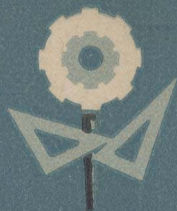


技工数学

国营红湘江机器厂《技工数学》编写小组编

(修 订 重 版)



JI GONG SHU XUE

湖南人民出版社

技 工 数 学

国营红湘江机器厂

《技工数学》编写组编

湖南人民出版社

一九七二年十二月

编者说明

毛主席教导我们：“自然科学是人们争取自由的一种武装。”我们编写的这本教材，是为了培训新工人的需要。根据工厂业余教学的特点，选编了代数、几何及三角的有关基本内容。在编写过程中尽量注意到数学本身的系统性，但重点突出机械加工中经常遇到的一些计算问题，在例题和习题的选取上，力求做到数学理论联系生产实际。本书内容由工人、技术员、教师集体讨论确定后，由胡学衡、王道钰等同志执笔编写，并经周世忠、黄树龙等同志校核。由于我们水平有限，书中尚存在不少缺点和错误，希望读者批评指正。

国营红湘江机器厂

《技工数学》编写组

1972年12月

毛主席语录

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。

有两种不完全的知识，一种是现成书本上的知识，一种是偏于感性和局部的知识，这二者都有片面性。只有使二者互相结合，才会产生好的比较完全的知识。

感觉只解决现象问题，理论才解决本质问题。

目 录

第一章 代数	(1)
第一节 正、负数及其运算	(1)
1.1 负数	(1)
1.2 绝对值	(2)
1.3 正、负数的运算法则	(2)
1.4 正、负数的乘方	(4)
1.5 正数的开平方	(6)
第二节 代数式的运算	(10)
2.1 整式及其运算	(11)
2.2 因式分解	(13)
2.3 简单的分式及其运算	(15)
2.4 比和比例	(18)
2.5 根式和它的一些性质	(23)
第三节 代数方程	(24)
3.1 等式及其性质、移项法则	(24)
3.2 一元一次方程	(26)
3.3 二元一次方程	(28)
3.4 一元二次方程	(31)

第二章 几何 (37)

第一部分 三角形 (37)

第一节 直线 (37)

1.1 直线的概念 (37)

1.2 直线的基本性质 (37)

第二节 角 (38)

2.1 角的概念 (38)

2.2 角的度量 (39)

2.3 平分已知角 (39)

第三节 垂线和平行线 (40)

3.1 垂线 (40)

3.2 平行线 (41)

第四节 三角形 (44)

4.1 三角形的基本概念 (44)

4.2 三角形的内角和 (45)

4.3 三角形全等的判别法 (47)

第五节 勾股定理 (52)

第二部分 圆的一些基本知识 (54)

第一节 圆的基本性质 (54)

**第二节 圆心角和它所对的弧之间的关系, 圆内接
正多边形** (56)

2.1 圆心角和它所对的弧的关系·····	(56)
2.2 等分圆周、圆内接正多边形·····	(57)
第三节 弦、弧和直径的关系 ·····	(60)
第四节 相切 ·····	(63)
4.1 直线与圆的位置关系·····	(63)
4.2 圆和圆相切·····	(67)
第五节 弧长和扇形面积的计算 ·····	(70)
5.1 弧长的计算公式·····	(70)
5.2 扇形面积·····	(72)
第六节 角的弧度制 ·····	(75)
6.1 弧度制的概念·····	(75)
6.2 角度和弧度的换算·····	(76)
附表 某些常见几何图形的面积和体积计算公式 ·····	(78)
第三章 三角 ·····	(80)
第一节 锐角三角函数 ·····	(80)
1.1 正弦的概念·····	(80)
1.2 余弦的概念·····	(82)
1.3 正切和余切的概念·····	(84)
1.4 正弦和余弦的关系·····	(86)
1.5 正切和余切的关系·····	(88)
1.6 特别角的三角函数值·····	(90)
1.7 三角函数表的用法·····	(92)
第二节 解直角三角形的应用举例 ·····	(96)

