

主编 马晓平 刘年义 杨雪香 宋韦 毋胭脂

论数学教学方法



西安地图出版社

论数学教学方法

主编 马晓平 刘年义 杨雪香
宋 韦 毋胭脂

西安地图出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

论数学教学方法/马晓平主编.—西安: 西安地图出版社,
2007.5

ISBN 978-7-80748-082-2

I. 论… II. 马… III. 数学课—教学法—小学 IV.
G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 061936 号

论数学教学方法

马晓平 主编

西安地图出版社出版发行

(西安市友谊东路 334 号 邮政编码: 710054)

新华书店经销 河南省宏大印业有限公司印刷

787 毫米×1092 毫米 1/16 开本 18.75 印张 500 千字

2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷

印数: 0001—1200

ISBN 978-7-80748-082-2

定价: 28.60 元

前 言

全书由绪论和 12 章内容组成，可分为三个部分。绪论作为独立的一部分内容，简要阐述了小学数学教学论的研究对象、意义与方法，介绍了本学科所包括的主要内容和研究范围。第一章到第七章为第二部分，属于总论部分，阐述了小学数学课程与教学的基本原理，从比较宏观的角度介绍了小学数学课程与教学的有关理论与方法。这部分内容包括小学数学课程目标、课程内容、学习理论及学习过程、教学过程与方法、教学组织、教学手段和教学评价。第八章到第十二章为第三部分，属于小学数学具体内容的分析与教学研究，论述了小学数学中主要领域内容的目标、内容和教学方法。这部分内容的编写以《全日制义务教育教学课程标准（实验稿）》（以下简称《标准》）中确定的数学课程内容的四个领域为主线，即数与代数、空间与图形、统计与概率、实践与综合应用。每个领域的内容与以往教学大纲的不同。《标准》未把“应用题”作为一个单独的领域，但学生学习解决问题是小学数学教学的重要任务。取消应用题作为一个独立的领域，并不意味削弱学生解决问题能力的培养，解决问题仍然是小学数学教学的重要目标。因此，本书把“数学问题及其数学”作为独立一章来阐述。

本书由马晓平、宋韦、杨雪香、刘年义、毋胭脂等主编，各章具体分工是：第一章、第二章、第六章由杨雪香、种国富编写，第三章、第四章、第十二章由宋韦、毋光先编写，第五章、第八章由马晓平、毋胭脂编写，绪论、第七章、第九章、第十章、第十一章由刘年义、魏跃进、廉迎普编写。

感谢西安地图出版社马京鸣、田英华等同志对书稿认真审阅提，出修改意见。

大学本科小学教育专业的《论数学教学方法》课程和教材需要在教学改革中不断研究和改进。希望本书能够适应小学教育本科专业学生的学习，也为小学教师在职进修提高提供参考。希望同学们和广大读者对本书提出宝贵意见。

目 录

绪论	1
一、数学与数学教育的发展	1
二、国外数学教育改革的特点与趋势	4
三、国内数学教育改革回顾	6
四、小学数学教学论的研究对象	9
五、小学数学教学论的研究意义	11
六、小学数学教学论的研究方法	12
思考题	14
第一章 小学数学课程目标	15
第一节 数学课程目标概述	15
第二节 影响数学课程目标的因素	16
第三节 国际数学课程目标的改革与发展	18
第四节 我国小学数学课程目标的演变与分析	23
第五节 现行小学数学课程目标评析	25
思考题	31
第二章 小学数学课程内容	32
第一节 小学数学课程内容概述	32
第二节 小学数学课程内容的选择	33
第三节 小学数学课程内容的结构	35
第四节 小学数学课程内容的组织	40
第五节 国内外小学数学课程内容的改革	45
思考题	50
第三章 小学数学学习理论及学习过程	51
第一节 小学数学学习概述	51
第二节 数学学习理论课程及其对数学教育的影响	52
第三节 小学数学学习过程	56
第四节 小学数学学习兴趣、信心和情感的培养	62
思考题	67
第四章 小学数学教学过程与方法	68

第一节	小学数学教学过程概述	68
第二节	小学数学教学课程的改革与发展	73
第三节	小学数学常用的教学方法	76
第四节	小学数学教学方式的变革	83
第五节	小学数学教学方法的选择与优化	87
思考题		89
第五章	小学数学教学的组织	90
第一节	小学数学教学的基本组织形式	90
第二节	小学数学课堂教学的类型及结构	92
第三节	小学数学课堂教学的备课	96
第四节	小学数学教学设计	100
第五节	小学数学课堂教学的组织	112
第六节	小学数学作业及其指导	117
第七节	小学数学课外活动的组织	119
第八节	教学反思与小学教师专业成长	121
思考题		125
第六章	小学数学教学手段	126
第一节	小学数学教学手段概述	126
第二节	常规教学手段	129
第三节	多功能教学手段	135
第四节	现代化教学手段	141
第五节	计算机辅助教学	143
第六节	小学数学教学手段的选择和运用	150
思考题		152
第七章	小学数学教学评价	153
第一节	教学评价概述	153
第二节	小学数学课堂教学评价	156
第三节	小学生数学学习的评价	163
第四节	小学数学学习评价的改革	171
思考题		173
第八章	数与代数内容分析与教学研究	174
第一节	数与代数课程目标分析	174
第二节	数与代数课程内容分析	177

