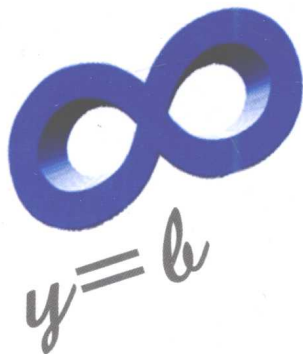




研究生考试辅导用书系列

总策划 胡东华
主 编 北京大学教授 田勇
编 写 考研命题研究组



2010年硕士研究生入学考试 应 试 教 程

2010NIAN SHUOSHIYANJIUSHENG RUXUE

数学理工分册 KAOSHI YINGSHI JIAOCHENG



西南师范大学出版社
SOUTHWEST CHINA NORMAL UNIVERSITY PRESS

2010 年硕士研究生入学考试应试教程

(数学理工分册)

总策划 胡东华
主 编 北京大学数学科学学院 田 勇
编 写 考研命题研究组
支 持 新浪教育 <http://edu.sina.com.cn>

• 西南师范大学出版社 •

Southwest China Normal University Press

图书在版编目(CIP)数据

2010 年硕士研究生入学考试应试教程·数学理工分册/田勇主编. —重庆:西南师范大学出版社,2009.2

ISBN 978-7-5621-4417-5

I. 2… II. 田… III. 高等学校—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 021995 号

2010 年硕士研究生入学考试应试教程(数学理工分册)

主编 田 勇

出 版 人:周安平
出 版 者:西南师范大学出版社
地 址:重庆北碚区天生路 2 号西南大学校内
责 任 编 辑:杨光明
封 面 设 计:尚品视觉
高 等 教 育 分 社:(023)68254356
市 场 营 销 部:(023)68868624 68254350
邮 购 部 电 话:(023)68252507
网 址:www.xscbs.com
发 行 者:西南师范大学出版社
经 销:全国新华书店
印 刷 者:重庆市圣立印刷有限公司
版 次:2009 年 2 月第 1 版
印 次:2009 年 2 月第 1 次
开 本:787mm×1092mm 1/16
字 数:960 千字
印 张:32.5
定 价:49.50 元

版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。



来自全国各地的感谢信



双博士:您好! 首先感谢您对北京大学“十佳教师”评选活动的热情支持和无私帮助! 师恩难忘, 北京大学“十佳教师”评选活动是北京大学研究生会的品牌活动之一, 是北京大学所有在校研究生对恩师情谊的最朴素表达。双博士作为大学教学辅导及考研领域全国最大的图书品牌之一, 不忘北大莘莘学子和传道授业的老师, 其行为将永远的被北大学生感怀和铭记。作为考研漫漫征途上的过来人, 双博士曾陪伴我们度过无数个考研岁月的日日月月, 曾带给我们无数个明示和启发, 当然也带给我们今天的成功。特致此信以向博士表达我们内心长久以来的感激之情, 并祝愿双博士事业蒸蒸日上。北京大学研究生会, 二零零二年十一月

双博士:你好! 我是内蒙古大学大一的学生。刚入大学, 在各方面都不太适应, 尤其在学习上, 老师们不再“手把手”地教。我的外语水平较低, 加上老师上课讲的东西, 有一部分听不懂, 而我是学习计算机专业的, 这使我非常着急, 急需一套参考辅导之类的书, 听高年级和班里的同学介绍说: “双博士挺好, 你去书店看一看就知道了。”后来, 我去书店几乎看完了所有的辅导材料, 相比之下, 觉得双博士种类齐全, 而且书中的内容安排最贴近于我的需求。我想这就是同学们向我推荐“双博士”的理由吧。于是, 我陆续买了几本, 有《新视野读写·听说教程辅导》、《词汇分频语境记忆》、《40 篇文章贯通词汇》和《大学英语四级一考通》等, 各书中的内容, 如例句、习题经典, 讲解详细, 它们现在已成为我学习中不可或缺的帮手、我的“老师”。有这些好“老师”, 我一定能把外语学好。祝双博士全体工作人员身体健康, 万事如意, 祝双博士事业蒸蒸日上! 我的通信地址: 内蒙古呼和浩特市大学西路 235 号内蒙古大学计算机学院 200 * 级软件班, 邮编: 010021, 董 * *, 200 * . 10. 21