第三节 任意角的三角函数	(103)
3.1 平面直角坐标系.....	(103)
3.2 任意角三角函数的概念.....	(104)
3.3 任意角的三角函数值的计算.....	(106)
第四节 解任意三角形	(109)
4.1 正弦定理.....	(109)
4.2 余弦定理.....	(111)
附录一 几种加工及测量方法的计算示例	(118)
附录二 平方表	(130)
附录三 平方根表	(133)
附录四 三角函数表	(138)

第一章 代 数

为了解决一些较复杂的问题，我们需要比“算术”更进一步的运算方法，“初等代数”就是其中一种。在这里面，将引进负数的概念和用字母代替数字的运算。

第一节 正、负数及其运算

1.1 负数

我们在学习算术时，被减数必须大于减数。但是在代数里，为了运算方便，被减数可以小于减数。运算时，还是用大数减去小数，只是在得出的差数前面加一个负号（即“-”）。这个负号是表示量的符号，而不是运算符号。这个前面带负号的差数就叫做负数，它比“0”小。

$$\text{如, } 3 - 5 = -2 \quad (1)$$

$$0 - \frac{7}{12} = -\frac{7}{12} \quad (2)$$

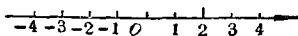
在(1)式中，得出的差数是整数，叫负整数；在(2)式中，得出的差数是分数，叫负分数。

由于引进了负数的概念，我们把在算术里运算的数叫做正数，而在数的前面加一个正号（即“+”），不过这个正号在运算中可以省略不写。

从量的角度来理解，负数的意义和正数是相反的。例如，我

们所熟悉的温度表，把水的冰点温度定为零度（ 0°C ），在零度以上的温度为正，而在零度以下为负。又如在某一容器中，我们可以说液面的上升为正，则液面的下降为负。其它如机件的前进与后退、方向的正与反等等，都可以引进正和负的概念。

从数的角度来理解，我们可以说，负数是小于0的数，正数是大于0的数。如下图所示，大于零的数在零的右方，小于零的数在零的左方。



1.2 绝对值

不考虑数的正、负号时，叫做数的绝对值。

绝对值的表示符号是 $| \quad |$ （两条竖的直线段）。

如 $+5$ 的绝对值是 5，表示为 $|+5| = 5$

-5 的绝对值也是 5，表示为 $|-5| = 5$

1.3 正、负数的运算法则

加法：具有相同符号的两数相加时，将它们的绝对值相加，所得的和数的符号与两数相同；具有不同符号的两数相加时，用大的绝对值减去小的绝对值，符号与绝对值大的数的符号相同。

如， $(+8) + (+12) = +(8+12) = +20$

$(-8) + (-12) = -(8+12) = -20$

$(-3) + (+15) = +(15-3) = +12$

$(-8) + (+2) = -(8-2) = -6$

$$\left(-7\frac{1}{2}\right) + 3 = -\left(7\frac{1}{2} - 3\right) = -4\frac{1}{2}$$

减法：减法可以用加法代替，这时被减数符号不改变，减数符号改变以后相加。

如， $(+7) - (-4) = (+7) + (+4) = +11$

$$(-7) - (+3) = (-7) + (-3) = -10$$

$$(-1.47) - \left(-3\frac{47}{50}\right) = (-1.47) + (+3.94) = +2.47$$

乘法：两数相乘时，将两数的绝对值相乘，如果两乘数符号相同，则乘积的符号为正号；如果两乘数符号相反，则乘积的符号为负号。

如， $(+7) \times (+2) = +14$

$$(-7) \times (-4) = +28$$

$$\frac{2}{5} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{6}{35}$$

零与任何数的乘积都是零

如， $(+8) \times 0 = 0$

$$(-7.2) \times 0 = 0$$

除法：两数相除时，将被除数的绝对值除以除数的绝对值，如果两数符号相同，则所得商数的符号为正号；如果两数符号相反，则商数的符号为负号。零不能做除数。

如， $(+6) \div (+3) = +2$

$$(-15) \div (-2) = +7.5$$

$$(+9) \div (-3) = -3$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{2}{5} = -\left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{3}$$

