電工基礎

下 冊

王 予 香著

水利电力出版社

电工基础

下册

王子香著

水利电力出版社

內 容 提 要

本书是作者根据在浙江大学讲授过的“电工基础”讲义改写而成，內容是按照高教部批准的教学大綱安排的。

全书分三部分：(一)电工的物理基础；(二)交流电路的理論；(三)电磁場的理論；分上、下两册出版。下册包括非正弦波交流电路、非直綫性交流电路、集中参数电路的瞬变状态、运算微积的应用、均匀傳輸綫及分布参数电路的瞬变状态等交流电路的理論，还包括电磁場理論的基础、靜电場、导电媒质中的电場、恒定电流磁場及交变电磁場等电磁場的理論。

本书可供高等工业学校电机系或动力系用作教学参考书，也可供工程技技人員参考。

电 工 基 础 下册

王 子 香著

*

757D278

水利电力出版社出版（北京西郊科学路二里沟）

北京市书刊出版业營业許可証出字第105号

水利电力出版社印刷厂排印

新华书店科技发行所发行　　各地新华书店經售

*

787×1092 $\frac{1}{25}$ 开本 * 16 $\frac{18}{25}$ 印張 * 366千字 * 定价(第10类)2.30元

1958年4月北京第1版

1960年7月北京第5次印刷(16,291—26,410册)

目　录

第二部分　交流电路的理論（續）

第十三章　非正弦波的交流电路

第十四章　非直綫性的交流电路

第十五章　集中参数电路的瞬变狀态

第十六章 运算微积的应用

第十七章 均匀傳輸綫

第十八章 分佈参数电路的瞬变狀态

第三部分 电磁場的理論

第十九章 电磁場理論的基础

第二十章 靜 电 場

第二十一章 导电媒質中的电場

第二十二章 恒定电流的磁場

第二十三章 交变电磁場

附录 矢量分析摘要

第二部分　交流电路的理論（續）

第十三章　非正弦波的交流电路

第1节　週期性函数的分析

以上各章所叙述的交流，都假設它是正弦波。在制造发电機时也竭力想法使它的构造能产生正弦波，但事实上往往有些差别。这些差别或产生于电源，或产生于負載，或二者同时並存。

例如，发电機裡的磁通密度是沿空气隙分佈的，因槽齿的不同，不完全是正弦形，只大体上很接近于正弦形，因而电势和电流的波形，就与正弦波形多少有些不同。

即使电源的电势是正弦形，而电阻、电感和电容等可能不是直綫性的，所形成的电流也就不一定是正弦形的。例如整流器、电弧和鉄芯綫圈等的阻抗都不是直綫性的，因而电流的波形，就可能与正弦形逈異。

这些虽不是正弦形，但还是週期性的。如像无綫电話与无綫电报等的波形，不仅是非正弦形，而且还是非週期性的。本章所討論的只限于週期性的波形。

电压和电流都可迭加。我們可把非正弦形而为週期性的电压，分解为直流分量和若干正弦形的分量。应用迭加定理，分别求出各个电压分量作用下的电流，然后把它們迭加起来，就得原电压作用下的电流。如此我們在研究非正弦波时，仍可援用正弦波的各种理論。

一切週期性函数，在一个週期內包含有限数的最大値和最小値，有限数而又为有限値的跳跃，就能合乎第里赫列的条件。满足第里赫列条件的週期性函数，都可用傅里叶級数表示出来，也就是可以分解为三角級数。

$$y=f(x)=A_0+A_1\sin(x+\varphi_1)+A_2\sin(2x+\varphi_2)+\cdots\cdots$$

$$+A_k\sin(kx+\varphi_k)+\cdots\cdots=\sum_{k=0}^{\infty}A_k\sin(kx+\varphi_k)\ . \qquad (13\text{-}1)$$