敬爱的编辑:您好! 我是广东金融学院 05 级的一名新生。在书店中, 《新视野大学英语》的辅导书很多, 但我一眼就看中了“双博士”。其一, 书的封面美观大方, 给人一种专业、配套的感觉, 值得信赖。其二, 书的内容丰富、实用。从课文翻译到单词解析, 特别是课文背景和时文阅读, 让我们轻松把握课文主旨, 深入理解课文精神。本书使我受益匪浅, 不但使我增强了对英语学习的兴趣, 而且使我的英语成绩在短期内得到了提高! 上学期初, 英语摸底中我得了倒数第一, 难以置信。而期末, 我却以班上中上成绩通过了 CET, 更难以置信! 衷心希望“双博士”越办越好, 为广大学子奉献更多更好的书! 沈斌, 2006. 3. 26

双博士:您好! 我是一名云大学子。从入大学始, 我就认定了双博士图书, 我认为它非常实用, 我很喜欢。所以为了 2006 年考研, 我又购买了多本双博士图书, 还推荐给我们学校的许多同学。他们都感到双博士很有价值。现在, 我还在忙于考研。开学后不久, 我买了 4 本双博士系列考研辅导书, 用了近 1 个月, 我觉得非常适合我们的备考, 尤其是英语和政治, 有了很大的提高。在此我非常感谢你们, 希望“双博士”越办越好! 我的地址是: 云南大学生命科学学院 0 * 级生物技术班, 我的名字是: 刘声传, 邮编 650091。谢谢! 刘声传, 2005 年 3 月 27 日。

双博士:您好! 我是广西医科大学的一名大五医学生, 现实习于广西玉林市第一人民医院。我和我的不少同学都决定考研, 我们都选择了“双博士”, 是“双博士”的系统、详实及在师兄师姐们中的良好口碑, 赢得了我们的信任与选择。我相信, 考研路上有“双博士”作伴, 将事半功倍。邓超明, 2005-7-31, 于玉林市一医。

敬爱的老师们:你们辛苦了! “双博士”系列图书对我来说, 自从进入大一一开始就已不再陌生了。可以说我的大一、大二的英语课是“双博士”陪我度过的, 甚至我的英语四级的通过, 也离不开“双博士”的帮助。我们班有十多位打算考研的, 学校给我们到书店集体订购了《2006 年研究生入学考试招生问答及全国各高校考研介绍》, 对我们的考研指引了方向, 本来迷茫的我, 见了“双博士”便有了信心。最近我到书市逛, 打算买《2006 年考研政治红宝书习题解析》, 逛了好多摊位也没见着, 最后只在南京图书城见到了《2005 年考研政治红宝书

习题解析》，无奈之下只能买2005年的了，不知2006年的市场上什么时候才有销售。最后祝愿“双博士”的老师们工作顺利，身体健康，也祝“双博士”系列图书越办越好。 宋晓波，2005年3月20日

尊敬的各位双博士图书邮购部的叔叔阿姨们：你们好！ 我是山西省煤炭管理干部学院的一名学生，也是双博士图书的使用者。其实使用“双博士”也是一次偶然，记得在英语课上，我的一位同学在回答问题时，说得头头是道。出于好奇，我问他原因，他说是“双博士”给了他许多帮助，课前预习时它可是必不可少的朋友，课后复习却又是不可多得的良师。于是，在朋友的推荐下，我也加入了使用“双博士”的庞大队伍中来。然而，在使用后，感觉真的是良师益友，……，祝各位：身体健康，工作顺利！ 学生：张建兵，2006年4月11日

尊敬的图书邮购部的编辑及全体成员：你们好！ 首先，我代表凡购买“双博士”系列丛书的众多学生向你们表示崇高的敬意和问候，以及表达我们内心长久以来深厚的感情。我很荣幸接触到“双博士”品牌系列丛书，在学习给予我极大的帮助，使我掌握了不少知识以及学习的技巧。同学们都深感到此系列丛书有以下许多优点：（一）题材多样，信息丰富，含金量高；（二）在语境中记单词效果显著，扩大了词汇量；（三）读听效果结合，融为一体；（四）实用性强。……此书已得到了师生的认可和赞同，为同学们提供了新视野、新方法、新思维，深受我们喜欢和称赞。在茫茫的书海中，绝对是绝无仅有的，是大学生学习的好丛书，现已在学校广泛应用。我将会为同学们不断地推荐此系列丛书，并祝愿“双博士”蒸蒸日上，明日更好！ 黑龙江省黑河学院外语系05级9*号信箱，王严垒

