配套人民教育出版社实验教科书

高中新课程导读丛书

Gaozhongxinkecheng daoducongshu

数学

必修2

欧阳新龙　主编

湖南大学出版社

前　言

屈指数来，自英国工程师培利（J. Perry，1854～1920）于 1901 年打响教改第一枪，至今已逾百年. 进入 21 世纪，发生在中国的基础教育的课程改革，其涉及的人数之多，政府介入的力度之大，堪称世界之最. 2004 年秋季，广东、山东、海南、宁夏等省（区）率先进入高中课程改革实验；2005 年、2006 年，江苏、福建等省依次跟进；湖南省也于 2007 年正式进入高中课改，再次掀起了课程改革的高潮.

新的课程理念为课堂注入了新的活力，也对教学提出了更高层次的要求. 为与时俱进，把课程改革引向深入，我们组织了一批资深的特（高）级教师、教研员，针对高中新课程教材的各个模块，编写了《高中新课程导读丛书》.

本书为丛书中的《数学必修 2》. 本书在依据课标、植根课本、立足课堂、拓展创新的理念下，对新课标教材进行了教学法上的再创造. 全书结构严格与现行教材匹配. 每节设置了如下栏目：

课标解读

教材是学科教学的蓝本，《课标》是主导教材的灵魂. 本栏对本节内容的《课标》要求进行了简明扼要的解读，旨在让学生领悟教学内容的精髓.

知识要点

这是一张“知识点”的清单，也是一个能力发展的基础平台. 掌握了它，学生就拥有了一个知识结构，学什么？为什么？也就一清二楚了.

课程探究

这是本书最具特色的栏目之一. 编者站在“引领者”的角度，对教学内容的重点和难点，既进行深入浅出的分析，又在学生可接受的前提下，沿着知识结构的“最近发展区”进行了合情的发散.

方法整合

这是本书内容的主体部分. 它通过一系列立足基础、新意盎然的例题，辅之以精辟的解析，并提炼隐含于问题中的通性与通法，让学生能从方法论高度整合教材内容，形成能力结构.

课外延伸

这是本书内容的拓展部分，它通过一系列综合例题灵活的解法，使学生更深入地掌握全面知识.

自主练习

这也是本书的一个特色栏目．栏目内容和教学内容相关，旨在为学生提供一个科学的训练平台．自主练习设基础夯实、能力养成、横向比读等板块．其目的是分层递进，夯实基础，强化能力，发展个性，拓宽视野．选题注重课内外相结合、构建知识与形成能力相结合、整体把握与构建知识模块相结合．它将引领学生从基点起步，以最快的速度攀升，直达能力发展的高峰．

本书意在引导学生以“探究者”的身份学习新课标高中教材．我们期待着读者读完此书后给予恰如其分的评价，并提出宝贵的意见、建议，以便再版时完善．

丛书编写组
2009 年 8 月

目 录

第一章 空间几何体

1.1 空间几何体的结构

课标解读

1. 利用实物模型、计算机软件观察大量空间图形，认识柱、锥、台、球的结构特征. 对照实物模型，能够说出其主要构成元素的名称，如底面、侧面、侧棱、顶点、母线等，对构成柱、锥、台、球的元素的形状要有准确的认识.

2. 对一些简单组合体要能够知道是由以上哪些几何体组成的，从而认识其结构特征. 由已知几何体构成组合体有两种方式：一种是拼合，一种是挖空. 例如，螺母是由一个六棱柱和一个圆柱拼合而成的，而螺丝帽则是一个棱柱挖去一个圆柱而得到的.

3. 能运用柱、锥、台、球的结构特征描述现实生活中简单物体的结构特征. 从严格意义上讲，数学中的几何体在现实生活中是不存在的. 我们只是把生活中的物体近似地归结为数学中的几何体来处理.

知识要点

1. 空间几何体

对于物体，如果我们只考虑这些物体的形状和大小，而不考虑其它因素. 那么由这些物体抽象出来的空间图象就叫做空间几何体.

2. 棱柱的结构特征

观察图 1-1.

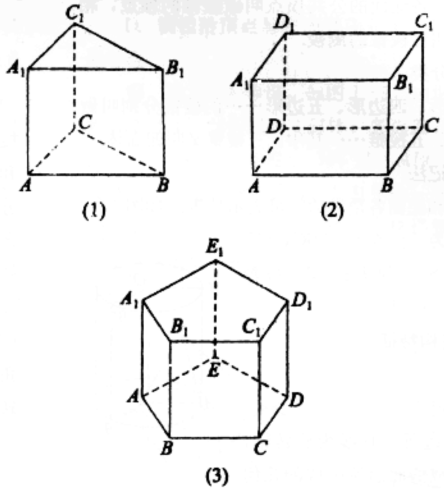


图 1-1

(1) 棱柱的定义

一般地，有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的几何体叫做棱柱. 棱柱中，两个互相平行的面叫做棱柱的底面，简称底；其余各面叫做棱柱的侧面；相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱；侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

(2) 棱柱的分类

底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……

(3) 棱柱的记法

用表示底面各顶点的字母表示棱柱，如图 1-1 中 (1) 可表示为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$；(2) 可表示为四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$；(3) 可表示为五棱柱 $ABCDE-A_1B_1C_1D_1E_1$；

3. 棱锥的结构特征

观察图 1－2.

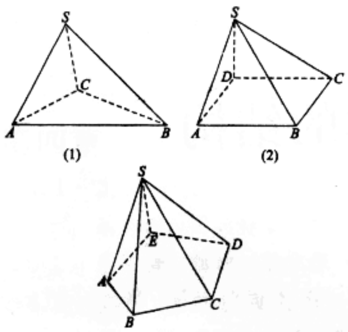


图 1－2

（1）棱锥的定义

一般地，有一面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的几何体叫做棱锥．这个多边形叫做棱锥的底面或底；有公共顶点的各个三角形面叫做棱锥的侧面；各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点，相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱．

（2）棱锥的分类

底面是三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……其中，三棱锥又叫四面体．

（3）棱锥的记法

用表示顶点和底面各顶点的字母表示棱锥．如图 1－2 中，（1）可表示为三棱锥 $S-ABC$；（2）可表示为四棱锥 $S-ABCD$；（3）可表示为五棱锥 $S-ABCDE$．

4. 圆柱的结构特征

观察图 1－3.