当$k=0$时，上式的

$$A_k=A_0,\quad \varphi_k=\varphi_0=\frac{\pi}{2}. \tag{13-2}$$

第一项A_0叫做直流分量或恒定分量；第二项$A_1\sin(x+\varphi_1)$叫做基波或一次諧波；第k项叫做k次諧波。二次以上的諧波，統叫做高次諧波。

上式两角之和的正弦，可以展开为另一形式。以k次諧波而論：

$$A_k\sin(kx+\varphi_k)=A_k\cos\varphi_k\sin kx+A_k\sin\varphi_k\cos kx\cdots. \tag{13-3}$$

再令　$A_k\cos\varphi_k=B_k,\qquad A_k\sin\varphi_k=C_k,$　　(13-4)

则　$A_k=\sqrt{B_k^2+C_k^2},\qquad \varphi_k=\tan^{-1}\dfrac{C_k}{B_k},$　　(13-5)

$$A_k\sin(kx+\varphi_k)=B_k\sin kx+C_k\cos kx. \tag{13-6}$$

于是（13-1）式可以改写为：

$$y=f(x)=A_0+B_1\sin x+B_2\sin 2x+\cdots\cdots+B_k\sin kx+\cdots\cdots$$
$$C_1\cos x+C_2\cos 2x+\cdots\cdots+C_k\cos kx+\cdots\cdots. \tag{13-7}$$

所以週期性函数，既可以（13-1）式表示，也可以用（13-7）式表示。由（13-1）式轉换为（13-7）式，可以引用（13-4）式的关系；由（13-7）式轉换为（13-1）式，可以引用（13-5）式的关系。一种形式确定之后，另一种形式就可以求出来。（13-1）式的系数A_k与（13-7）式的系数B_k、C_k，形成一个直角三角形的三边。C_k边的对角就是初相角φ_k。

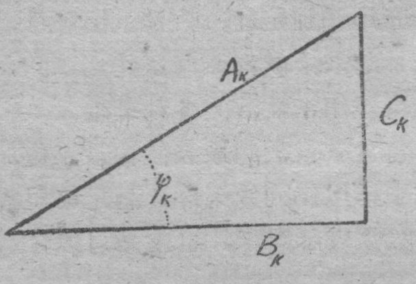

图13-1　複波的系数成一直角三角形

（13-1）式或（13-7）式所表示的是許多不同頻率的正弦波的和，所以这种波叫做复波。在交流技術上，最常遇到的复波是能滿足下列条件的：

$$f(x)=-f(x+\pi). \tag{13-8}$$

由（13-1）式，得：

$$-f(x+\pi)=-A_0-A_1\sin(x+\pi+\varphi_1)-A_2\sin(2x+2\pi+\varphi_2)$$

$$-A_3\sin(3x+3\pi+\varphi_3)+\cdots\cdots=-A_0+A_1\sin(x+\varphi_1)$$
$$-A_2\sin(2x+\varphi_2)+A_3\sin(3x+\varphi_3)+\cdots\cdots. \qquad (13\text{-}9)$$

比較（13-1），（13-9）兩式，欲合乎（13-8）式的条件，必須 A_0 及偶次諧波的各項均为零，即：

$$y=f(x)=A_1\sin(x+\varphi_1)+A_3\sin(3x+\varphi_3)$$
$$+A_5\sin(5x+\varphi_5)+\cdots\cdots. \qquad (13\text{-}10)$$

上式不含直流分量，也不含偶次諧波。这种波依横軸而对称，叫做**横軸对称波**（图13-2）。把这种波的負的部分前移 180°，再依横軸翻上去，就可重迭符合。直流分量和偶次諧波是破坏对称的（图13-3），故凡横軸对称的复波，旣沒有直流分量，也不含偶次諧波。

在整流器中的电流或电压等，若原点的选擇适宜，往往能滿足下列条件：

$$f(x)=f(-x). \qquad (13\text{-}11)$$

由(13-7)式，$f(-x)=A_0+B_1\sin(-x)+B_2\sin(-2x)+\cdots\cdots$

$$+C_1\cos(-x)+\underset{C_2\cos(-2x)}{\cancel{B_2\sin(-2x)}}+\cdots\cdots=A_0-B_1\sin x-B_2\sin$$
$$(2x)+\cdots\cdots+C_1\cos x+C_2\cos(2x)+\cdots\cdots. \qquad (13\text{-}12)$$