第三节 数与代数教学的策略与方法	188
思考题	205
第九章 空间与图形内容分析与教学研究	206
第一节 空间与图形的改革与发展	206
第二节 空间与图形课程目标分析	208
第三节 空间与图形课程内容分析	212
第四节 空间与图形教学的策略与方法	219
思考题	229
第十章 统计与概率内容分析与教学研究	230
第一节 统计与概率的教育价值	230
第二节 统计与概率课程目标分析	232
第三节 统计与概率课程内容分析	234
第四节 统计与概率教学策略	242
思考题	247
第十一章 实践与综合应用内容分析与教学研究	248
第一节 实践与综合应用的改革与发展	248
第二节 实践与综合应用内容分析	250
第三节 实践与综合应用教学研究	255
第四节 实践与综合应用的评价	261
思考题	263
附表 1 小学数学实践与综合应用示例	264
附表 2 数学实践与综合应用教学评估内容	266
第十二章 数学问题及其教学	267
第一节 数学问题概述	267
第二节 解决数学问题的方法与策略	271
第三节 小学生解决问题能力的培养	281
第四节 小学数学开放及其教学	284
思考题	289
主要参考文献	290

绪 论

内容提要：绪论概要地阐述数学与数学教育的特征和价值，展示了国内外数学教育改革与发展的历程，分析了小学数学教学论的研究对象、意义和方法。

数学是小学教育阶段的主要学科之一。从小打好数学基础，提高数学素养，是小学数学教育的主要目标。小学数学教学论作为小学教育的一门必修课程，将向未来的和现任的小学数学教师比较全面地展示小学数学课程与教学的基本原理和方法，介绍这门学科的发展与现状，分析小学数学课程与教学改革的基本问题，研究典型的教学课改案例，为教师建立正确的数学教育观念，丰富教师的数学知识结构，展示最新的教育理论和方法，提供较全面的教育资源和较系统的论述。

数学是一门既古老又年轻的学科，一直以来在小学教育中发挥着重要作用。说其古老，是指以数学作为学习对象有着悠久的历史，与具有的悠久历史的数学科学是同步发展的。说其年轻，是指将数学作为普通教育的一个组成部分在教育体系中还是从近代开始的。近年来，随着社会的进步、科学技术的发展以及国家对基础教育的重视，数学在中小学教育中的地位愈来愈重要。研究小学数学教学问题，认识小学数学教学规律，提高小学数学教育质量成为倍受关注的课题之一。小学数学教学研究成为小学教育改革的一个重要组成部分。

一、数学与数学教育的发展

数学是一门古老而又“神秘”的科学。在人类社会的发展进程中起着重要的作用。一方面，数学是每位公民所必备的基本素养，人们的社会生活离不开数学，另一方面，数学使人们变得愈来愈聪明，促进了人的个体发展。因而，数学教育是学校教育的每个阶段教育所必须的，特别是基础教育阶段更是如此。人类对数学的认识与研究 and 人类自身的发展是同步的，数学教育也随着人类的发展而发展。认识和理解数学与数学教育的发展，对研究小学数学教育有着重要的意义。

（一）数学的研究对象、特征与发展

小学数学学科是按照一定的需要，遵循一定的原则，从数学学科中精心选择，编排而成的。作为学科的数学与科学的数学有密切的联系，又有很大的区别。认识数学科学的研究对象、主要特征和发展过程，有助于人们确定和理解数学教育的目的，认识数学教育的规律和特点。

1. 数学的研究对象

数学是人们认识自然与社会的重要工具。千百年来，人们不断地探索和认识数学、理解和应用数学解决现实问题，对数学的认识也在不断地演变和发展。数学是对现实世界的事物在数量关系和空间形式方面的抽象，数学来源于人们的生产和生活实践，反过来又为人们的社会实践和日常生活服务，是人类从事各项活动不可缺少的工具。是长期以来人们对数学的理解。也是人们对“数学是研究现实世界数量关系和空间形式的科学”的理解。随着数学科学的发展，数学研究对象范围的不断扩大，人们对数学的本质的认识也在不断深入。人们从不同的角度阐述对数学本质的认识和理解。《标准》指出，数学是人类生活的工具；数学是人类用于交流的语言；数学是一种人类文化；数学能赋予人创造性，等等。数学不仅仅是一门知识，更是人类实践活

动创造的产物；社会与文化不仅推动着数学的发展，同时数学也是推动社会与文化发展的关键因素。因此，对数学的认识不仅要从事数学家关于数学本质的观点中去领悟，更要从数学活动的亲身实践中去体验；数学发展的动力不仅要从事历史的角度去考虑，更要从数学与人和现实生活的联系中寻找。

2.数学的主要特征

一般认为，数学科学具有抽象性、严谨性和广泛的应用性等特征。

数学的抽象性是指数学来源于实践，是现实世界的事物在数量关系和空间形式上的抽象，在表现形式和处理方法上都具有抽象的特征。从最简单的数学概念，到比较复杂的函数和图形，都具有抽象性的特征。如自然数就是现实中具体数量的抽象，“4”这个数可以代表4只羊，4棵树，一年的季度数，一匹马的4条腿等。一切数量上具有4的特征的事物都可以用4来表示。因此，4这个抽象的符号抛弃了事物的其他特性，只保留数量这一特征。几何中的线和图形也同样具有抽象性。数学中的抽象又有不同的水平和不同的层次。代数中用字母表示数。字母相对于数字是一种较高层次的抽象，可以表示一定范围内的任何数。在研究方法上，从有限的量，到无限的量，也是一种抽象的过程。认识无限的变化过程比有限数量的运算过程要抽象的多。数学的抽象过程是随着人们认识水平的提高而不断深化的。