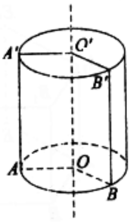


图 1－3

（1）圆柱的定义

以矩形的一边所在直线为旋转轴，其余三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆柱．旋转轴叫做圆柱的轴（OO'），垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面（$\odot O$，$\odot O'$）；平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面；无论旋转到什么位置，不垂直于轴的边叫做圆柱的母线（AA'，BB'）

（2）圆柱的记法

用表示它的轴的字母表示圆柱，如图 1－3 可表示为圆柱 OO'，圆柱和棱柱统称为柱体．

5. 圆锥的结构特征

观察图 1－4.

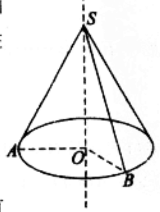


图 1－4

（1）圆锥的定义

以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆锥．旋转轴叫做圆锥的轴（SO）；垂直于轴的边旋转所成的圆面叫做圆锥的底面（$\odot O$）；直角三角形的斜边绕轴旋转所成的曲面叫做圆锥的侧面；无论旋转到什么位置，斜边所在的边都叫做圆锥的母线（SA，SB）．

（2）圆锥的记法

用表示它的轴的字母表示圆锥，如图 1－4 可表示为圆锥 SO.

圆锥与棱锥统称为锥体．

6. 圆台与棱台的结构特征

观察图 1－5.

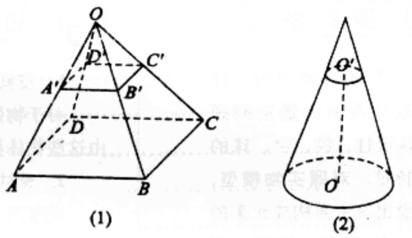


图 1－5

（1）定义

用一个平行于棱锥（圆锥）的底面的平面去截棱锥（圆锥），底面与截面之间的部分，叫做棱台（圆台）．原棱锥（圆锥）的底面和截面分别叫棱台（圆台）的下底面和上底面；原棱锥（圆锥）的侧面被平面截去后剩余的部分叫做棱台（圆台）的侧面，原棱锥的侧棱被平面截后剩余的部分叫做棱台的侧棱（AA'，BB'，CC'，DD'），原圆锥的母线被平面截后剩余的部分叫做圆台的母线（AA'）；棱台的侧面与底面的公共顶点叫做棱台的顶点（A、B、C、D、A'、B'、C'、D'）；圆台可以看做是由直角梯形绕其垂直于底边的腰所在直线旋转而成的，因此旋转的轴叫做圆台的轴（OO'）．

（2）棱台的分类

由三棱锥、四棱锥、五棱锥……截得的棱台分别叫做三棱台、四棱台、五棱台……

（3）棱台、圆台的记法

①用表示底面各顶点的字母表示棱台，如图 1－5 中（1）可以表示为四棱台 $ABCD-A'B'C'D'$.

②用表示它的轴的字母表示圆台，如图 1－5 中（2）可表示为圆台 OO'.

棱台与圆台统称为台体．

7. 球的结构特征

观察图 1－6.

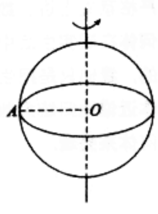


图 1－6

（1）球的定义

以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周形成的几何体叫做球体，简称球．半圆的圆心叫做球的球心（O）；半圆的半径叫做球的半径（OA）；半圆的直径叫做

球的直径.

(2) 球的记法

用表示球心的字母表示球，如图1-6中，可表示为球O.

8. 简单组合体的结构特征

(1) 简单组合体

由简单几何体（如柱体、锥体、台体和球体等）组合而成的几何体叫做简单组合体.

(2) 简单组合体构成的两种基本形式

①由简单几何体直接拼接而成；②由简单几何体截去或挖去一部分而成.

课程探究

1. 棱柱、棱锥与棱台都是多面体，它们在结构上有哪些相同点和不同点？三者关系如何？当底面发生变化时，它们能否相互转化？

【解析】用联系的观点看待它们之间的关系：棱台的上底面扩大，使上、下底面全等，就是棱柱；棱台的上底面缩为一个点就是棱锥. 圆台、圆柱、圆锥也有类似的关系，它们分别是由直角梯形、矩形，直角三角形旋转而成的旋转体.

2. 什么样的平面图形可以折叠成正方体？什么样的平面图形可以折叠成四个面都是全等三角形的三棱锥？

【解析】学习棱柱、棱锥应该从最简单的情况入手，正方体、正四面体（四个面都是全等三角形的三棱锥）正是最理想的载体. 该题主要要求学生把握多面体的基本情况，运用纸张折叠，结合想象，掌握这两类简单几何体的性质与构成.

①构成正方体的平面图形有很多种，可以用硬纸板先粘一个正方体，再分解，举例说明：如图1-7所示.

图1-7

这样的图还有很多，同学们可以多做几个，锻炼空间想象能力.

②如图1-8所示，沿一个正三角形的三条中位线折叠，可以折成所求的正四面体，还有另外几种平面图形也可得到正四面体.

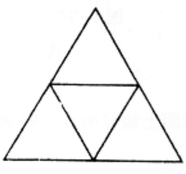


图1-8

方法整合

【例1】判断下列语句是否正确：①一个棱锥至少由四个面围成；②如果四棱锥的底面是正方形，那么这个四棱锥的四条侧棱都相等；③五棱锥只有五条棱；④用与底面平行的平面去截三棱锥，得到的截面三角形一定和底面三角形相似.

解 ①正确；②不正确. 四棱锥的底面是正方形，它的侧棱可以相等，也可以不相等；③不正确. 五棱锥除了5条侧棱外，还有组成底面的5条边，所以五棱锥共有10条棱；④正确.