双博士：你们好！ 我是一名大四准备考研的学生，由于我考电子类，竞争激烈，而且是考数一。所以，我对数学的准备是很重视的，当然也就很重视所选辅导书。经过认真地选择和比较，我购买了《考研应试教程（数学理工）》，并选择《考研数学题典》作为习题集。我把这两本书结合在一起用，感觉很不错。它们结构清晰，解题思路清晰，不像某些书专讲偏题怪题，习题答案也很详细。因此，我把这一套书推荐给了我的一好朋友，他也感觉不错，也买了。我还访问过你们的网站，感觉不错。在此，我和我的朋友一起感谢你们，是你们给我点燃了考研路上的航灯，指引我前进。最后，我祝“双博士”蒸蒸日上，书越出越多，销量越来越好。来信请寄：武汉市武汉理工大学50*信箱，邮编430070 您忠实的顾客：仇华炳，2005.9.26

双博士：你好！ 我是一名在校的大学生，从上大学起，我就买了“双博士”图书，我认为它非常实用，我很喜欢。所以今年我又一次买了双博士图书，还推荐给我们班许多同学，他们都非常喜欢。现在我们班都要考四级了，我上了www.bhdd.cc网看了一下，我觉得非常适合我们备考。再次，我非常感谢你们，希望你们工作顺利。我的地址：新疆阿拉尔市塔里木大学1*信箱，邮编：843300，谢谢！ 孙满满，2004.11.6

亲爱的双博士丛书的所有编辑：我是重庆医科大学2001级一名临床医学生，面临着毕业。我和周围的同学都在忙于实习，找工作，考研。无论是找工作还是考研，我们都认为考研是必需的，是为自己以后的发展打下基础，所以大家都不放弃考研。在这期间，我们发现并认识了“双博士”，它给了我们更大的希望，给了我们更大的安慰，相信有它作伴，我们在考研的路上一定会一帆风顺！为此，特别感谢“双博士”丛书所有编辑，为我们所付出的巨大努力和艰辛！最后，愿我们在考研的独木桥上，有“双博士”丛书相伴，过关斩将，如愿以偿！在此，向“双博士”丛书的编辑们致敬！

双博士：你们好！ 我曾在大一和大二时购买过“双博士”的《大学英语精读课文辅导》，对我的帮助很大，大二上学期参加四级考试前没买别的辅导资料，仅依靠《辅导》轻松过关。感谢“双博士”为我带来如此好的资料，所以我信赖“双博士”，也相信考研中借助“双博士”的力量，会取得更好的成绩。暑期我使用“双博士”的考研数学和英语辅导书，感觉效果不错，向同学推荐，大家都反映书编得很好。另外，“双博士”比较讲信誉，我曾得到“双博士”的赠书……最后，祝“双博士”事业蒸蒸日上，出更多的精品。刘磊，2005.8.10

双博士：您好！ 一直想给您写信，但是因为学习忙，所以就没有写，但借寄领奖凭证之际，我还是说几句

心里话,代表我及受益于“双博士”的同学。我四、六级英语考试都是看了您的辅导材料,效果特别好,我觉得我要是有机会,就要到 CCTV 上面去表扬您们一下。现在大四了,也和大家一样跟着考研风,所以又买了你们的考研大系列。……通信地址:昆明市高新区商院路 2 号云南师范大学,计科系 02 级 * 班,周士隆收,邮编:650106。

“双博士”丛书的人员们:你们好! 我是安徽省蚌埠医学院护理学系大一的新生。因去年上半个学期购买了“双博士”丛书后,感到受益匪浅,所以本学期又买了《大学英语精读辅导》。在此之前我的英语基础一直很薄弱,可是《大学英语精读》却帮助我如何正确学习英语,书中课文讲解、四六级练习、课后答案等,介绍都很全面。尤其是单元内出现的词汇、短语、句子。该书分析全面透彻,深受老师和同学们的喜爱,是我们课堂上的好帮手、课后的好老师。我的联系地址:安徽省蚌埠医学院 06 * 号信箱。祝“双博士”越办越好! 读者:黄晶晶,2006 年 4 月 4 日。

敬爱的出版社工作者:我非常喜欢“双博士”系列英语丛书,可以说,每次新学期的开始,我都会毫不犹豫地购买,是它伴随了我成长的历程,是它伴随了我英语进步的点点滴滴,我也获益匪浅。我会继续义无反顾地支持“双博士”,祝你们“双博士”丛书越办越好! 我的地址:合肥炮兵学院一系 * 队, 李亚军

胡老师:您好! 我是苏州大学大一的学生,刚进入大学,对大学的课程,心里很迷惘,尤其是放在我眼前的高数和 CET4,很茫然。为了英语学习不落后,我在书店购买了“双博士”的英语课文辅导书……胡老师,感谢您在百忙之中读我的信,真心地祝您工作愉快,也祝“双博士”系列能够在全国打得更响,“三分之一”不够大,“百分之百”才是我们的“双博士”。苏州大学后庄学生公寓 10-1 栋 * * * 室,曲宏岗,05.10.9

