



# 完全突破

## 初中新教材精讲精析

丛书主编：张文龙

九年级（上）

# 数学

配沪科版



接力出版社  
Publishing House

全国优秀出版社  
SPUNNED PUBLISHING HOUSE IN CHINA



配套上海科学技术出版社实验教科书

# 完全突破

## 初中新教材精讲精析

丛书主编：张文龙

本册主编：张文著

编 委：杨素芬 刘 芸 谭启明

九年级（上）

# 数学

配沪科版



接力出版社 | 全国优秀出版社  
Jieli Publishing House | SPUNIRED PUBLISHING HOUSE IN CHINA

---

责任编辑:吴惠娟  
文字编辑:庞远燕  
责任校对:潘健 刘进爽  
封面设计:王建生

---

WANQUAN TUPO  
CHUZHONG SHUXUE

完全突破

初中新教材精讲精析

初中数学 九年级(上) 配沪科版

丛书主编:张文龙 本册主编:张文著

社长:黄 俭 总编辑:白 冰

接力出版社出版发行

广西南宁市园湖南路9号 邮编:530022

E-mail:jielipub@public.nn.gx.cn

济南申汇印务有限责任公司印刷 全国新华书店经销

开本:889 毫米×1240 毫米 1/32 印张:8.125 字数:220 千

2009年5月第1版 2009年5月第1次印刷

ISBN 978-7-5448-0794-4

---

定价:15.30元

如有印装质量问题,可直接与本社调换。如发现画面模糊,字迹不清,断笔缺画,严重重影等疑似盗版图书,请拨打举报电话。

盗版举报电话:0771—5849336 5849378

读者服务热线:0531—87102305

说  
明

本套丛书的具体栏目按学科特点分别设置，充分考虑各学科的区别与内在联系，各栏目层层递进、环环相扣，自成一体，有利于学生系统全面地学习。



## 本章综合解说

- \* 趣味情境导入
- \* 本章内容综述
- \* 本章学法指导



## 课标要求导读 学习目标突破

1. 经历探索和表示二次函数关系的过程，获得用二次函数表示变量关系的经验。
2. 能够表示变量之间的二次函数关系。



## 教材知识注解 新知识点突破

## 基础：二次函数

一般地，形如  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  是常数，且  $a \neq 0$ ) 的函数叫做二次函数，其中  $x$  是自变量。

二次函数自变量的取值范围一般是全体实数，但实际问题中，自变量的取值范围应使实际问题有意义。



## 综合应用剖析 运用能力突破

## 综合应用：根据二次函数的意义，确定字母的取值范围

**例3** 如果函数  $y = (k+2)x^{k^2-2}$  是  $y$  关于  $x$  的二次函数，则  $k$  的值为多少？

[分析] 紧扣二次函数的定义，最高次数为 2，二次项系数不为 0。



## 思维误区警示 难点突破

## 误区：不能正确掌握二次函数的意义。

**例4** 当  $k$  取什么值时，函数  $y = (1-k^2)x^{2k^2-3k-3}$  是二次函数？

[错解] 由题意有  $2k^2 - 3k - 3 = 2$ ，即  $2k^2 - 3k - 5 = 0$ ， $\therefore k_1 = \frac{5}{2}$ ,  $k_2 = -1$ 。



## 学业水平测试 自主评价突破 [时间：30 分钟 满分：50 分]

一、选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 下列函数中能表示  $y$  是  $x$  的二次函数的是 ( )  
 A.  $y = \sqrt{2}x^2 - 3$       B.  $y = x(x+3) - x^2$   
 C.  $y = \frac{1}{x} + x + 1$       D.  $y = 2x + 3x$

## 本章综合解说

该部分通过生动有趣的情境故事，激发学生学习数学的兴趣；分析了本章的主要内容、重点、难点；最后介绍了学习本章所要用到的具体的学习方法。

## 课标要求导读

让学生充分了解本节学习的目标及重、难点。

## 教材知识详解

通过对教材内容进行详细、深刻、透彻的讲解，激发学生对未知事物、现象的探究精神，使学生对知识点的理解更加深入。

## 综合应用剖析

创设问题情境，将实际生活中的一些事例与本节知识相结合，引导学生实现从知识到能力的过渡。

## 思维误区警示

通过具体实例剖析本节内容中的易错点，并对出错原因进行分析，帮助学生夯实基础，掌握基本的解题方法。

## 学业水平测试

考查基础知识，注重活学活用。通过这些测试题帮助学生巩固所学知识，提高解题能力。

## 本书特点

- ★理念——立足于科学和教育的前沿，以服务教学、服务于学生为宗旨，深入开发学生潜能，努力提高教学效益。
- ★视角——锁定新课程标准，捕捉考试新动向，紧扣学生认知新特点。
- ★体例——注重学法，释难解疑，激发兴趣，扫除障碍。精心设计习题，点拨解题思路，总结解题规律，纠正误区偏向。