【评注】棱锥的定义要把握两点：一是各侧面都是有一个公共点的三角形；二是底面是多边形.

【例2】下列说法中，结论正确的是 ( )

A. 各个面都是三角形的几何体是三棱锥

B. 以三角形的一条边所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的四面所围成的几何体叫圆锥

C. 棱锥的侧棱长与底面多边形的边长相等，则该锥可能是六棱锥

D. 圆锥的顶点与底面圆周长上的任意一点的连线都是母线

解 选D. A错误，如图1-9，由两个结构相同的三棱锥叠放在一起构成的几何体，各面都是三角形，但它不是棱锥. B错误，如图1-10，若$\triangle ABC$不是直角三角边，或是直角三角形但旋转轴不是直角边，所得的几何体都不是圆锥. C错误，若六棱锥的所有棱都相等，则底面多边形是正六边形，若以正六边形为底面，侧棱长必然大于底面边长.

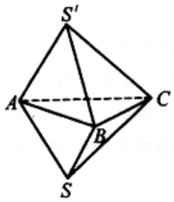


图1-9

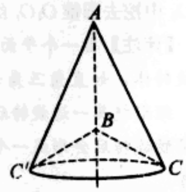


图1-10

【评注】对几何定义的理解要准确，另外要真正把握几何体的结构特征，必须从多角度分析.

【例3】指出图1-11中的图形是由哪些简单几何体构成的.

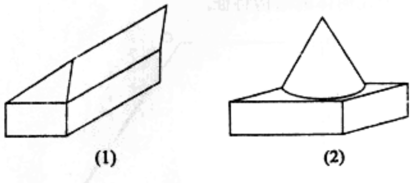


图1-11

【分析】识别构成简单组合体的每一部分.

解 （1）由一个三棱柱和一个四棱柱组合而成；（2）由一个圆锥和一个四棱柱组合而成.

【评注】会识别较复杂的图形是学好立体几何的第一步，望同学们多注意观察周围物体，逐步学会将它们"分析"成简单的几何体.

【例4】如图1-12所示，绕虚线旋转一周后形成的立体图形是由哪些简单几何体构成的.

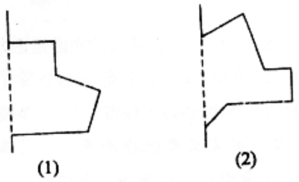


图1-12

【分析】过原点图中的折点向旋转轴引垂线，即可得到旋转以后的图形.

解 旋转后的图形如图1-13所示.

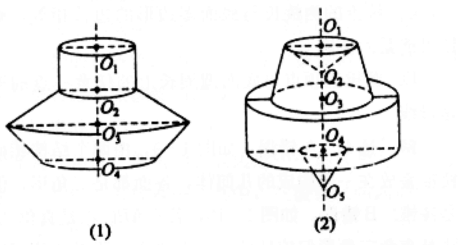


图1-13

其中（1）由一个圆柱 O_1O_2 和圆台 O_2O_3、圆台 O_3O_4 组成；（2）由一个圆锥 O_4O_5，一个圆柱 O_3O_4 及一个圆台 O_1O_3 中挖去圆锥 O_1O_2 组成.

【评注】当一个平面图形绕某条直线旋转后会形成一个旋转体，如直角三角形绕其直角边旋转会形成一个圆锥，矩形绕其一边旋转后会形成一个圆柱，直角梯形绕其直角腰旋转后会形成一个圆台，半圆绕直径旋转后会形成球等.

课外延伸

【问题】如图1-14，$ABCD$ 为直角梯形，若将其分别以 AD、AB、CD 所在直线为旋转轴旋转，请分析旋转而成的三个几何体的结构特征.

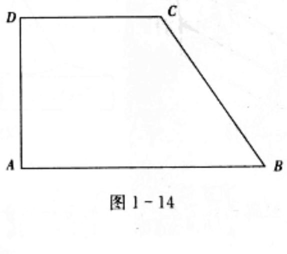


图1-14

解 如图1-15，以 AD 所在直线为旋转轴，旋转所得的几何体如图1-15①所示，是圆台.

以 AB 所在直线为旋转轴，旋转所得的几何体如图1-15②所示，是圆柱和圆锥的组合体.

以 CD 所在直线为旋转轴，旋转所得的几何体如图1-15③所示，是一个大圆柱挖去一个圆锥而得到的几何体.

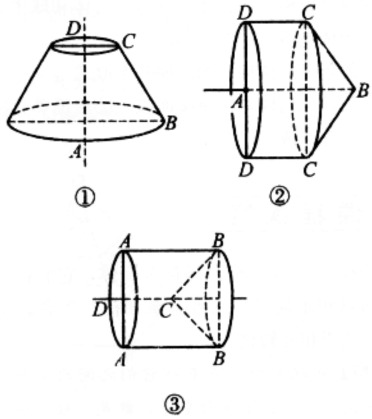


图1-15

自主练习

一、选择题

1. 下列说法正确的是（　　）

A. 直角三角形绕一边旋转后得到的旋转体是圆锥

B. 夹在圆柱的两个平行截面间的几何体还是一个旋转体

C. 圆锥截去一个小圆锥后剩余部分是圆台

D. 过圆台侧面上一点有无数条母线

2. 下面各图中，棱柱的个数是（　　）

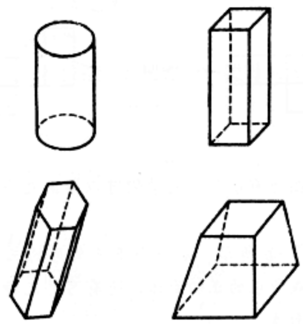


图1-16

A. 0　　　　B. 1

C. 2　　　　D. 3

3. A、B 为球面上相异两点，则通过 A、B 两点可作球的大圆有（　　）

A. 一个　　　　B. 无穷多个

C. 零个　　　　　　　D. 一个或无穷多个

4. 下列各图中不是正方体表面展开图的是　（　　）

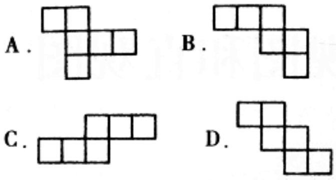


图 1－16

二、填空题

5. 圆台共有____________个面，这几个面相交于____________条线.