(请读者注意:对本书如有任何建议、意见或相关的感谢信,可发电子邮件到: hbdt100@163.com 或 hbdt100@163.com)

,谢谢大家的关心,胡东华)

Preface



读“双博士”成就双博士！

我爱考研！我爱新双博士！

健康+科学复习+科学考试=考研成功

首先在保证身体健康的状态下制定好复习计划。考研完全是一个自主学习，自我管理的过程。科学合理地安排复习计划是考研成功最基本的保证。

其次是进行标准化强化训练使自己完全符合考研“模子”的尺度规格，最后的成功就是按照这个标准化程序训练自然的结果。这个标准化训练的依据就是考研的历年真题。

考研历年真题不是简单地“题”，而是考研的“教材”。这是考研的最高思维。

“过去的即是现在，现在过去已有。”历史可以再现，但绝不会简单重复。考研历年真题的规律就是考研的核心密码，如果我们能站在这个正确的起点，正确使用和掌握历年考研真题，对于未知的考研将来其实我们早已掌控。

“新双博士”考研应试教程系列可以称之为真题版考研教材。

本应试教程采用考点+真题的模式，把历年真题按照大纲考点的编排模式归档归类，按照考纲顺序将真题系统梳理，所选的真题都是按照历年出现的频率筛选出来，极具代表性，每个章节知识点下都详细阐述命题思路和考点延伸范围。本教程系列考点全面，题型全面，题目即是真题。

“新双博士”考研应试教程系列使你的复习从开始就进入标准规范有序系统，在考研高速跑道上就等于在起跑点你就“抢票”进入了时速最快的子弹头列车。

有一种流行的观点就是把历年真题放到最后检测自己的复习效果。这种学习方法是得不偿失的。考研经过数年考试已经形成了一套非常标准的体系模式，如果你一开始就游离在这个体系之外，怎么会找到复习的方向？没有方向的指引怎么会在考研的路程上前进？只有先和真题过招，才能根据标准进入秩序复习。

本书的使用方法和复习技巧：

记忆和全面掌握大纲要求规定的内容是准备数学考研全面复习阶段最主要的任务，也是整个复习过程中最基础和最重要的内容。本书适合考生全面复习时使用。

考研数学很重视基础能力和基本功的考查，本书对于基础不太好的考生来说，能使考生快速入门并迅速提高成绩。

本书按照考纲的知识点顺序编排。每章有考点详解，重点和难点提示及常考题型归纳总结，最后附本章自测题。每章系统对知识点统筹分类，能从全局把握每章的整体内容，方便考生对照考纲要求根据自己情况安排复习，因而不会遗漏知识点。所谓良好开端就是成功的一半，这样考生一开始就能对照出来哪些是自己复习中的“死穴”，在复习初期就有针对性系统全面地开始。

针对各个章节的知识点都有专项讲解，并总结出每个知识点的出题方法，这对于考生培养正确地思维模式有指导意义，对于一些综合性题目，都详细阐述各知识点之间的关系。

作为一本复习教材,复习一遍是绝对不够的,最少应当看三遍,要有一个反复的过程,第一遍复习时也许你懂得了,第二遍复习时还会有一些新的启发。复习不要单纯地就题论题,在做题过程中经常想一下,这道题还能不能用别的方法做,这道题有一些什么启发,有一些什么概念性的、方法性的东西。虽然本书对每种类型的题目都做了总结,如果你自己总结效果会更好一些,有一些综合题做不上来,这也很正常,慢慢来。

复习时一定要做书的主人,根据自身情况正确使用本书。

复习方法往往比复习本身更重要,考试主要考查的是考试方法。因此在复习过程中准备一个错题集,将每次做错的题目按照章节集中收集起来,在下次复习时候先攻克错题集上的题目。你会发现,错题集上的题目随着你复习的进步会越来越少直到你完全消灭。

“一切皆有可能”,相信你能创造奇迹!