数学的严谨性是指数学中的每个定理、定律都要经过严格的证明才能得以成立。数学的语言和思考的过程都要求具有严谨性，合乎逻辑。数学的证明要从公理出发，经过严格的推导过程，得出合乎逻辑的结论。平面几何的论证和推理就是这种严谨性的突出表现。当然，在小学数学教学中，由于学生的年龄特点，并不要求每一个结论都用严格的逻辑证明来实现，但在思考方式上应体现逻辑性。

数学具有广泛的应用性。特别是现代科学技术飞速发展的今天，数学的应用越来越广，不仅在自然科学中得到广泛的应用，而且在许多社会科学领域也越来越多的用到数学的原理和方法。随着计算机技术的发展，数学的应用会更加广泛。

数学还具有形象化、简单化和符号化等特征。数学的形式代表现在数学在处理问题时，往往脱离具体的内容，会用一种形式的方法解题。如四则运算的运算法则、面积和体积的计算公式。数学的简单化表现在用数学方法处理和表达事物时，往往要摒弃许多具体的特性，而用一种简单的形式表现出来。“数学化”的过程是将现实的问题变成数学问题的一种简单化过程。引用符号来表示数学中的概念和方法，将符号作为一种语言在数学研究过程中运用也是数学的一个特征。

3.数学的发展过程

数学的发展经历了漫长的历史，从人类早期对数学认识开始，大致可以分为萌芽时期、初等数学时期、变量数学时期、近代数学时期和现代数学时期。在不同的时期，人们对数学的认识从低级到高级不断发展。了解数学的发展过程，有助于我们研究小学数学学科的有关问题。

(1) 萌芽时期（公元前5世纪以前）

数学的产生与人类文明的发展紧密联系，数学的萌芽时期开始于包括中国在内的几个文明古国。在这个时期，由于生产力的逐步发展，人们要对获取的物质资料作出量的估计，于是就产生了自然数、分数和四则运算。由于测量土地的需要，人们逐步形成了对几何概念的认识和几何方法的研究。如由于尼罗河的泛滥，两岸田地经常被冲刷而分不清界限，需要重新测量，就促进了几何学的发展。但这一时期数学的发展十分缓慢，形成的知识是零碎的、没有逻辑的。

(2) 初等数学时期（公元前5世纪 - 17世纪中叶）

这一时期由于生产力的发展，促进了数学的发展，逐步创立了比较系统的初等数学体系。主要特点是：建立了初等数学体系；开始运用了比较科学的记数方法；运用

了较严格的数学论证方法。代表性成就有：欧几里德的《几何原本》，在这本书中建立了一套严格的论证体系，用公理、定义和严密的逻辑方法进行论证。标志着数学从具体的实验阶段过渡到抽象的理论阶段，数学逐步成为一门独立的演绎学科；阿拉伯数字系统的确立，对数学的发展产生了相当大的影响；而中国的《周髀算经》、《九章算术》在我国古代

已经形成了一定的数学体系。

(3) 变量数学时期（17 世纪中叶 - 19 世纪初）

17 世纪初，欧洲开始进入资本主义社会，生产方式逐步由手工业向机器工业过渡，大大推进了科学技术的发展。当时的航海、军事、运河的开凿等都需要复杂的计算，初等数学的方法已经满足不了日益发展的需要。于是，人们就开始研究变量数学，研究函数的变化规律。解析几何和微积分的出现是变量数学发展的重要标志。笛卡儿创立的直角坐标系，对变量数学的发展提供了有力的工具；而牛顿和莱布尼兹同时建立的微积分是这一时期最辉煌的成就。

(4) 近代数学时期（19 世纪初 - 二战以前）

19 世纪 20 年代以后，数学发生了一系列重要的变化，数学的领域也在不断的扩展。俄国的罗巴切夫创立的《非欧几何》否定了欧式几何的平行公理的演绎系统，为几何学的研究开创了更广阔的领域。近世代数将代数学的研究对象扩展为向量、矩阵，等等，转向了对代数系统本身结构的研究。拓扑学、概率论等新的研究领域更是数学科学研究面貌焕然一新。所有这些都使数学的研究更加深入，运用数学解决问题的范围更加广泛。

(5) 现代数学时期（二战以后）

二战以后，科学技术有了突飞猛进的发展，特别是计算机的出现和飞速发展，为人类社会的发展带来了前所未有的变化。

从数学的发展过程中我们可以看出，数学的产生和发展与人类生产紧密联系，数学来源于人们的生活和生产实际。同时，科学技术的发展促进了数学学科的发展。生产和科学技术的发展向数学提出了新的要求，而数学领域的扩展和数学方法的进步，也为科学技术的发展提供了有力的工具。