6. 已知三棱锥的底面是边长为 a 的正三角形，则过各侧棱中点的截面的面积是______.

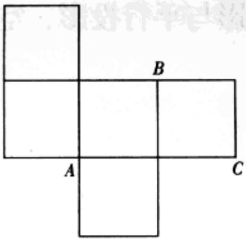


图 1－17

7. 一个无盖的正方体盒子展开后的平面图如图 1－17 所示，A、B、C 是展开图上的三点，则在正方体盒子中，$\angle ABC$ 的大小为____________.

8. 已知正四面体（4 个面都是正三角形的三棱锥）的棱长为 a，连接两个面的重心 E、F，则线段 EF 的长为____________.

三、解答题

9. 如图 1－18 所示，若将▱$ABCD$ 绕 AB 边所在的直线旋转一周，则由此形成的几何体是由哪些简单几何体构成的.

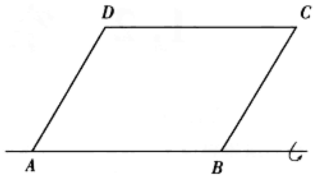


图 1－18

10. 已知球的半径为 14 cm，内有一个长方体，若长方体的八个顶点都在球面上，这个长方体叫做球的内接长方体. 若此球的内接长方体的高、宽、长的比为 1∶2∶3，求此长方体的高、宽、长的高度.

1.2 空间几何体的三视图和直观图

课标解读

1. 能画出简单空间图形（长方体、球、圆柱、棱柱等的简易组合）的三视图，能识别上述的三视图所表示的立体模型，会使用材料（如纸板）制作模型。

2. 会用斜二测画法画出上述简单空间图形的直观图，要从平行性、长度、角度三个方面充分认识实物图与直观图的对应关系．能把一些简单的直观图复原为实物图．

3. 通过观察用两种方法（平行投影与中心投影）画出的三视图与直观图，了解空间图形的不同表示形式．

第1讲 中心投影与平行投影、空间几何体的三视图

知识要点

1. 中心投影

（1）投影的定义

由于光的照射，在不透明物体后面的屏幕上可以留下这个物体的影子．这种现象叫做投影．其中，我们把光线叫做投影线，把留下物体影子的屏幕叫做投影面．

（2）中心投影的定义

把光由一点向外散射形成的投影，叫做中心投影．

（3）平行投影的定义

把在一束平行光线照射下形成的投影，叫做平行投影．

2. 三视图的形成

三视图是观察者从不同位置观察同一个物体，画出的空间几何体图形．

（1）投影面的设立．

国家标准规定的3个相互垂直的投影面，称为三投影面体系．三投影面分别称为正立投影面V、水平投影面H、侧立投影面W．3个投影面的交线称为投影轴，分别称为X、Y、Z轴．3轴的交点O称为原点．

把物体置于三面投影体系中，物体的位置一经放定，其长、宽、高及上下、左右、前后方位即确定，然后将物体向三投影面进行投射，即得物体的三视图，如图1-19所示．

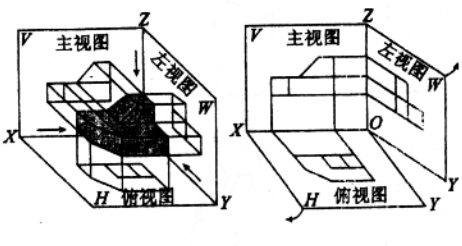


图1-19

从物体的前面向后看，在V面上得到的视图叫做主视图；

从物体的上面向下看，在H面上得到的视图叫做俯视图；

从物体的左面向右看，在W面上得到的视图叫做左视图．

（2）投影面的展开．

把三个投影面展开一个平面．展开后三视图的位置是：俯视图在主视图正下方；左视图在主视图正右方．画物体的三视图时，必须遵守这个位置关系，且一般不画投

影面的边框线.

3. 三视图的特征分析

(1) 三视图与空间物体间的关系

由三视图的形成可知，每个视图都表示物体2个方向的尺寸和4个方位；

主视图反映物体长和高方向的尺寸和上下、左右方位；

俯视图反映物体长和宽方向的尺寸和左右、前后方位；

左视图反映物体高和宽方向的尺寸和上下、前后方位.

(2) 三视图间的投影规律

三视图表达的是同一物体，而且是物体在同一位置分别向3个投影面所作的投影，所以，三视图间必然具有以下所述的投影规律：

主视图和俯视图长对正；主视图和左视图高平齐；俯视图和左视图宽相等.

三视图间的投影规律，通常概括为“长对正、高平齐、宽相等”. 这个规律是画图和读图的根本规律. 无论是整个物体还是物体的局部，其三视图都必须符合这个规律.

4. 三视图的作图步骤

(1) 确定主视图方向

(2) 布置视图

(3) 先画出能反映物体真实形状的一个视图

(4) 运用“长对正、高平齐、宽相等”原则画出其他视图

(5) 检查

5. 柱、锥、台、球的三视图的画法与识读

(1) 棱柱、棱锥、棱台的三视图的画法及图形特征

①棱柱：画棱柱的三视图时，一般是先画反映棱柱底面实形的特征图，然后再根据投影关系和柱高画出其他视图. 直棱柱（侧棱垂直于底面的棱柱）三视图的图形特征是：一个视图（特征图）为多边形，是底面实形，反映直棱柱的形状特征；另两个视图都是矩形线框或若干并列组合的矩形线框. 直棱柱三视图的图形特征可形象地归纳为“两矩形线框对应一多边形”.

②棱锥：画棱锥的三视图时，一般也是先画反映棱锥底面实形的特征图，然后再根据投影关系和锥高画出其他视图，棱锥三视图的图形特征是：一个视图为多边形，是底面实形（其内有汇交于一点的数条直线），反映棱锥的形状特征；另两个视图都是三角形线框成为有公共顶点的若干三角形线框. 棱锥三视图的图形特征可形象地归纳为“两三角形线框对应一多边形”.