编者

2009年1月于北京大学

“考研押题讲座”授课计划

一、内容:考研政治、英语、数学(一、二、三)、西医综合科目,考前一个月押题讲座

二、讲座总策划及献爱心人——“新双博士”品牌总策划:胡东华

三、讲座资料提供:

北大、清华、人大考研辅导班资料采编组 联合提供
京城考研命题信息搜集研究组

四、讲座时间:2009年12月1日~2010年1月8日(以网上通知为准)

五、网站:1. 西南师大出版社网站:<http://www.xscbs.com>

2. 双博士网校:<http://www.bbdd.cc>

六、课程表:

时 间 科 目	12月第1周	12月第2周	12月第3周	12月第4周
政 治	马克思主义哲学、 政治经济学	毛泽东思想概论	邓小平理论与“三个 代表”重要思想概论	当代世界经济与政治、形 势与政策
英 语	英语知识运用	阅读理解 A	阅读理解 B、C	写作命题预测及背诵范文
数 学 一	微积分	微积分	线性代数	概率论与数理统计
数 学 二	微积分	微积分	微积分	线性代数
数 学 三	微积分	微积分	线性代数	概率论与数理统计
西医综合	生理学生物化学	病理学	外科学	内科学

注:本押题讲座,在历年多次命中当年考题

新双博士品牌

真情大奉献

目 录

第一篇 高等数学

第一章 函数、极限、连续

一	本章重难点提示	(1)
二	考研大纲考点详解	(1)
	§ 1.1 函数	(1)
	§ 1.2 极限	(10)
	§ 1.3 连续	(15)
	§ 1.4 各类极限的求法	(18)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(31)
四	自测模拟训练及详解	(36)
五	本章知识网络图	(39)

第二章 一元函数微分学

一	本章重难点提示	(40)
二	考研大纲考点详解	(40)
	§ 2.1 定义·定理·公式	(40)
	§ 2.2 函数导数的求法	(43)
	§ 2.3 高阶导数	(47)
	§ 2.4 函数的微分	(48)
	§ 2.5 微分中值定理	(49)
	§ 2.6 洛必达法则	(52)
	§ 2.7 导数的应用	(53)
	§ 2.8 曲率	(57)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(59)
四	自测模拟训练及详解	(71)
五	本章知识网络图	(74)

第三章 一元函数积分学

一	本章重难点提示	(75)
---	---------------	------

二	考研大纲考点详解	(75)
	§ 3.1 定义·性质·公式	(75)
	§ 3.2 基本积分法	(77)
	§ 3.3 各类函数积分技巧	(86)
	§ 3.4 定积分	(90)
	§ 3.5 广义积分	(107)
	§ 3.6 定积分的应用	(112)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(113)
四	自测模拟训练及详解	(123)
五	本章知识网络图	(131)
第四章* 向量代数和空间解析几何		
一	本章重难点提示	(132)
二	考研大纲考点详解	(132)
	§ 4.1 向量代数	(132)
	§ 4.2 平面与直线方程	(137)
	§ 4.3 投影方程	(144)
	§ 4.4 曲面方程与曲线方程	(145)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(146)
四	自测模拟训练及详解	(149)
五	本章知识网络图	(151)
第五章 多元函数微分学		
一	本章重难点提示	(152)
二	考研大纲考点详解	(152)
	§ 5.1 定义·定理·公式	(152)
	§ 5.2 多元函数微分法	(158)
	§ 5.3 多元函数微分学的应用	(162)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(165)
四	自测模拟训练及详解	(173)
五	本章知识网络图	(178)
第六章 多元函数积分学		
一	本章重难点提示	(179)
二	考研大纲考点详解	(179)
	§ 6.1 概念·性质·公式	(179)
	§ 6.2 二重积分的解题技巧	(183)

§ 6.3	二重积分证明题与综合题	(186)
§ 6.4	三重积分的计算	(187)
§ 6.5	曲线积分的概念及性质	(191)
§ 6.6	曲线积分基本定理与运算性质	(192)
§ 6.7	曲线积分的计算	(194)
§ 6.8	曲面积分的概念及性质	(199)
§ 6.9	曲面积分计算	(200)
§ 6.10	场论初步	(207)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(210)
四	自测模拟训练及详解	(224)
五	本章知识网络图	(235)
第七章* 无穷级数		
一	本章重难点提示	(236)
二	考研大纲考点详解	(236)
§ 7.1	常数项级数	(236)
§ 7.2	函数项级数与幂级数	(248)
§ 7.3	无穷级数求和	(254)
§ 7.4	傅立叶级数	(259)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(263)
四	自测模拟训练及详解	(272)
五	本章知识网络图	(277)
第八章 常微分方程		
一	本章重难点提示	(278)
二	考研大纲考点详解	(278)
§ 8.1	常微分方程	(278)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(296)
四	自测模拟训练及详解	(301)
五	本章知识网络图	(306)

第二篇 线性代数

第一章 行列式

一	本章重难点提示	(307)
二	考研大纲考点详解	(307)
§ 1.1	概念·性质·定理及公式	(307)