混合运算：正、负数的混合运算也是先乘除，后加减，先括号内，后括号外，与算术里运算的情形一样。

$$\text{如, } (-4) \times 6 + (-10) \div 2 = -24 + (-5) = -29$$

$$8 \div [10 + (-6)] = 8 \div 4 = 2$$

$$(-2) \times (4 + 4) = (-2) \times 8 = -16$$

习 题 一

计算下列各题：

$$(1) 45 - 58$$

$$(7) 41 \div (-4)$$

$$(2) \frac{1}{3} - \left(-\frac{5}{8}\right)$$

$$(8) \left(-1\frac{3}{7}\right) \times \left(-2\frac{1}{3}\right)$$

$$(3) \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{5}$$

$$(9) \left(-\frac{1}{2}\right) \times (0.6)$$

$$(4) 23 - (-11) - 15$$

$$(10) \left(-12\frac{1}{4}\right) \div 1\frac{1}{6}$$

$$(5) 6 \times (-8)$$

$$(11) (-2) \times (-3) \times 4$$

$$(6) (-0.7) \times (+0.001)$$

$$(12) 3 \times (-2) \div (-5)$$

1.4 正、负数的乘方

乘方是相同数连乘的简写。

$$\text{如, } (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$$

$$(+3) \times (+3) \times (+3) \times (+3) = (+3)^4$$

一般地， $\underbrace{a \times a \cdots \cdots \times a}_{m \text{ 个}} = a^m$

a^m 读作“ a 的 m 次方”

如， a^2 读作 a 的二次方，二次方也常常称为平方。

正、负数乘方运算的符号规则，可以直接由正、负数乘法的符号规则得出。例如计算：

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$(-2)^1 = -2$$

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

从上面例子的分析和对比中，我们便可以得出正、负数乘方运算的一般规则：

正数的任何次方都是正数；负数的奇次方是负数，负数的偶次方是正数（奇数就是单数的意思，偶数是双数的意思）。

例如：

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$(0.2)^4 = +(0.2 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.2) = 0.0016$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^5 = -\left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) = -\frac{32}{243}$$

例1 一块薄钢板，它的每边长都是2米，问它的面积是多少？

$$\text{解：} S = 2 \times 2 = 2^2 = 4(\text{米})^2$$

例2 一块方钢，它每边长都是3cm，问它的体积是多少？

$$\text{解：} V = 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27(\text{cm})^3$$

1.5 正数的开平方

前面我们已经学习了乘方的运算。现在我们提出这样一个问题：一块正方形的钢板，若知道它的面积为4平方米，问它的每边长是多少？若它的面积为 $361(\text{cm})^2$ ，它的每边长又是多少呢？用式子表示出来，就是这样一个问题：

$$(\quad)^2 = 4$$

$$(\quad)^2 = 361$$

已经知道了某底数的二次幂，求这个底数的运算就叫开平方，所以开方是乘方的逆运算。

在上面提出的问题中，容易知道正方形的边长为2米和19cm，这个“2”和“19”就叫做4和361的平方根，因为 $2^2 = 4$ ， $19^2 = 361$ ，表示为 $\sqrt{361} = 19$ ， $\sqrt{4} = 2$ 。

但是，我们知道 $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$

$$(-19)^2 = (-19) \times (-19) = 361$$

所以4开平方，不仅仅得2，还有一个(-2)，361开平方不仅仅得19，还有一个(-19)。于是我们把(+2)、(-2)都叫做4的平方根；(+19)、(-19)都叫361的平方根。(+ 2) , (+ 19)