③棱台：棱台的画法思路同棱锥. 应指出的是，画每个视图都应先画两底面，然后连出各侧棱. 由此可得棱台三视图的图形特征是：一个视图为多边形（其内还套一个相似多边形，且两多边形顶点间有连线）反映棱台的形状特征；另两个视图是梯形线框.

棱台三视图的图形特征可形象地归纳为“两梯形线框对应一多边形”.

(2) 圆柱、圆锥、圆台和球的三视图的画法及图形特征

①圆柱：画圆柱的三视图时，应先画出中心线、轴线，然后再画反映底面实形的特征图，之后再根据投影关系和柱高画出另两视图.

圆柱三视图的图形特征是“两矩形线框对应一圆形线框”.

②圆锥：圆锥三视图的图形特征是“两三角形线框对应一圆形线框”.

③圆台：圆台三视图的图形特征是“两梯形线框对应一圆形线框（两同心圆）”.

④球：球由一个面围成，该面是一个不可展的曲面. 球的三视图是3个大小相同的圆，其直径等于球的直径. 球三视图的图形特征是“两圆形线框对应一圆形线框（圆框直径相等）”.

柱、锥、台、球的三视图的图形特征是今后画图和读圆的依据之一，必须熟记.

课程探究

【问题】如图1-20，图乙是图甲中实物的正视图和俯视图. 你认为正确吗？如果不正确，请改正，并画出它的侧视图.

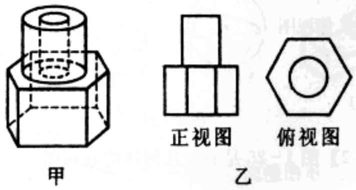


图1-20

【解析】不正确. 正视图上面的矩形中缺少两条不可视轮廓线（用虚线表示），且尺寸不标准；俯视图中缺少中间小圆柱形成的轮廓线（用实线表示）. 正确的三视图如图1-21所示.

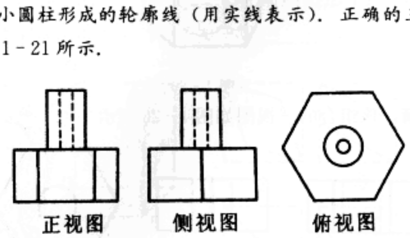


图1-21

方法整合

【解析】请画出图 1-22 的三视图.

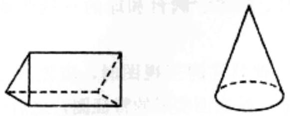

(1) (2)

图 1-22

解 (1) 如图 1-23 所示，三棱柱的主视图是长方形，俯视图是长方形，左视图是三角形.

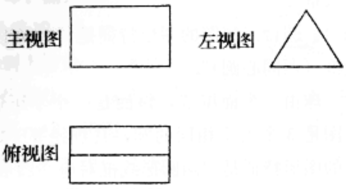


图 1-23

(2) 如图 1-24 所示，圆锥体的主视图是三角形，俯视图是一个圆和一个点，左视图是三角形.

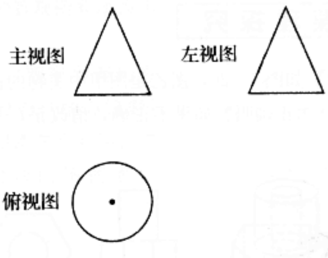


图 1-24

【例 2】图 1-25 是一个几何体的直观图，试画出它的三视图.

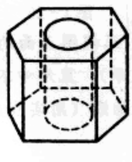


图 1-25

解 该组合的三视图如图 1-26 所示.

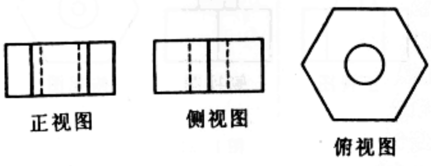


图 1-26

【评注】三视图中被挡住的轮廓线要画成虚线.

【例 3】如图 1-27 所示是一些立体图形的三视图，请说出立体图形的名称.

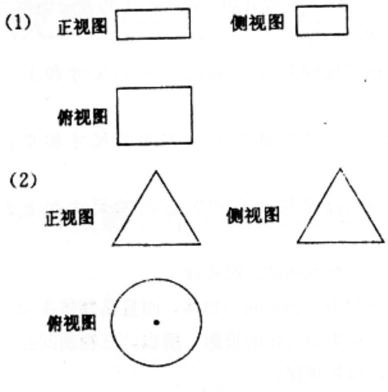


图 1-27

【分析】由三视图的特征，结合柱、锥、台、球的三视图逆推.

解 (1) 该立体图为长方体，如图 1-28 (1) 所示.

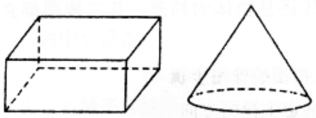

(1) (2)

图 1-28

(2) 该立体图为圆锥，如图 1-28 (2) 所示.

【评注】想象力的培养与多观察实物相结合是解决此类题目的关键.

课外延伸

【问题】由一些大小相同的小正方体组成的简单几何体的正视图和俯视图如图 1-29 所示.

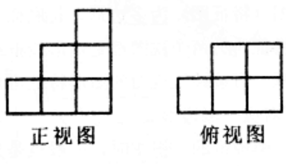


图 1-29

(1) 请你画出这个几何体的左视图；

(2) 若组成这个几何体的小正方体的块数为 n，请你写出 n 的所有可能值.

【分析】给出一个几何体的三视图，原几何体的形状不唯一确定，在本题中只知道正视图，俯视图，那么几何体可能有较多的情况.