	§ 1.2 行列式各类计算技巧	(310)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(319)
四	自测模拟训练及详解	(322)
五	本章知识网络图	(323)
第二章	矩阵	
一	本章重难点提示	(324)
二	考研大纲考点详解	(324)
	§ 2.1 概念与运算性质	(324)
	§ 2.2 典型例题分析	(328)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(331)
四	自测模拟训练及详解	(335)
五	本章知识网络图	(337)
第三章	向 量	
一	本章重难点提示	(338)
二	考研大纲考点详解	(338)
	§ 3.1 概念·性质	(338)
	§ 3.2 重要定理与公式	(340)
	§ 3.3 典型例题分析	(341)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(345)
四	自测模拟训练及详解	(351)
五	本章知识网络图	(354)
第四章	线性方程组	
一	本章重难点提示	(355)
二	考研大纲考点详解	(355)
	§ 4.1 概念·性质·定理	(355)
	§ 4.2 典型例题分析	(357)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(361)
四	自测模拟训练及详解	(366)
五	本章知识网络图	(373)
第五章	矩阵的特征值与特征向量	
一	本章重难点提示	(374)
二	考研大纲考点详解	(374)
	§ 5.1 概念·性质	(374)
	§ 5.2 典型例题分析	(375)

三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(376)
四	自测模拟训练及详解	(382)
五	本章知识网络图	(387)
第六章 二次型		
一	本章重难点提示	(388)
二	考研大纲考点详解	(388)
	§ 6.1 概念·性质	(388)
	§ 6.2 典型例题分析	(389)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(392)
四	自测模拟训练及详解	(395)
五	本章知识网络图	(398)

第三篇 概率论与数理统计

第一章 随机事件和概率

一	本章重难点提示	(399)
二	考研大纲考点详解	(399)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(404)
四	自测模拟训练及详解	(410)
五	本章知识网络图	(411)

第二章 随机变量及其分布

一	本章重难点提示	(412)
二	考研大纲考点详解	(412)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(415)
四	自测模拟训练及详解	(422)
五	本章知识网络图	(423)

第三章 多维随机变量及其分布

一	本章重难点提示	(424)
二	考研大纲考点详解	(424)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(428)
四	自测模拟训练及详解	(438)
五	本章知识网络图	(440)

第四章 随机变量的数字特征

一	本章重难点提示	(441)
---	---------------	-------

二	考研大纲考点详解	(441)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(445)
四	自测模拟训练及详解	(458)
五	本章知识网络图	(460)
第五章 大数定律和中心极限定理		
一	本章重难点提示	(461)
二	考研大纲考点详解	(461)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(462)
四	自测模拟训练及详解	(467)
五	本章知识网络图	(469)
第六章* 数理统计的基本概念		
一	本章重难点提示	(470)
二	考研大纲考点详解	(470)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(471)
四	自测模拟训练及详解	(473)
五	本章知识网络图	(474)
第七章 参数估计		
一	本章重难点提示	(475)
二	考研大纲考点详解	(475)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(477)
四	自测模拟训练及详解	(481)
五	本章知识网络图	(484)
第八章 假设检验		
一	本章重难点提示	(485)
二	考研大纲考点详解	(485)
三	本章高频考点及常考题型归纳总结	(487)
四	自测模拟训练及详解	(489)
五	本章知识网络图	(489)

附录 1 常用统计量分布表

附录 2 常用分布函数表

附录 3 常用分布函数表

第一篇



第一章 函数、极限、连续

一 本章重难点提示

1. 微积分中研究的对象是函数即变量之间确定的对应关系.
2. 极限是微积分的理论基础,本章的重点内容是极限,既要准确理解极限的概念、性质和极限存在的条件,又要能准确地求出各种极限.求极限的方法主要有:

- | | |
|-----------------------------|----------------|
| ① 利用极限的四则运算; | ② 利用函数的连续性; |
| ③ 利用变量替换与两个重要极限; | ④ 利用等价无穷小因子替换; |
| ⑤ 利用洛必达法则; | ⑥ 分别求左、右极限; |
| ⑦ 数列极限转化为函数极限; | ⑧ 利用适当放大缩小法; |
| ⑨ 对递归数列先证明极限存在,再利用递归关系求出极限; | |
| ⑩ 利用定积分求 n 项和式的极限; | ⑪ 利用泰勒公式; |
| ⑫ 利用导数的定义求极限. | |

3. 无穷小就是极限为零的变量,主要内容有无穷小及其阶的概念,比较无穷小的阶及确定无穷小阶的方法,等价无穷小因子替换求极限.