(二) 数学科学与小学数学学科

作为学科的小学数学和数学科学既有密切的联系，又有明显的区别。数学科学是以研究客观世界的数量关系和空间形式的规律为目的，具有严谨的科学体系和逻辑的系统方法，而小学数学学科则是以培养学生，使学生了解数学，形成一定的数学素养为目的，是学生全面发展教育的一个重要组成部分。作为学科的小学数学，是从数学科学中选择内容而形成的，但并不是将数学科学的内容简单地加以组合而形成的，它既要考虑到数学科学的严谨性、逻辑性，又要符合小学生的认识能力和思维发展规律，作为现在或未来的数学教师，充分认识两者之间的联系和区别，对于我们认识和理解小学数学教育规律有着十分重要的意义。

第一，数学科学要对数学的理论与方法进行系统的阐述，一般从基本的概念和原理出发，全面系统、科学地表述某一个数学领域的内容和方法。而数学学科要考虑学生的心理特点和认识规律，从学生的学习需要和可能出发，安排和呈现有关的内容和方法。数学学科一般要从学生的生活实际出发，让学生充分感知所学的内容和方法。例如，对于数学概念的认识，不是从数的概念体系论述而是从学生熟悉的生活实际，通过具体的实物，让学生通过操作、演示等方式直观地学习。

第二，数学科学对所有的定理、公式、法则都要进行严格的论证和推导，以保证其严谨性和逻辑性。而数学学科要从学生的接受能力出发，往往不做严格的论证，只是通过列举的方式，用归纳的方法得出结果。让学生认识有关的原理。如加法的交换律，就是通过列举实例的方法，通过归纳的方法得出的。

让学生观察实例，列出有关算式

$$\begin{array}{lll} 3+5=8 & 5+3=8 & \text{所以 } 3+5=5+3 \\ 12+6=18 & 6+12=18 & \text{所以 } 12+6=6+12 \\ 15+25=40 & 25+15=40 & \text{所以 } 15+25=25+15 \end{array}$$

进而可以得出这样的结论：两个数相加，交换加数的位置，和不变，这就是加法的交换律，用字母表示就是 $a+b=b+a$

这样的表述过程，对于学生是可以接受的，虽然不是数学科学的严格证明，但也不违反数学的科学性。

第三，数学科学可以完全按照数学自身的理论体系和逻辑顺序安排，尽量使内容完整、系统和科学化。而数学学科在不影响内容的前提下，应当考虑儿童的认知规律，一些内容呈现的顺序和编排方式可做适当的调整。例如，关于小数和分数的安排。从数学科学的角度讲，应该先讲分数，再讲小数，因为小数是由十进分数化成的，但是，分数的书写形式和运算法则跟整数都不一样，并且需要有数的整除的知识作为基础，学生接受起来有困难。而小数和整数都是十进位的，小数的写法和运算法则与整数的基本相同，学生接受起来比较容易。因此，小学数学学科先呈现小数，后出现分数，但是教学小数需要有分数知识作为基础，所以需要在小数前面安排一些分数的初步知识。这样的安排符合学生的认知规律，也不违背数学的科学性，只是呈现的次序与严格的数学系统不同。

二、国外数

学教育改革的特点与趋势

20世纪50年代以来，数学课程在世界范围内产生了很大的变化，得到了令人瞩目的发展。特别是“新数学”运动的兴起和发展，带动了世界范围内的数学教育的改革。这些改革虽然千姿百态，对其评价褒贬不一，但确实推动了国际范围内数学课程的发展，使人们不断以新的观点和不同的视角来审视数学课程的发展，设计数学课程的未来。

“新数学”或者叫数学教育现代化，主要表现在数学教育思想和数学教育的内容结构上的转变。在教育思想上，它重视对学生能力的培养，重视培养学生对数学的态度情感与自信心，以此来促进学生运用数学解决问题的动力与能力。在教学内容的结构方面，一是精简和调整传统的教学内容，如繁琐的计算，脱离实际问题的计算等；二是增加现代教育的内容，如集合、函数、统计等；三是强调讲授学科的基本结构。

“新数学”强调重视知识的结构，使学生更早地接触和了解现代数学的概念和方法，提倡运用发现法和问题解决的策略进行数学教学等主张都是积极的，并在以后的课程改革中产生了不可忽视的影响。而由于“新数学”过于强调数学的结构和表现形式的过分抽象化，忽视了学生的学习能力，以至于学生的数学基础大大下降，引起了许多人的批评和强烈反对。

从20世纪70年代起人们提出数学要“回归基础”，重新重视对学生的基础知识和基本技能的培养。但欣喜的是，这种“回归”并不是对以往做法的简单重复，而是在对“新数学”运动进行反思的基础上的一种再思考。它在重视学生基础知识的同时，也将改革中的一些观念渗透其中。

如美国全国数学监事会1975年认为基本的数学技能应包括：

- 解答在陌生情况下所产生的数学问题；
- 把数学知识应用到日常生活中；
- 审察所得到的答案是否合理；
- 估计数量、长度、距离、重量的近似值；

- 进行整数、小数、分数、百分数的四则运算；
- 认识简单的几何图形和性质；
- 以公制和英制度量各种分量；
- 制作和理解简单图表；
- 认识概率在预测偶然事件发生的用途；
- 认识计算机在社会上的各种用途，并且知道计算机所能做到的和不能做到的事情。