## 新中考指向标

深入解读最新考纲，探究命题规律，展示中考真题，让学生在平时的学习中走进中考，对中考要求及题型有清晰的了解。

## 章末总结

对本章的知识，学习方法进行系统整理，让学生从宏观的角度补充掌握本章的知识。

## 本章综合评价测试

综合本章知识要点，按照中考题目的题量、难易度、要求进行命题，及时反馈学习效果。

## 答案与提示

稍有难度的题目皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。让学生不但知其然，而且知其所以然，养成良好、规范的答题习惯。

## 教材习题解答

与教材同步，对教材课后习题全面解答，讲析结合，具有很强的针对性、实用性。



## 中考真题突破

中考真题突破

本节主要考查二次函数的概念，以选择题、填空题的方式体现，中等难度。列二次函数表达式则一般渗透在解答题中。

1. [2013·兰州] 农村常需要搭建截面为半圆形的全封闭蔬菜塑料暖房，如图23-1-2所示，请写出需要塑料布 $y(m^2)$ 与半径 $R(m)$ 的函数关系式(不考虑塑料埋在土里的部分)。



## 第23章章末总结

【突破一】用配方法求二次函数最值解决实际问题

【突破解读】我们知道，利用函数可以解决很多最值问题，特别是利用二次函数的顶点公式获取最值是我们常用的解决思路，或者结合抛物线在其顶点处获取最值。



## 第23章综合评价测试

一、选择题(每小题3分，共30分)

1. 抛物线 $y=-5x^2-4x+7$ 与 $y$ 轴的交点坐标为  
A. (7, 0)    B. (-7, 0)    C. (0, 7)    D. (0, -7)
2. 将抛物线 $y=5x^2$ 向左平移2个单位，再向下平移3个单位，得到的抛物线是  
A.  $y=5(x+2)^2+3$     B.  $y=5(x+2)^2-3$   
C.  $y=5(x-2)^2+3$     D.  $y=5(x-2)^2-3$

## 答案与提示

1. A    2.  $y=-x^2+10x \quad 0 < x < 10$

3. 解： $\begin{cases} m^2+m\neq 0, \\ m^2-m=2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m\neq 0 \text{ 且 } m\neq -1, \\ m=2 \text{ 或 } m=-1, \end{cases} \therefore m=2.$

4.  $y=16-x^2 (0 < x < 4)$

## 教材习题解答

1. (1)  $2\pi r$  (一次)正比例

(2)  $\pi r^2$  二次

2. (2), (3), (4)是二次函数

# 目 录

# CONTENTS

## 第23章 二次函数与反比例

函数	.....	(1)
本章综合解说	.....	(1)
23.1 二次函数	.....	(2)
课标要求导读	.....	(2)
教材知识详解	.....	(2)
综合应用剖析	.....	(3)
思维误区警示	.....	(4)
学业水平测试	.....	(5)
新中考指向标	.....	(6)
23.2 二次函数 $y=ax^2$ 的图象	.....	
和性质	.....	(7)
课标要求导读	.....	(7)
教材知识详解	.....	(7)
综合应用剖析	.....	(9)
思维误区警示	.....	(11)
学业水平测试	.....	(11)
新中考指向标	.....	(13)
23.3 二次函数 $y=ax^2+bx+c$	.....	
的图象和性质	.....	(14)
课标要求导读	.....	(14)
教材知识详解	.....	(14)
综合应用剖析	.....	(20)
思维误区警示	.....	(21)
学业水平测试	.....	(22)
新中考指向标	.....	(23)
23.4 二次函数与一元二次方程	.....	(24)

课标要求导读 ..... (24)

教材知识详解 ..... (24)

综合应用剖析 ..... (26)

思维误区警示 ..... (28)

学业水平测试 ..... (29)

新中考指向标 ..... (30)

23.5 二次函数的应用 ..... (31)

课标要求导读 ..... (31)

教材知识详解 ..... (31)

综合应用剖析 ..... (34)

思维误区警示 ..... (36)

学业水平测试 ..... (37)

新中考指向标 ..... (39)

23.6 反比例函数 ..... (39)

课标要求导读 ..... (39)

教材知识详解 ..... (40)

综合应用剖析 ..... (42)