4. 对于连续函数或除若干点外是连续的函数,由于函数的连续性是通过极限定义的,所以判断函数是否连续及函数间断点的类型等问题本质上仍是求极限.要掌握判断函数连续性及其间断点类型的方法,特别是分段函数在连接点处的连续性.

二 考研大纲考点详解

§ 1.1 函数

一、函数的定义及表示法

对于一个给定集合 D , 如果对于 D 中的每一个 x 值, 按照一定的对应规则, 总有一个确定的 y 值与之对应, 则称变量 y 为变量 x 的函数, 记作

$$y = y(x)$$

称 x 为自变量, y 为因变量, 集合 D 为定义域, 变量 y 的取值集合 Y 称为函数的值域, 即: $Y = \{f(x) | x \in D\}$. 理解函数的概念, 读者应注意以下两点:

- (1) 两个函数相等, 当且仅当它们的定义域和对应法则都相同.
- (2) 同一个函数可以用不同的字母表示, 习惯上我们用 x 表示自变量, 但只要是同一个函数就可用不同字母表示自变量, 例如 $f(x) = x^2$ 还可表示为 $g(t) = t^2$ 等.

函数的定义域是指使函数解析表达式有意义的自变量 x 的变化范围.

求解函数的定义域就是求解使函数表达式中各简单函数有意义的 x 的全体,因此,读者应牢记下列简单函数的定义域:

- | | |
|------------------------------------|---|
| ① $y = \frac{1}{x}$ | 定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; |
| ② $y = \sqrt[n]{x}$ | 定义域为 $[0, +\infty)$; |
| ③ $y = \log_a x$ | 定义域为 $(0, +\infty)$; |
| ④ $y = \tan x$ | 定义域为 $\{x \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$; |
| ⑤ $y = \cot x$ | 定义域为 $\{x \mid x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; |
| ⑥ $y = \arcsin x$ (或 $\arccos x$) | 定义域为 $[-1, 1]$. |

题型 1: 涉及函数定义域及其求法的命题

思路: 依据定义.

例 1.3 下列函数中, 与 $f(x) = \sqrt{\ln^2 x}$ 相等的函数是 ()

- (A) $\frac{1}{2} \ln x^2$, (B) $\ln |x|$, (C) $\frac{d}{dx} \left(\int_0^x |\ln t| dt \right)$, (D) $\ln x$.

思路 通常我们采用下面两个步骤来判断两个函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相等:

(1) 考察它们的定义域. 若定义域不同, 则两个函数不相等.

(2) 对于定义域中的每一个 x , 考察值 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相等. 只要定义域中有一个 x_0 使得 $f(x_0) \neq g(x_0)$, 则两个函数不相等; 如果定义域中每个 x 对应的函数值都相等, 则两个函数相等.

【解】
$$f(x) = \sqrt{\ln^2 x} = |\ln x| = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1 \\ -\ln x, & 0 < x < 1 \end{cases}$$

选项(A)和(D)与 $f(x)$ 的对应法则不同, 而选项(B)与 $f(x)$ 的定义域不同, 只剩下(C).

首先, (C) 的定义域为 $x > 0$, 与 $f(x)$ 的定义域相同; 其次令

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{d}{dx} \left(\int_0^x |\ln t| dt \right) \\ &= \begin{cases} \frac{d}{dx} \left[\left(\int_0^1 (-\ln t) dt + \int_1^x \ln t dt \right) \right] = \ln x, & x \geq 1, \\ \frac{d}{dx} \left(\int_0^x (-\ln t) dt \right) = -\ln x, & 0 < x < 1. \end{cases} \end{aligned}$$

即 $f(x) = g(x), \forall x \in (0, +\infty)$

所以(C)与 $f(x)$ 相等.

例 1.4 求下面函数的定义域:

$$y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} \log_{\sqrt[3]{x^2-5}} (\log_2 (25-x^2))$$

【解】
$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ \sqrt{x-1} \neq 0 \\ \sqrt[3]{x^2-5} > 0 \\ \sqrt[3]{x^2-5} \neq 1 \\ 25-x^2 > 0 \\ \log_2 (25-x^2) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 1 \\ x^2-5 > 0 \\ x^2-5 \neq 1 \\ 25 > x^2 \\ 25-x^2 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > \sqrt{5} \text{ 或 } x < -\sqrt{5} \\ x \neq \pm\sqrt{6} \\ -5 < x < 5 \\ -2\sqrt{6} < x < 2\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{5} < x < \sqrt{6} \text{ 或 } \sqrt{6} < x < 2\sqrt{6}.$$

即定义域为 $(\sqrt{5}, \sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}, 2\sqrt{6})$.