情。

“回归基础”是对“新数学”运动所带来的问题的反思，也是对数学教育的一种再思考。但这种反思的结果是否真的被人们所接受，是否能解决数学所面临的一系列问题，也还是一个未知数。

20世纪80年代以来，人们对数学教育的改革又提出许多新问题和新的思考。比如“大众数学”的提出和思考；“问题解决”的深入研究；计算机（计算器）在数学教育中的作用等方面的问题，都越来越受到人们的重视和研究。同时，在世界范围内对数学教育的全面评价也引起人们的充分重视。从80年代起，国际教育评价组织对数学教育进行了三次大规模的评估，使人们对数学教育的发展情况有一个总体的认识。东亚地区，特别是华人地区在数学教育方面所取得的成就，也受到了人们的重视和研究。

1.大众数学

数学历来被人们认为是抽象和神秘的。“新数学”运动之所以没有取得成功，一个重要的原因就在于将本来就令人望而生畏的数学，蒙上了一层更加神秘的面纱。这从数学本身来看似乎是合理的，但对于广大的学生和走向社会的公民来说，却是难以接受的。在普及教育的大背景下，数学教育应该走什么样的路？如何让更多的人喜欢数学、学习数学、应用数学，成为数学教育的一个重要的问题。一般认为，大众数学提出的主要背景有两个方面。

一是普及教育发展的需要。过去数学是作为一种“筛子”，将不聪明的学生淘汰出去，成为选择尖子生的一个重要依据。学生学习数学的主要目的是为今后的升学和找到更好的工作做准备。而随着普及教育的提出，更多的人有了接受教育的权利和机会，因此，设计为更多人的数学就成为人们关心的课题。大量的学生不是为了今后学习数学专业的需要而学习数学，而是因为今后一般的工作和日常生活需要而学习数学。为此，学校应该为大部分学生的这种需要设计和实施数学教育。

二是“回归基础”的推动。人们通过对“新数学”运动的反思，自然会提出以下方面的问题。学校数学应该是什么样的？学生应该学习什么样的数学？是少数人能懂的数学，还是多数人能懂的数学？是培养数学家的数学，还是培养合格的劳动者的数学？因此，一些教育学家提出“为大众的数学”。

大众数学或为大众的数学所要解决的问题是：

- 学校数学是否应当为大多数人而设？
- 为大多数人的数学是什么样的数学？
- 如何设计为大多数人的数学课程？

大众数学的主要特征表现在：

- 人人学习有用的数学；
- 不同的人学习不同的数学；
- 把数学作为人们日常生活中交流信息的手段和工具来学；

2.计算机（器）等现代科学技术和手段在数学教育中的应用

20世纪50年代以来，科学技术的飞速发展，一个重要的标志就是电子计算机（包括）计算器的迅速发展和普及。这一发展对数学教育也产生了极大的影响。《标准》

指出,“义务教育阶段的数学课程应重视运用现代技术,特别是要充分考虑计算机、计算器对数学学习的影响,要大力开发并向学生提供更为丰富的学习资源,把现代技术作为学生学习数学和解决问题的强有力工具,致力于改变学生的学习方式,使学生乐意并有更多的精力投入到现实的、探索的数学活动中去。”因此,充分考虑计算机和计数器在中小学数学教育中的作用,是当前数学教育改革不可回避的问题。计算机和计算器的出现,使人们重新认识计算在中小学数学教育中的地位和作用,人们把用计算机和计算器作为数学教育体系中的一个重要部分,让学生遇到具体问题时从整个数学体系去考虑和认识计算的问题。为此,首先就要让学生了解为什么要计算,选择什么方法进行计算。学生就会将计算和实际问题情境联系起来。美国 1989 年《学校数学课程与评价标准》中对计算问题有一段如图论述,反映了人们对数学和教育的新观念。

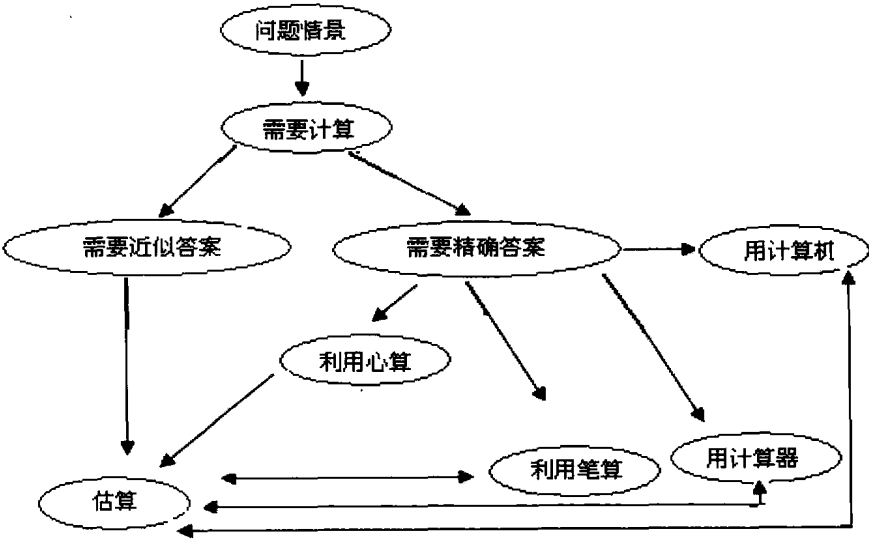


图 1

按照这种观念认识数学,认识计算在数学教育中的作用,我们就可以得出结论:首先应当让学生理解的是面对具体的情形,确定是否需要计算,然后再确定需要什么样的计算方法。笔算、口算、计算器、计算机和估算都是供学生选择的方式,都可以起到算出结果的目的。