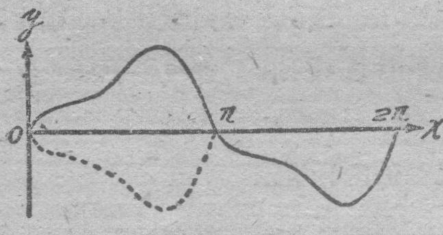

图13-2 横軸对称的複波

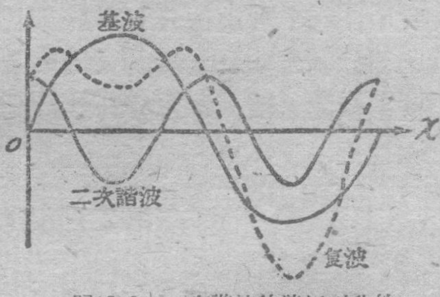

图13-3 二次諧波的破坏对称性

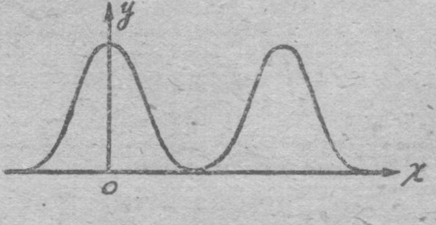

图13-4 縱軸对称的複波

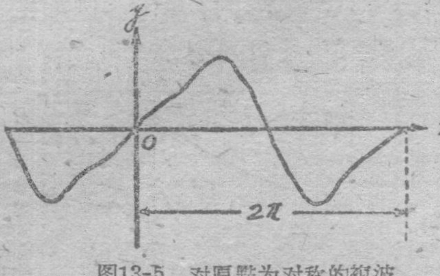

图13-5 对原點为对称的複波

比較(13-7)，(13-12) 兩式，欲合乎(13-11)式的条件，必須含 sin的各項都是零，即：

$$y=f(x)=A_0+C_1\cos x+C_2\cos 2x+\cdots\cdots \qquad (13\text{-}13)$$

这种波是依縱軸而对称，叫做**縱軸对称波**。凡縱軸对称波，必不含（13-7）式中正弦的各項（图13-4）。把右边的曲綫依縱軸翻过去，就可与左边的曲綫相重迭。

在倍频器的复波中，若选定原点在函数为零之点时，所遇到的函数，将能满足下列条件：

$$f(x)=-f(-x). \qquad (13\text{-}14)$$

由(13-9)式

$$-f(-x)=-A_0+B_1\sin x+B_2\sin(2x)+\cdots\cdots\cdots$$
$$-C_1\cos x-C_2\cos(2x)-\cdots\cdots\cdots.$$

以与(13-7)式相比較，欲合乎(13-14)式的条件，必須 A_0 及含 cos 各項都为零，即原函数应为：

$$y=f(x)=B_1\sin x+B_2\sin(2x)+\cdots\cdots\cdots. \qquad (13\text{-}15)$$

这种波是依原点而对称，叫做**原点对称波**。凡原点对称波，在(13-7)式中，必不含直流及 cos 各項的分量。

欲确定某一复波，只須求出它的 A、B、C 等系数就是。确定这些系数的方法，可以分为兩种：一种是分析法；一种是图解法。分别叙述于以下二节。

第2节 非正弦波的分析法

若曲綫方程式 $y=f(x)$ 为已知，或可以由观察复波而求得，則 A、B、C等系数可以算出。例如把（13-7)式的兩边，各乘以dx，再各从0积到2π，就可以求出A_0来。

$$\int_0^{2\pi} y\,dx=\int_0^{2\pi} A_0\,dx+\int_0^{2\pi} B_1\sin x\,dx+\int_0^{2\pi} B_2\sin 2x\,dx+\cdots\cdots$$
$$+\int_0^{2\pi} C_1\cos x\,dx+\int_0^{2\pi} C_2\cos 2x\,dx+\cdots\cdots.$$