叫做正根； (-2) ， (-19) 叫做负根，记为 $\pm\sqrt{4} = \pm 2$ ， $\pm\sqrt{361} = \pm 19$ 。也就是说，引进了正、负数以后，数 a 开平方应得两个根，一个是正根 \sqrt{a} ，另一个是负根 $-\sqrt{a}$ 。例如，81开平方应有： $\pm\sqrt{81} = \pm 9$ 。但在一般情况下常取正根。

如果我们对于乘方运算比较熟练的话，那么，对于个别简单的数开方并不困难，例如 $\sqrt{144} = 12$ ， $\sqrt{169} = 13$ 等等。但是对于一般的数，如5，7，826，1769等等，就不能一下子求出它的平方根来。

为了求出一个数的平方根，我们介绍两种办法：一是直接查平方根表，二是笔算的办法。关于查表的方法，可见本书后面的附录中的说明，这里只介绍笔算的方法：

第一步 把要开方的数，从右向左，每两位分成一节，用撇号分开。

第二步 求初商，使初商的平方小于或等于第一节数，而(初商+1)的平方大于第一节数。

第三步 从第一节数减去初商的平方，在差数的右边移下第二节数，合起来叫做第一余数。

第四步 用20倍初商作试除数，试除第一余数，以求次商。要使(20倍初商+次商) \times (次商)的乘积等于或略小于第一余数，而(20倍初商+(次商+1)) \times (次商+1)的乘积大于第一余数。这个次商就是平方根的第二位上的数。

第五步 从第一余数减去(20倍初商+次商) \times (次商)，在差数右边移下第三节数，合起来叫第二余数。如此余数为零，那么要开方的数正好被开尽；如果余数不为零，把初商、次商两

位数当成初商，重复第四步方法，继续计算下去。

例 1 计算 $\sqrt{1296}$

解：

	初 次	
	商 商	
	3 6	
	√	12,96
试除数 $20 \times 3 = 60$	9	3 96
+ 6	 第一余数
完全除数.....66	3 96	
	0 第二余数

故 $\sqrt{1296} = 36$

如果带有小数的数，求它的平方根时，分节应从小数点开始，小数点前面整数部份，从右向左每两位数分成一节；小数点后面小数部份，从左向右每两位数分成一节，最后一节如果只有一位数，可以用 0 补足成两位。

例 2 计算 $\sqrt{316.4841}$

解：

	初 次 三 四	
	商 商 商 商	
	1 7. 7 9	
	√	3,16.48,41
$20 \times 1 = 20$	1	2 16
+ 7	 第一余数
27	1 89	
$20 \times 17 = 340$	27 48 第二余数
+ 7	24 29	
347	3 19 41 第三余数
$20 \times 177 = 3540$	3 19 41	
+ 9	0	
3549		

$$\text{故 } \sqrt{316.4841} = 17.79$$

对于开不尽的数可以增加小数点，在小数点后面补 0 继续开方，每次补两个 0 作为一节，可以无止地继续下去。

例 3 计算 $\sqrt{3}$

解：

$$\begin{array}{r}
 20 \times 1 = 20 \\
 \quad + 7 \\
 \hline
 \quad 27 \\
 20 \times 17 = 340 \\
 \quad + 3 \\
 \hline
 \quad 343 \\
 20 \times 173 = 3460 \\
 \quad + 2 \\
 \hline
 \quad 3462
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \sqrt{3.00,00,00} \\
 1 \\
 \hline
 200 \\
 189 \\
 \hline
 1100 \\
 1029 \\
 \hline
 7100 \\
 6924 \\
 \hline
 176
 \end{array}$$

还可以继续计算下去，通常计算到小数点后面三位已够精确。故 $\sqrt{3} = 1.732$

例 4 计算 $\sqrt{0.000576}$

解：

$$\begin{array}{r}
 20 \times 2 = 40 \\
 \quad + 4 \\
 \hline
 \quad 44
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \sqrt{0.00,05,76} \\
 0.024 \\
 \hline
 4 \\
 176 \\
 176 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\text{故 } \sqrt{0.000576} = 0.024$$