总之,从 20 世纪 50 年代以来,数学教育经历了一个既曲折又令人振奋的发展之路。从总体上,它主要表现出以下几个特点:

- 一是数学教育的改革受到社会政治经济发展的强烈影响;
- 二是相关学科的发展,特别是心理学的研究成果为数学教育的改革提供了动力;
- 三是普及教育的推行使数学教育的改革变得更加迫切;
- 四是不同社会和文化背景的改革呈现出明显的差异。

三、国内数学教育改革回顾

1992 年国家教委制定《九年义务教育小学、初级中学课程计划》,与之相配套的《九年义务教育全日制小学数学教学大纲》、《九年义务教育五(六)年制小学教科书数学》以及相关的辅助资料相继出版。新一轮基础教育课程改革是在反思与总结新

中国成立到 1992 年的义务教育课程的基础上进行的。

1949~1992 年,我国先后进行了七次课程改革,每次课程都反映一定的社会发展状况与时代特征。

新中国成立以来,中国社会的变迁与发展对教育产生的影响,也同样在小学数学课程中体现出来。不同的阶段会产生带有强烈时代特点的教育,小学数学课程也如此。1949~1992 年,中国的小学数学课程大致经历了这样几个阶段。

(一) 新中国成立初期(1949~1955 年)

1949~1952 年,基本上是恢复阶段,主要是利用当时的条件,包括国民党时期所用的教材,以及老解放区所用的教材。这是由当时的历史条件决定的。

此后几年,由于在全国提倡学习前苏联的经验,全盘苏化占主流,在小学数学教学中也同样以苏联的小学数学教材内容为蓝本。并且,出现了机械地学习前苏联的经验的现象。如把前苏联的四年学完的内容,放在六年来学习。这样造成了时间上的许多浪费。

无论是利用建国前的教材还是利用前苏联的教材,在这个时期都是一种临时的,不得不用之权宜之计。自 1954 年起,我国逐步形成了一个比较系统的小学数学教学的体系。

(二) 大跃进前后(1956~1965 年)

1958 年大跃进时,小学数学教学已经有了一个比较好的开端。如果进行稳步的改革,可能会很快形成一套比较好的小学数学课程体系。但这期间受到当时的“教育大革命”的一些影响,提出一些过高、过急的要求和做法。如当时有许多地方进行教材内容的改革,将高中的内容下放到初中;初中的内容下放到小学,十年学完十二年的内容,过多地删减必学的教学内容。但由于教材的改革需要一定的时间,并且一些地方的实验也不可能轻易地推向全国,所以这个时期的一些过急的做法,多半是局部的,对全国的影响并不大。而在全国占主导地位的统编教材并没有受到很大的影响。

1961 年和 1963 年编写的教学大纲是在贯彻“调整、充实、提高”,总结了全面学习前苏联和群众性革命教育的基础上,根据中国的实际情况制定的。同时教材也形成了比较完整的课程体系。这个时期所形成的教学内容体系一直沿用到“文革”,基本上形成了我国小学数学教学的框架。可以说,这个时期小学数学教材目标和内容,代表了“文革”前我国小学数学教学的基本情况,也在很大程度上影响了以后几十年的小学数学教学的思路。所以对这个时期的小学数学教学体系的分析 and 理解,是理解当前小学数学教学的重要基础。

这个时期的小学数学课程的主要特点是:

- 重视“双基”;
- 注重知识的系统性(算术内容的体系、教材的编排体系);
- 比较注意学习的接受能力;
- 教学方法比较灵活多样。

(三) “文革”时期(1966~1976 年)

“文革”期间比较混乱。原有的大纲和教材不用,各地自编大纲和教材。其标准相差很大。这使小学数学的教学水平明显下降。

(四) “文革”后恢复和发展(1977~1988 年)

1978 年,我国实行改革开放,国家要实现四个现代化,邓小平同志提出了教育要“面向未来、面向世界、面向现代化”。因此 1978 年的教学大纲从精简传统的算术内容,增加代数、几何初步知识,渗透现代数学思想和方法三方面来加强小学数学基础知识,实现小学数学教学内容的现代化,以适应我国“四化”建设的要求。这在我国小学数学教育史上还是第一次。因此,虽然是一个过渡大纲,但是奠定了后来二十多

年的小学数学教学改革的一个基调。这个大纲所确定的教学目标和教材内容改革的几个措施,成为后来设计小学数学教学方案的基本准则。以后的小学数学教学的目标和内容,都是在这个教学大纲所确定的基本思路的基础上修订和发展的。可以说,这个教学大纲和由这个教学大纲所编写的小学数学教材,是以后小学数学教学的一个基本的蓝图。

1978年教学大纲中所确定的小学数学教学目的如下:

理解和掌握数量关系和空间形式的基础知识。正确、迅速地进行整数、小数、分数的四则运算,初步了解现代数学中某些最简单的思想,具有初步的逻辑思维能力和空间观念,并能够运用所学的知识解决日常生活和生产中的简单的实际问题。同时,结合教学内容对学生进行思想政治教育。

确定教材内容的三个原则是:“精选、增加、渗透”。即,精选传统的算术内容;适当增加代数、几何的部分内容;适当渗透一些现代数学思想。

(五) 实施义务教育(1989-1999年)

1985年发布的《中共中央关于教育体制改革的决定》确定了“有步骤地实行九年义务教育”。1986年通过的《中华人民共和国教育法》更将“国家实行九年义务教育”作为法律规定下来。义务教育的实施对小学数学教育提出了新的要求。在义务教育的条件下,为了较好地适应我国科学技术发展和四化建设的需要,又对原有小学数学教学体系进行了比较大的修改。进一步明确小学数学教学的性质、任务,在内容上也进行了一定的调整,以适应普及义务教育的需要。对于教材编排、教学方法、时间安排、成绩评价等方面的内容也都做了规定。这些方面的具体内容,后面将进行详细的分析。

从以上对小学数学课程发展过程的需要分析中,可以看出中国小学数学课程发展的一个基本的线索,从而也可以使我们认识影响小学数学课程发展的一些问题。

社会政治、经济的政策与发展状况,对课程性质、目标与结构会产生很大的影响。不同历史时期,在小学数学教学的目标、内容的选择与确定上,都表现出不同的特点。建国初期的过渡性课程,“大跃进”期间出现的“改革”,“文革”期间的停滞,改革开放后的发展,都表现了社会因素对教育,进而对小学数学课程的影响,这是影响课程能否正常地、稳步地发展的一个重要因素,同时也制约了小学数学课程目标的确定、内容的选择。

教育内部的改革也会某种程度上对小学数学课程产生影响。小学数学课程作为教育系统的一个组成部分,在受社会大环境影响的同时,也与教育内部的改革息息相关。1958年的“教育大革命”、20世纪80年代开始的“中小学教育的整体改革”,以及“素质教育”、“愉快教育”、“大众教育”等改革的做法,也都不同程度地对小学数学课程产生影响。

儿童的身心发展水平也是影响小学数学课程的一个因素。早在20世纪50年代,国内就有一些学校进行小学五年制的实验,以及把部分代数内容下移到小学来教的实验。而且当时有部分算术内容还要在中学学习。后来有人认为这样做在时间上是一个浪费,同时,从学生的智力发展来看,小学生也完全可以学习全部算术内容。因此,在60年代初,把中学的算术内容全部下移到小学来学习。进而,在“文革”以后,又在小学数学教学中加入一些简单的代数内容。这一方面是国际教育改革的一个趋势,同时也是经“文革”前的一些教育实验研究证实的。

而重视“双基”,重视培养学生的数学能力,以及强调对学生进行思想品德教育等,是与中国的传统文化特点有关的。

从以上的分析中我们可以看到,1949年后我国小学数学课程的发展经历了一个曲折的过程,既有稳步发展的时期,也有受到严重干扰的阶段。近二十年来,我国小学

数学课程得到了比较大的发展，逐步建立了一套科学性系统性比较强的数学教育的课程体系。课程的设计都也在不断地吸取国内外有关的研究成果，试图使这套课程体系更加完善。

1999年开始的新一轮数学课程改革，在数学教育的理论、目标、内容和方法上都有比较大的改变。有关的内容将在后面的章节中详细讨论。

四、小学数学教学论的研究对象

数学教育作为一个研究领域，是在过去二百年间发展起来的。这期间，数学家和教育家把他们的注意力转到了以下问题：在学校里，应该教和学哪些数学？应该怎样教和怎样学？数学教育研究所要解决的主要问题，是在学校教育的不同阶段应当设计什么样的数学？让学生学习什么样的数学？这些数学以怎样的方式让学生掌握？小学、初中、高中，甚至大学都需要研究和解决这些问题。

小学数学教学论是研究和解决小学阶段数学教育问题的一门学科。对于小学数学教学研究这个领域，长期以来有不同的理解和不同的研究目的与范围。“小学数学（算术）教材教法”更多地偏重于对现有教材内容的分析和具体教学方法的阐述，更多的是实践层面上的内容，为直接从事小学数学教学的教师进行基本的知识与技能方面的训练。“小学数学（算术）教学法”具有理论与实践相结合的特征，不仅分析具体的教学内容和教学方法，还对小学数学教学目标、教学内容、教学过程和方法等问题从理论上加以阐述，对具体的小学数学教学有理论指导意义，在此基础上分析和研究小学数学教学的具体问题。“小学数学教育学”试图从更高层次和更广的意义上研究小学数学教育问题。影响数学教育的因素有很多，其中主要包括数学科学、心理学、教育学等。小学数学教育学是从宏观上，从教育学的视野研究数学教学问题，不仅涉及数学教学的目的、内容和方法，还涉及数学教育哲学、数学学习心理学等方面的问题。