上式的右边各項，除第一項为 $2\pi A_0$ 外，其余各項各为零，故：

$$A_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} y dx. \tag{13-16}$$

欲求系数B_k，只須把（13-7）式的兩边各乘以$\sin kx\,dx$，再各从零积到2π，就是：

$$\int_0^{2\pi} y\sin kx\,dx=\int_0^{2\pi}A_0\sin kx\,dx+\int_0^{2\pi}B_1\sin x\sin kx\,dx+\cdots\cdots$$

$$+\int_0^{2\pi}C_1\cos x\sin kx\,dx+\int_0^{2\pi}C_2\cos 2x\sin kx\,dx+\cdots\cdots.$$

上式右边各项可分为四类$(m\neq n)$：

$$A_0\int_0^{2\pi}\sin kx\;dx=0\;;$$

$$B\int_0^{2\pi}\sin mx\sin nx\,dx=\frac{B}{2}\int_0^{2\pi}\cos(m-n)xdx$$

$$-\frac{B}{2}\int_0^{2\pi}\cos(m+n)xdx=0;$$

$$C\int_0^{2\pi}\sin mx\cos nx\,dx=\frac{C}{2}\int_0^{2\pi}\sin(m+n)xdx$$

$$+\frac{C}{2}\int_0^{2\pi}\sin(m-n)xdx=0; \tag{13-17}$$

$$B_k\int_0^{2\pi}\sin^2 kx\,dx=\frac{B_k}{2}\int_0^{2\pi}(1-\cos 2kx)dx=\pi B_k.$$

前三类各为零，只有最后一类为πB_k，故：

$$B_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y\sin kx\,dx. \tag{13-18}$$

同理
$$C_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y\cos kx\,dx. \tag{13-19}$$

如此复波函数$y=f(x)$与系数A_0、B_k、C_k間已有一定的关联。我們就可以从方程式$y=f(x)$，按照（13-16）、（13-18）、（13-19）三式以求得各系数。既求得各系数后，又可按照（13-7）式，求出复波的分解式。

（例1）有一鋸齿形的复波（图13-6），在一週之間，y的数值从（$-\pi$）到（$+\pi$），試以傅里叶級数表示这复波。

鋸齿形的波在一週之中是一直綫波。当x为零时，y为（$-\pi$）；x为2π时，y为（$+\pi$）。故：

$$y = x - \pi . \tag{13-20}$$

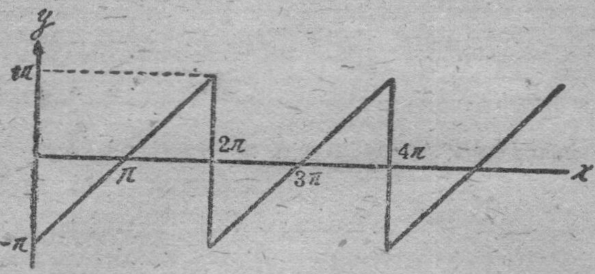

图13-6　锯齿波的分析

由(13-17)式

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(x-\pi)\,dx$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2}{2} - \pi x\right]_0^{2\pi}$$

$$= 0. \tag{13-21}$$

由(13-18)式

$$B_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}(x-\pi)\sin kx\,dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}x\sin kx\,dx - \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\pi\sin kx dx,$$

等式右边第二项为零，第一项的积分可引用积分公式：

$$\int x\sin x\,dx = \sin x - x\cos x,$$

得　$$B_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}x\sin kx\,dx = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{k^2}\sin kx - \frac{x\cos kx}{k}\right]_0^{2\pi} = -\frac{2}{k}, \tag{13-22}$$

故 $B_1 = -\frac{2}{1}$；$B_2 = -\frac{2}{2}$；$B_3 = -\frac{2}{3}$；$B_4 = -\frac{2}{4}$等.

