价都是这样极天极地、含情脉脉。

我爱数学,因为数学美丽,因为数学精彩。

因为爱,就斗胆编写了本书,敢于在专家、学者、同行们面前献丑,顾不了好不好、该不该。不过,我是尽心尽力写的,写了点点“学”的心得,写了区区“教”的体会,却写不尽我在学中教、教中学的欢乐与感慨。

因为仅仅是个人感悟,对“合情推理”的认识就没有高度,没有

深度,只是“引”的水平,“引玉”的期待.为了写出“趣”,我选编了一些故事,请不要见怪.因为我的爱,也从“品”故事过来.

编写本书,只有一个愿望:用我的心换取您对数学的爱,用我的真诚换取您对合情推理的青睐;希望有一天,能倾听您用数学思维的音符,演奏一曲青春之歌,激昂豪迈!这本小册子分上、中、下三篇:品、学、教,不用多说,您就可以估计大概.您可以跳跃式地选择浏览其中一部分,如果对您有所帮助,有所启发,年近古稀的我,也会备受鼓舞,心潮澎湃.

体育的魅力在于超越,所以拼搏常在;音乐的魅力在于意境,所以痴迷难改;数学的魅力呢?超越、意境都有,所以美丽精彩.不同的是,数学的乐趣,数学的魅力,并不显露在外,只有全身心地投入思维中,才能茅塞顿开.

以观察开启心灵的智慧,用联想突破发现的障碍;规律从经验中归纳,灵感在实践里开采;类比他人的成功,猜想自己的未来!

作者

2009年2月于无锡

目 录

上篇 品	1
1 晏子使楚 邹忌讽谏 类比助齐国	3
2 发明锯子 发现浮力 联想导成功	12
3 八岁神童 七旬盲翁 观察出智慧	21
4 影子测高 美女品茶 实验蕴真理	31
5 推倒骨牌 等来彗星 归纳定结论	40
6 南极探险 地图着色 猜想促发现	50
7 汽缸分离 轮胎充气 灵感解困惑	59
8 破解雷电 算出行星 探索加演绎	69
中篇 学	78
1 怎样解题 怎样回顾 例说费马点	80
2 尽情联想 尽力引申 推广最短线	92
3 注重过程 感悟道理 解密找规律	103
4 兔子数列 家族兴旺 又添新成员 ——由递推关系求 n 重复合函数的定义域	115
5 纵向沟通 横向拓宽 激活类比法	129
6 大胆猜想 小心求证 善待归纳法	142

合情推理趣引

7	逆向思维	正反相辅	巧用反函数	154
8	二次曲线	二次曲面	归于二次型	166
下篇 教				176
1	梵塔故事	搬板游戏	寓教于活动	178
2	剖析符号	揭示联系	审美中复习	186
3	歧路亡羊	诱发兴趣	欣然学发现	197
4	回顾旧知	引进新数	数学地思维	206
5	观察实体	想象线面	实践编教材	215
6	类比思考	归纳小结	改进习题课	225
7	立足三维	超越三维	抽象变自然	237
8	既教判断	又教估猜	级数论敛散	246
参考文献				259

上 篇 品

数学,如果你正确地看待它,则会发现它具有
一种至高无上的美,一种冷色而严肃的美,这种美
没有音乐或绘画那般华丽的装饰,它纯洁到崇高
的地步,达到了只有最伟大的艺术才能显示的那
种完美的境界。

——伯特兰·罗素

(Bertrand Russell, 1872—1970)

英国哲学家、数学家,诺贝尔文学奖得主)

人是爱美的. 美学有四大构件: 史诗、音乐、造型和数学.

数学里处处蕴涵着美: 一些精要的数学符号, 一个精练的数学公式, 一条精辟的数学定理, 一种精彩的数学构想, 一组精巧的数学方法……无不显示出数学的魅力、数学的美丽. 这些美自然而不矫作, 高贵而不庸俗, 沉稳而不浮躁, 冷峻中不失灵动, 奇异中又不乏和谐, 反映了自然的秩序与规律, 闪现着数学巨人们思想深处那汨汨不息的美感之源所散发出的激情与脉动, 其升腾出的美的氤氲, 笼罩着一种思维上的灵逸和深远, 带给人们一丝迷醉其中的淡淡情愫.

有人这样赞颂道: 数学美, 桂林的山, 阳朔的水; 婴儿的笑, 少女的眉. 数学是花园, 四季如春吐芳菲; 数学是桥梁, 一路彩霞白云飞; 数学是驿站, 数形怡情忘却累. 唱不尽和谐与简洁, 道不完奇异变幻美. 数学美, 细细地品, 微微地醉; 数学美, 凝固的诗, 永恒的规, 智者的心, 灵动的轨. 数学是体操, 陶冶性情锤炼思维; 数学是武器, 攻城破关无坚不摧; 数学是文化, 清风化雨绽放红梅. 唱不尽鬼斧匠神工, 道不完曲径通精微. 数学美, 细细地品, 微微地醉……

大海美在浪花, 大地美在绿意, 人生美在心灵, 数学美在思维. 爱因斯坦说: “纯粹数学, 就其本质而言, 是逻辑思想的诗篇.” 数学就是诗.

数学美, 因此欣赏数学、学习数学就是一种美的享受. 在这一篇里, 让我们一起通过故事, 掀开数学思维这层神秘的面纱, 认识装扮数学美的合情推理, 感受数学的魅力.