“小学数学教学论”是在小学数学教学法的基础上发展起来的，它包括小学数学课程论；小学数学学习论和小学数学教学论，具有理论与实践相结合的性质。小学数学教学论属于学科教学论范畴，在很大程度上受一般教学论的结构体系与研究方法的影响。众所周知，教学论在我国长期以来是一个独立的研究领域，并且多少年来一直将课程专题作为教学论研究的一个组成部分。直到近些年才有人提出将课程作为一个独立的领域来研究。对于教学与课程之间的关系问题，至今仍有不同的看法。我们认为，无论人们对教学与课程这两个问题如何看，无论人们如何理解它们之间的关系，对课程问题的研究越来越受到人们的重视是一个不争的事实。课程不只是在教学论体系中作为教学内容，而且具有一些相对独立的特征，这已被越来越多的人接受。小学数学教学论研究对象和研究范围既包括一般意义下的小学数学教学问题，也包括有关小学数学课程问题。所以，本书将小学数学教学论理解为关于小学数学课程与教学的研究。总之，小学数学教学论从总体上是关于小学数学课程与教学规律的学科，其研究对象主要包括小学数学课程目标、小学数学课程内容、小学数学教与学的过程与方法、小学数学教学手段、小学数学课程与教学评价等。

我们可以从下面一个简单的例子出发探索小学数学教学论研究的基本问题。

$$32+14=$$

这是一个十分简单而普通的问题，但从这个问题出发可以引出和思考一些小学数学教学论的问题。比如，小学生为什么要学这样的题目？小学生是不是还需要学更难一些的题目？这类问题在小学数学课程中占有什么样的地位？不同时期和不同的社会文化背景下对这类问题的认识是否相同？这都是与课程目标和课程内容有关的问题。

此外,还包括与学生心理和学习方式有关的问题,如学习和解决这样的问题需要有什么样的智力水平?需要哪些知识基础?与教学目标和评价有关的问题,如这样的题目要达到怎样的熟练程度?如何认定学生是否达到了相应的水平?与课程组织、教学方法有关的问题,如这样的问题应安排在哪一个年级,同哪些内容有联系?怎样进行这类问题的教学?小学生是怎样学习这种问题的,他们在学习过程中会遇到什么样的问题?学生使用的方法与老师的方法或教材中的方法有什么不同?等等。以上一系列问题需要通过小学数学教学论的研究给出答案。

(一) 小学数学课程目标

认识小学数学这门学科首先要解决的是“为什么教和学”的问题,在小学阶段为什么要开设数学,数学作为一门课程,它的目标是什么?曾经有人提出,小学不必学习算术知识和技能,随着学生年龄增长,他们所接触事物的增加,人人所需的数学是可以通过经验而习得的。为此在 20 世纪中期有人进行了关于“有意义的算术”的研究,表明小学阶段对学生进行数学教育是必要的,对学生今后的学习和自身的发展有着重要的意义。这使人们从理论到实践上深入认识了数学教育的意义与目的。数学作为科学是人们认识自然和社会的工具,与人们日常生活有密切的联系。小学阶段作为学生成长的重要阶段,需要掌握将来进一步学习和走上社会需要的知识、技能、方法与能力,数学是其中不可缺少的一部分。对小学数学课程目标的研究包括分析和理解课程目标的组成,分析影响数学课程目标的因素,确定小学课程目标的结构等。

(二) 小学数学课程内容

小学数学教学论还要解决教什么和学什么的问题,也就是要确定选择哪些内容才能实现小学数学课程目标,小学阶段的学生应当和可以学习哪些内容,这些内容的深度与广度如何,这些内容应当怎样组织。数学科学有自身的内容结构体系,而实现小学数学课程目标,需要从中选择一部分最合适的内容。内容的取舍、组织和安排,应当遵循一定的原则和规范。对课程内容的选择、确定与组织要考虑许多方面的因素,如社会的需要和科学技术的发展;数学学科自身的发展;学生的认识特点与认识规律等等。我们需要从理论上研究这些因素的影响,从现实的背景中分析这些因素对小学数学课程产生的作用。如前面所举的例子中,“ $32+14=$ ”这样的加法问题小学低年级学生是可以掌握的,并且对于以后的学习和学生走向社会是有用的,是小学生应当学习的基本运算技能,因此可以作为小学数学教学内容。小学数学课程内容也随着社会的发展和科技的进步不断变化,如计算机和计算器的普及与应用,学生计算内容和计算技能的要求就会产生很大的影响。

(三) 小学数学教学过程、方法与手段

小学数学教学论还要研究怎样教的问题,就是研究用什么样的方法和手段使小学生学好数学,达到数学课程目标的问题。小学数学教学过程包括教师、学生、教学材料和教学方法等各种因素。分析这些因素之间的关系,认识和处理好教学过程的矛盾与动力,是有效地组织小学数学教学活动的理论基础。选择和确定有效的方法和手段进行小学数学教学,是提高小学数学教学质量的保证。

(四) 小学数学课程与教学评价

分析与评价数学课程目的、内容与实施过程,评价具体的小学数学课堂教学,评价学生的学习过程与结果,也是小学数学教学论应关注的问题。研究者应认识不同对象的评价所遵循的原则和方法,从理论和实践的结合上研究评价的观念、评价的原则,以及具体的评价方法和评价结果处理方式等问题。

(五) 小学生学习数学的过程与规律

学生是学习过程的主体,改革数学课程与教学的关键在于充分理解学生的学习特点,一切从学生的成长和发展考虑问题。无论目标和内容的设计,还是教学的组织与