由（13-19）式

$$C_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}(x-\pi)\cos kx\,dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}x\cos kx\,dx - \int_0^{2\pi}\cos kx\,dx$$

上式右边第二项为零，第一项的积分可引用积分公式：

$$\int x\cos x\,dx = \cos x + x\sin x,$$

得　$$C_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}x\cos kx\,dx = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\cos kx}{k^2} + \frac{x\sin kx}{k}\right]_0^{2\pi} = 0 . \tag{13-23}$$

以（13-21）、（13-22）、（13-23）三式的 A、B、C的数值代入（13-7）式，得锯齿波的傅里叶級数式为：

$$y = -2\left(\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x + \cdots\cdots\right). \tag{13-24}$$

〔例 2〕有一正弦波，經整流后，只留正的半波（图13-7）。試以傅里叶級数前四項表示这波的近似值。

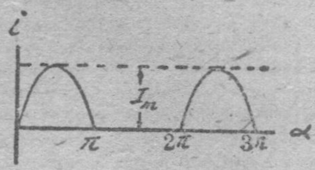

图13-7 半波整流的複波

在 x 从零到 π 时，$i=I_m \sin\alpha$，

在 x 从 π 到 2π 时，$i=0$.

由（13-16）式

$$A_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} I_m \sin\alpha d\alpha+\frac{1}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi}(0)\ d\alpha=\frac{I_m}{2\pi}\Big[-\cos\alpha\Big]_0^{\pi}=\frac{I_m}{\pi}. \tag{13-25}$$

由（13-18）式

$$B_1=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}(I_m\sin\alpha)\ \sin\alpha d\alpha+\frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi}(0)\ \sin\alpha d\alpha$$

$$=\frac{I_m}{2\pi}\int_0^{\pi}(1-\cos 2\alpha)\ d\alpha=\frac{I_m}{2}. \tag{13-26}$$

在 k 不为零，也不为 1，而为 2 以上时，则：

$$B_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}(I_m\sin\alpha)\sin k\alpha d\alpha$$

$$=\frac{1}{2\pi}\left[\frac{\sin\ (k-1)\ \alpha}{k-1}-\frac{\sin\ (k+1)\ \alpha}{k+1}\right]_0^{\pi}=0. \tag{13-27}$$

由（13-19）式

$$C_1=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}(I_m\sin\alpha)\ \cos\alpha d\alpha+\frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi}(0)\ \cos\alpha d\alpha$$

$$=\frac{I_m}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin 2\alpha}{2}d\alpha=\frac{I_m}{\pi}\left[-\frac{\cos 2\alpha}{4}\right]_0^{\pi}=0. \tag{13-28}$$

在 k 不为零，也不为 1，而为 2 以上时，则：

$$C_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}(I_m \sin\alpha)\ \cos d\alpha d\alpha$$

$$=\frac{I_m}{2\pi}\int_0^{\pi}\Big[\sin(\alpha+k\alpha)+\sin(\alpha-k\alpha)\Big]d\alpha$$

$$=\frac{I_m}{2\pi}\left[-\frac{\cos\ (1+k)\alpha}{1+k}-\frac{\cos(1-k)\alpha}{1-k}\right]_0^{\pi},$$

当 $k=2$时， $C_2=-\frac{2I_m}{3\pi}$.

$k=3$时， $C_3=0$. (13-29)

$k=4$时， $C_4=-\frac{2I_m}{15\pi}$.

以（13-25）到（13-29）式各值代入（13-7）式，得整流波(图 13-7）的傅里叶级数的前四项式：

$$i=\frac{I_m}{\pi}+\frac{I_m}{2}\sin\alpha-\frac{2I_m}{3\pi}\cos 2\alpha-\frac{2I_m}{15\pi}\cos 4\alpha$$

$$=0.318I_m+0.500I_m\sin\alpha-0.212I_m\cos 2\alpha-0.0424I_m\cos 4\alpha. \quad (13-30)$$