现在，在俯视图中，按正视图的图形填上符合条件的每个位置小正方体的块数，共有如下 15 种可能，如图 1-

30 所示：

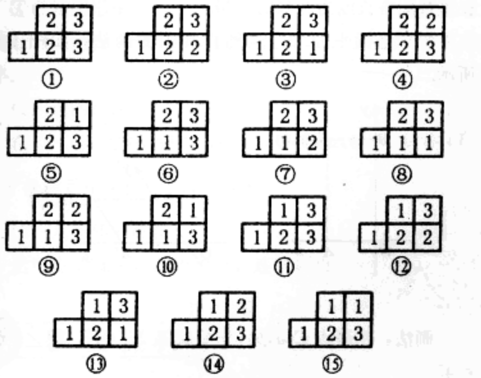


图 1-30

根据这 15 种情况可以画出左视图共有 5 种情况，同时也可以确定组成这个几何体所需要的小正方体块数.

解 (1) 左视图共有如下 5 种情况：

图 1-30 中①，⑥，⑪的左视图如图 1-31 所示.

图 1-30 中②，③，⑦，⑫，⑬的左视图如图 1-32 所示.

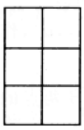


图 1-31

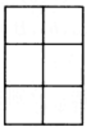


图 1-32

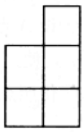


图 1-33

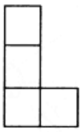


图 1-34

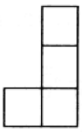


图 1-35

图 1-30 中④，⑤，⑨，⑩，⑭的左视图如图 1-33 所示.

图 1-30 中⑧的左视图如图 1-34 所示.

图 1-30 中⑮的左视图如图 1-35 所示.

(2) 图 1-30 中，①中 $n=11$；②中 $n=10$；③中 $n=9$；④中 $n=10$；⑤中 $n=9$；⑥中 $n=10$；⑦中 $n=9$；⑧中 $n=8$；⑨中 $n=9$；⑩中 $n=8$；⑪中 $n=10$；⑫中 $n=9$；⑬中 $n=8$；⑭中 $n=9$；⑮中 $n=8$.

所以 n 的值为 8，9，10，11.

自主练习

一、选择题

1. 两条不平行的直线，其平行投影不可能是 (　　)

A. 两条平行直线　　B. 一个点和一条直线

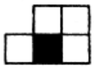
C. 两条相交直线　　D. 两个点

2. 如果用“□”表示 1 个立方体，用“▧”表示 2 个立体叠加，用“■”表示 3 个立方体叠加，那么图 1-36 中由 7 个立方体叠成的几何体，从正前方观察，可画出的平面图形是 (　　)

(A)

(B)

(C)



(D)

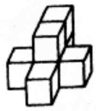


图 1-36

3. 下列几种说法：①相等的角在直观图中对应的角仍然相等；②相等的线段在直观图中对应的线段仍然相等；③平行的线段在直观图中对应的线段仍然平行；④线段的中点在直观图中仍然是线段的中点. 其中，说法正确的是 (　　)

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

4. 如图 1-37，下列物体的主视图和俯视图中有错误的一项是 (　　)

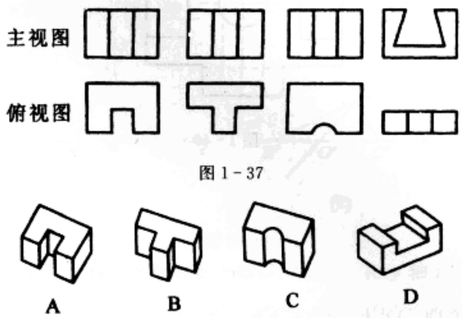


图 1-37

二、填空题

5. 正四棱台和圆台的正视图和侧视图形状都是________________，正四棱台的俯视图形状是________________，圆台的俯视图形状是________________.

6. 如图 1-38 所示，E，F 分别为正方体的平面 ADD_1A_1 和平面 BCC_1B_1 的中心，则四边形 BFD_1E 在该正方体的面上的投影可能是图中的________.

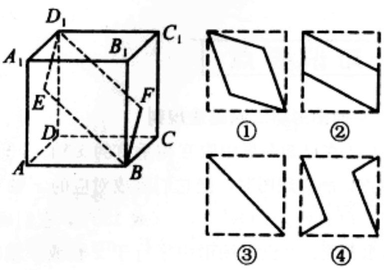


图 1-38

三、解答题

7. 如图1-39所示的是经过三个顶点的平面截去长方体一个角后剩下的几何体，请你画出它的三视图.

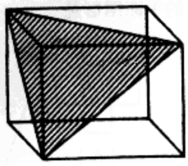


图1-39

8. 根据下列三视图画出直观图.

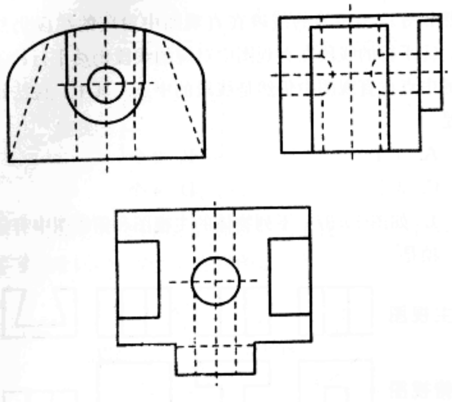


图1-40

第2讲　空间几何体的直观图

知识要点

1. 平面图形斜二测画法规则

(1) ①在已知图形中取互相垂直的 x 轴、y 轴，两轴交于 O 点，画直观图时，把它们画成对应的 x' 轴与 y' 轴，两轴交于 O' 且使 $\angle x'Oy'=45°$（或135°），它们确定的平面表示水平面；②已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段，在直观图中分别画成平行于 x' 轴与 y' 轴；③已知图形中平行于 x 轴的线段在直观图中保持不变，平行于 y 轴的线段在直观图中长度为原来的一半.

(2) 坐标平面中，点的直观图的画法，如图1-41所示.