例 1.5 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ -1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 求下列函数的定义域:

- (1) $f(x+1)$; (2) $f(\arctan x)$.

【解】 (1) 因 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ -1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$

$$\text{故 } f(x+1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x+1 \leq 1 \\ -1, & 1 < x+1 \leq 2 \end{cases}$$

函数相同有两个必要条件

(1) 定义域相同

(2) 对应法则相同

$$\text{从而 } f(x+1) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ -1, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

即 $f(x+1)$ 的定义域为 $[-1, 1]$.

$$\begin{aligned} (2) f(\arctan x) &= \begin{cases} 1, & 0 \leq \arctan x \leq 1 \\ -1, & -1 < \arctan x \leq 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq \tan 1 \\ -1, & \tan 1 < x \leq \tan 2 \end{cases} \end{aligned}$$

所以 $f(\arctan x)$ 的定义域是 $[0, \tan 2]$.

二、函数的基本性质

1. 奇偶性

设函数 $f(x)$ 在集合 D 上有定义且 D 关于原点对称, 如果对于任意 $x \in D$ 恒有

$$f(x) = -f(-x) \quad (\text{或 } f(x) = f(-x))$$

则称 $f(x)$ 为奇函数 (或 $f(x)$ 为偶函数).

奇偶函数的图像特点: 奇函数 $f(x)$ 的图像关于坐标原点对称, 偶函数 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称.

奇偶函数的运算性质: 奇函数 + 奇函数 = 奇函数, 偶函数 + 偶函数 = 偶函数,

奇函数 $\times$ 奇函数 = 偶函数, 奇函数 $\times$ 偶函数 = 奇函数,

偶函数 $\times$ 偶函数 = 偶函数.

例 1 ① $f(x) + f(-x) = 0$ 是判别 $f(x)$ 为奇函数的有效方法.

② 函数的奇偶性是相对于对称区间而言的, 若定义域关于原点对称, 则该函数就不是奇函数或偶函数.

题型 2. 函数奇偶性的判定

思路: ① $f(x) + f(-x) = 0$ 奇函数; ② 定义域关于原点对称; 若非, 则函数非奇非偶.

例 2 讨论下列函数的奇偶性:

$$(1) f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} + \operatorname{sgn}(\sin x);$$

(2) 设 $f(x)$ 在包含原点的区间上可积, 由 $f(x)$ 的奇偶性, 讨论函数 $\Phi(x) = \int_0^x f(t) dt$ 的奇偶性.

解 (1) $a^x + a^{-x}$ 为偶函数, 而 $a^x - a^{-x}$ 为奇函数, $\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$ 为奇函数, $\sin x$ 为奇函数, $\operatorname{sgn} x$ 也为奇函数,

所以 $\operatorname{sgn}(\sin x)$ 为奇函数, 从而 $f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} + \operatorname{sgn}(\sin x)$ 为奇函数.

(2) 先设 $f(x)$ 为偶函数, 则

$$\begin{aligned} \Phi(-x) &= \int_0^{-x} f(t) dt \stackrel{\text{令 } t = -z}{=} \int_0^x f(-z) d(-z) \\ &= -\int_0^x f(-z) dz = -\int_0^x f(z) dz = -\int_0^x f(t) dt = -\Phi(x). \end{aligned}$$

因此, 当 $f(x)$ 为偶函数时, $\Phi(x)$ 是奇函数.

同理可证, 当 $f(x)$ 为奇函数时, $\Phi(x)$ 是偶函数.

例 3 若 $f(x)$ 连续, 则 $\Phi(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数. 任一个原函数都可写成 $\Phi(x) + c$, c 为任意取定的常数. 当 $f(x)$ 为偶函数时, $\Phi(x)$ 是奇函数, 但 $\Phi(x) + c$ ($c \neq 0$) 既不是奇函数也不是偶函数.

2. 周期性

函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义, 若存在正数 T , 使对于任意 $x \in D$ 都有

$$f(x+T) = f(x)$$

则称 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数, 通常称满足上式的最小正数 T 为函数 $f(x)$ 的周期.

例 4 若 T 是函数 $f(x)$ 的周期, 则

$$\textcircled{1} f(x+kT) = f(x) \quad k \text{ 为整数.}$$

$$\textcircled{2} f(ax+b) \text{ 是以 } \frac{T}{a} \text{ 为周期的函数, 其中 } a \neq 0, b \text{ 为任意实数.}$$