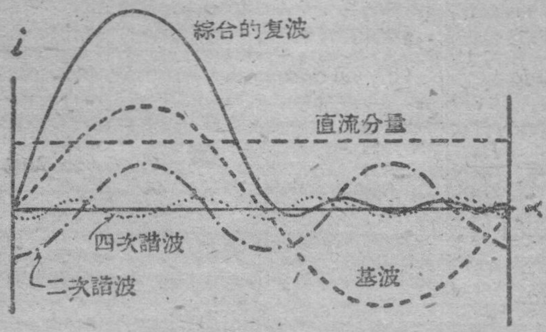

图13-8 整流波的各分量

把这四个分量各繪於 图 13-8，綜合的复波已接近於整流波。

〔例 3〕有一R、C、L相串聯的电路，电源的基波频率为50赫，已知：

$R=10$ 欧，

$L=0.05$亨，

$C=22.5$ 微法，

$u=180\sin\omega t+60\sin 3\omega t+40\sin(5\omega t+18^\circ)$伏，

試求电路中的电流。

$$Z_1=R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega c}\right)=10+j\left(314\times0.05-\frac{10^6}{314\times22.5}\right)$$

$$=10+j(15.7-141)=10-j125.3=126\angle -85.3^\circ \quad 欧，$$

$$I_{1m}=\frac{U_{1m}}{z_1}=\frac{180}{126}=1.43安，$$

$\therefore$ $i_1=1.43\sin(\omega t+85.3^\circ)$安.

$$Z_3=R+j\left(3\omega L-\frac{1}{3\omega c}\right)=10+j\left(3\times15.7-\frac{141}{3}\right)=10+j(47-47)$$

$$=10\angle 0^\circ \quad 欧，$$

$$I_{3m}=\frac{U_{3m}}{z_3}=\frac{60}{10}=6安，$$

$\therefore$ $i_3=6\sin(3\omega t+0^\circ)=6\sin 3\omega t$安.

$$Z_5=R+j\left(5\omega L-\frac{1}{5\omega c}\right)=10+j\left(5\times15.7-\frac{141}{5}\right)=10+j50.3$$

$$=51.2\angle 78^\circ \quad 欧，$$

$$I_{5m}=\frac{U_{5m}}{z_5}=\frac{40}{51.2}=0.78\text{安},$$

$$\therefore\quad i_5=0.78\sin(5\omega t+18^\circ-78^\circ)=0.78\sin(5\omega t-60^\circ)\text{安}.$$

电流 $=i=i_1+i_3+i_5=1.43\sin(\omega t+85.3^\circ)+6\sin3\omega t+0.78\sin(5\omega t-60^\circ)$ 安.

請注意上例的波幅，电压的基波远大於第 3 次諧波，而电流的基波，却远小於第 3 次諧波，其理由請思考（或参閱以下第 10 节）。

第 3 节　非正弦波的图解法

从以上的分析，可知傅里叶的級数是复波和正弦波間的橋梁。一个任意形状的复波，經过傅里叶級数的分解，可以化作若干不同频率的正弦波，对于复波的处理，可援用正弦波的方法。

例如有一复波的电势施于一电路，我們可以把复波的电势經傅里叶級数的分解，化作若干不同頻率的电势，分别施于这电路，这电路的电流按照迭加定理，就是这些电势所产生的电流的总和，如上节的例 3。

倘 $y=f(x)$ 为已知或可求得，則用上节的分析方法，經过傅里叶級数的橋梁，分解为不同頻率的正弦波，自是最省事的办法。但实际所研究的复波往往是現波器所照下来的波形，无从确定它的数学方程式，而只有一定形状的波形。如此就須採用近似的图解法。所謂图解法，就是从已知复波的图中，求出各級数的系数 A_0、B_k、C_k 来。理論很簡单，而計算的数字甚繁。

先叙述求 A_0 的方法。由（13-16）式，可知：

$$A_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}ydx=\text{一週間平均的縱坐标。}$$

量出复波在一週以內的曲綫与横軸所包圍的面积的代数和，再用一週間的横坐标 2π 来除，所得的商就是系数 A_0（图13-9）。这面积可用「面积計」量出，也可用精細而透明的方格紙数出。如复波对横軸对称，則一週之間面积的代数和为零，A_0 也必为零，就是横軸对称波，不含有直流分量。

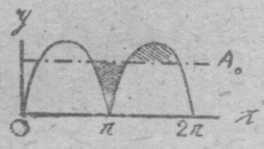

图13-9　A_0 是一週間平均的縱坐标

次叙述求 B_k 的方法。既系图解，自不能