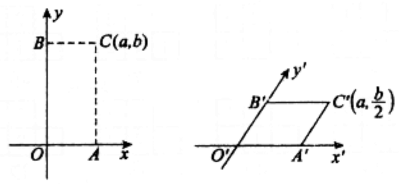


图1-41

画法：①设点 $C(a,b)$，作坐标系 $x'O'y'$，使 $\angle x'O'y'=45°$；

②在 x 轴上的点 A，画在 x' 轴上，使 $O'A'=OA$；

③在 y 轴上的点 B，画在 y' 轴上，使 $O'B'=\frac{1}{2}OB$；

④在 $x'O'y'$ 中，作 y' 轴的平行线 $x'=a$，作 x 轴的平行线 $y'=\frac{b}{2}$，直线 x' 与直线 y' 相交于 C' 点 $\left(a,\frac{b}{2}\right)$，点 C' 即为点 C 的直观图.

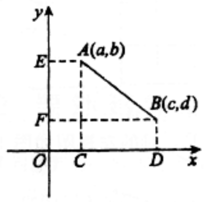
(3) 坐标平面中，线段的直观图的画法.

①设 A 点坐标为 (a,b)，B 点坐标为 (c,d)，作坐标系 $x'O'y'$，使 $\angle x'O'y'=45°$；

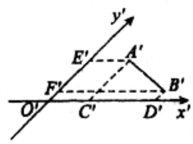
②仿照点 A 的做法，分别找出 A、B 两点的直观图 $A'B'$；

③连接 $A'B'$，则 $A'B'$ 就是 AB 的直观图.

如图1-42 (1)、(2) 所示.



(1)



(2)

图1-42

(4) 作一般多边形的直观图：

①作出各个顶点的直观图；

②连接各个顶点即可.

2. 空间几何体的直观图的画法

(1) 斜二测画法的规则

①在已知图形中取水平平面，取互相垂直的轴 Ox，Oy，再取 Oz 轴，使 $\angle xOz=90°$，$x'O'y'$ 所确定的平面表示水平平面；

②画直观图时，把它们画成对应的轴 $O'x'$，$O'y'$，$O'z'$，使 $\angle x'O'y'=45°$（或135°），$\angle x'O'z'=90°$，$x'O'y'$ 所确定的平面表示水平平面；

③已知图形中平行于 x 轴、y 轴或 z 轴的线段，在直

观图中分别画成平行于 x'轴、y'轴、z'轴的线段；

④已知图形中平行于 x 轴和 z 轴的线段，在直观图中保持长度不变；平行于 y 轴的线段，长度变为原来的一半.

（2）点的画法

在 $O-xyz$ 坐标系中，A 点坐标为(a,b,c)，则在 $O'-x'y'z'$坐标系中坐标为$\left(a,\frac{b}{2},c\right)$.

（3）几何体的画法

运用点的画法，画出顶点，连线即可.

课程探究

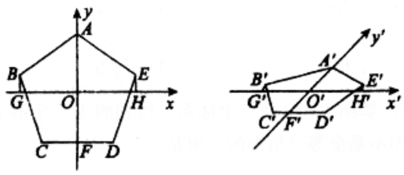
1. 在画水平放置的平面图形的直观图时，常用的方法有哪些？

常用的方法有斜二测和正等测两种方法，画圆的直观图时，常用正等测方法，但课标只要求我们会用椭圆模块画图即可.

2. 画正五边形的直观图.

【分析】建立坐标系 xOy 后，B，E 两点不在平行于坐标轴的直线上，故需作 $BG\perp x$ 轴于 G，$EH\perp x$ 轴于 H.

解 ①建立如图 1－43（1）所示的直角坐标系 xOy，再建立如图 1－43（2）所示的坐标系$x'O'y'$，使$\angle x'O'y'=45°$.



(1) (2)

图 1－43

②在图 1－43（1）中作 $BG\perp x$ 轴于 G，$EH\perp x$ 轴于 H，在坐标系 $x'O'y'$中作 $O'H'=OH$，$O'G'=OG$，$O'A'=\frac{1}{2}OA$，$O'F'=\frac{1}{2}OF$，过 F'作 $C'D'\parallel x'$轴，且 $C'D'=CD$.

③在图 1－43（2）中，在平面 $x'O'y'$中，过 G'作 $G'B'\parallel y'$轴，且 $G'B'=\frac{1}{2}BG$，过 H'作 $H'E'\parallel y'$轴，且 $H'E'=\frac{1}{2}HE$，连接 $A'B'$、$B'C'$、$C'D'$、$D'E'$、$E'A'$，所得五边形 $A'B'C'D'E'$即为正五边形 $ABCDE$ 的平面直观图.

【评注】平行于 x 轴的线段长度不变，平行于 y 轴的线段变为原来长度的一半，是斜二测画法的根本.

方法整合

【解析】画水平放置的边长为 4 cm（学生作业本上的实际的长度）的正方形的直观图.

解 画法：如图 1－44 所示. ①在已知正方形 $OABC$ 中，取 OA 所在的直线为 x 轴，取 OC 所在的直线为 y 轴，画对应的 x'轴、y'轴，使$\angle x'O'y'=45°$；

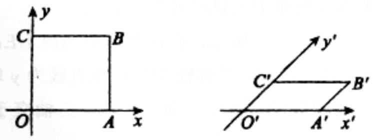


图 1－44

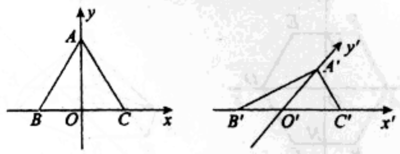
②在 x'轴上截取 $O'A'=OA$，在 y'轴上截取 $O'C'=\frac{1}{2}OC$；

③过 A'点作 $A'B'\underline{\parallel} O'C'$，连接 $C'B'$. 则平行四边形 $O'A'B'C'$就是正方形 $OABC$ 的直观图.

【例 2】画边长为 4 cm 的正三角形的水平放置的直观图.

【分析】建立坐标系不同，所作的图形也会不同，建坐标系时，应充分利用图形的对称性.

解法一 画法：如图 1－45 所示. ①以 BC 边所在直线为 x 轴，以 BC 边上的高线 AO 所在的直线为 y 轴，再画对应的 x'、y'轴，使$\angle x'O'y'=45°$.

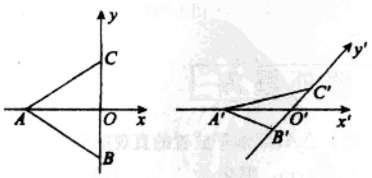


(1) (2)

图 1－45

②在 x'轴上截取 $O'B'=O'C'=2$ cm，在 y'轴上截取 $O'A'=\frac{1}{2}AO$，连接 $A'B'$、$A'C'$，则$\triangle A'B'C'$即为正$\triangle ABC$ 的直观图.

解法二 画法：如图 1－46 所示. ①以 BC 边所在的直线为 y 轴，以 BC 边上的高 AO 所在的直线为 x 轴，再画对应的 x'轴，y'轴，使$\angle x'O'y'=45°$.



(1) (2)

图 1－46

②在 x'轴上截取 $O'A'=OA$，在 y'轴上截取 $O'B'=O'C'=\frac{1}{2}OC=1$ cm，连接 $A'B'$、$A'C'$，则$\triangle A'B'C'$即为$\triangle ABC$ 的直观图.

【例3】用斜二测画法画出正六棱锥 $P-ABCDEF$ 的直观图．即其底面 $ABCDEF$ 是正六边形，点 P 在底面的投影是正六边形的中心 O.

解 用斜二测画法画六棱锥 $P-ABCDEF$ 的具体步骤如下：

(1) 画六棱锥 $P-ABCDEF$ 的底面.

①如图1-47①所示，在正六边形 $ABCDEF$ 中，取 AD 所在直线为 x 轴，对称轴 MN 所在直线为 y 轴，两轴交于 O，画相应的 x' 轴，y' 轴，z' 轴，三轴交于 O'，使 $\angle x'O'y'=45°$，$\angle x'O'z'=90°$.

②在图1-47②中，以 O' 为中点，在 x' 轴上取 $A'D'=AD$，在 y' 轴上取 $M'N'=\frac{1}{2}MN$；以点 N' 为中点，画 $B'C'$ 平行于 x' 轴，并且等于 BC；再以 M' 为中点，画 $E'F'$ 平行于 x' 轴，并且等于 EF.

③连接 $A'B'$、$C'D'$、$D'E'$、$F'A'$，得正六边形 $ABCDEF$ 水平放置的直观图 $A'B'C'D'E'F'$.

(2) 画六棱锥 $P-ABCDEF$ 的顶点，在 Oz' 轴上截取点 P．使 PO' 等于 PO 的长度.

(3) 成图．连接 PA'，PB'，PC'，PD'，PE'，PF'．并擦去 x' 轴，y' 轴，z' 轴，便得到六棱锥 $P-ABCDEF$ 的直观图 $P-A'B'C'D'E'F'$（如图1-47③).

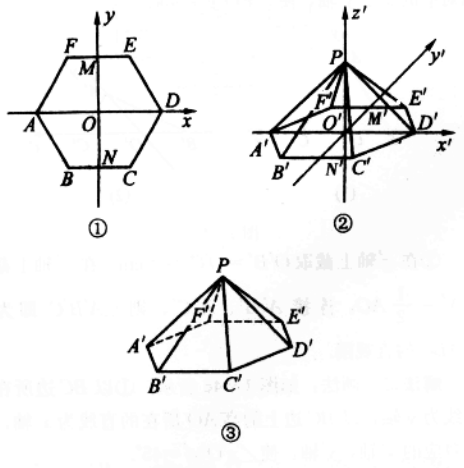


图1-47

课外延伸

【问题】$\triangle ABC$ 水平放置的直观图形如图1-48所示，$O'A=O'B=2$ cm，那么：

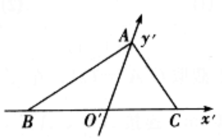


图1-48

(1) $\triangle ABC$ 的形状如何？

(2) $\triangle ABC$ 的面积是多少？

【分析】利用斜二测画法，反向推理.

首先在直观图中建立直角坐标系 $x'O'y'$，使两轴夹角为45°(或135°)．其次以 O 为原点建立直角坐标系 xOy，用斜二测画法还原平面图形.

解 (1) ∵$Ox\perp Oy$，$OB=OC$．∴y 轴是线段 BC 的垂直平分线.

又∵点 $A\in y$ 轴，∴$AB=AC$.

∴$\triangle ABC$ 是等腰三角形.

(2) 原图中，$BC=4$ cm，$AO=4$ cm.

∴面积是8 cm².

自主练习

一、选择题

1．用斜二测画法画直观图时：①平行四边形的直观图是平行四边形；②三角形的直观图是三角形；③正方形的直观图是正方形；④菱形的直观图是菱形，以上结论中正确的是 ( )

A．①② B．①

C．② D．①②③④

2．若一个三角形，采用斜二测画法作出其直观图，则其直观图的面积是原三角形面积的 ( )

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$倍 B．$\frac{1}{2}$倍

C．$\frac{\sqrt{2}}{4}$倍 D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$倍

3．如图1-49建立坐标系．得到的正三角形 ABC 的直观图不是全等三角形的一组是 ( )

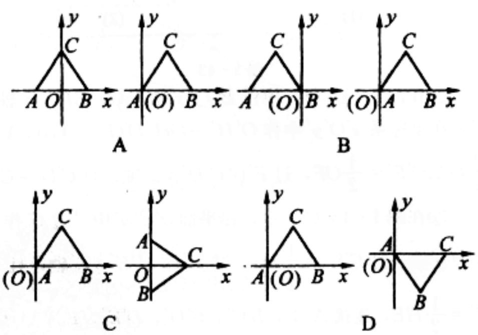


图1-49

二、填空题

4．一个角的直观图能否与原角大小相等？________.

5．一个四边形的直观图是边长为 a 的正方形，则原图形的面积为________.

6．已知$\angle AOB=60°$，且 OA 在 x 轴上，OB 在第一象限，利用斜二测画法画直观图$\angle A'O'B'$，若$\angle x'O'y'=$