思维误区警示 ..... (45)

学业水平测试 ..... (46)

新中考指向标 ..... (48)

第23章章末总结 ..... (49)

    知识综合梳理 ..... (49)

    应用能力解读 ..... (54)

第23章综合评价测试 ..... (58)

第24章 相似形 ..... (62)

本章综合解说 ..... (62)

24.1 比例线段 ..... (63)

课标要求导读 ..... (63)

教材知识详解	.....	(63)
综合应用剖析	.....	(67)
思维误区警示	.....	(68)
学业水平测试	.....	(69)
新中考指向标	.....	(70)
<b>24.2 相似三角形的判定</b>	.....	(71)
课标要求导读	.....	(71)
教材知识详解	.....	(71)
综合应用剖析	.....	(76)
思维误区警示	.....	(79)
学业水平测试	.....	(80)
新中考指向标	.....	(82)
<b>24.3 相似三角形的性质</b>	.....	(83)
课标要求导读	.....	(83)
教材知识详解	.....	(83)
综合应用剖析	.....	(85)
思维误区警示	.....	(87)
学业水平测试	.....	(88)
新中考指向标	.....	(90)
<b>24.4 相似多边形的性质</b>	.....	(91)
课标要求导读	.....	(91)
教材知识详解	.....	(91)
综合应用剖析	.....	(93)
思维误区警示	.....	(94)
学业水平测试	.....	(94)
新中考指向标	.....	(96)
<b>24.5 位似图形</b>	.....	(96)
课标要求导读	.....	(96)
教材知识详解	.....	(96)
综合应用剖析	.....	(100)
思维误区警示	.....	(102)
学业水平测试	.....	(103)
新中考指向标	.....	(105)
<b>第 24 章章末总结</b>	.....	(106)
知识综合梳理	.....	(106)
应用能力解读	.....	(111)
<b>第 24 章综合评价测试</b>	.....	(115)
<b>九年级上学期期中综合评价</b>		
<b>测试</b>	.....	(119)
<b>第 25 章 解直角三角形</b>		
.....	.....	(123)
<b>本章综合解说</b>	.....	(123)
<b>25.1 锐角的三角函数</b>	.....	(124)
课标要求导读	.....	(124)
教材知识详解	.....	(124)
综合应用剖析	.....	(127)
思维误区警示	.....	(128)
学业水平测试	.....	(129)
新中考指向标	.....	(131)
<b>25.2 锐角的三角函数值</b>	.....	(132)
课标要求导读	.....	(132)
教材知识详解	.....	(132)
综合应用剖析	.....	(137)
思维误区警示	.....	(139)
学业水平测试	.....	(139)
新中考指向标	.....	(141)
<b>25.3 解直角三角形及其应用</b>		
.....	.....	(142)
课标要求导读	.....	(142)
教材知识详解	.....	(142)
综合应用剖析	.....	(149)
思维误区警示	.....	(152)
学业水平测试	.....	(153)
新中考指向标	.....	(154)
<b>第 25 章章末总结</b>	.....	(155)
知识综合梳理	.....	(155)
应用能力解读	.....	(161)
<b>第 25 章综合评价测试</b>	.....	(165)
<b>九年级上学期期末综合评价</b>		
<b>测试</b>	.....	(168)
<b>答案与提示</b>	.....	(172)
<b>教材习题解答</b>	.....	(226)



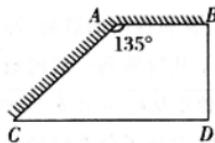
## ▶ 第23章 二次函数与反比例函数 ◀



## 本章综合解说

## \* 趣味情境导入

如图所示,新华中学利用 40 米长的护栏与夹角为  $135^\circ$  的两面围墙,修建了外围轮廓为直角梯形的花园.



如果设梯形的高  $BD$  为  $x$ .

1. 梯形的下底  $CD$  用含  $x$  的式子可表示为 \_\_\_\_\_.
2. 梯形的上底  $AB$  用含  $x$  的式子可表示为 \_\_\_\_\_.
3. 梯形的面积  $y$  用含  $x$  的式子可表示为 \_\_\_\_\_.
4.  $y$  与  $x$  有怎样的关系呢?

## \* 本章内容综述

本章共有六大节. 二次函数及其图象与有关性质; 二次函数  $y = ax^2$  的图象(图象画法和性质); 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象(图象画法和性质); 二次函数与一元二次方程的联系; 二次函数的应用; 反比例函数的图象、图象画法、性质及其应用.

## \* 本章学法指导

1. 注重数学概念的形成过程和对概念意义的理解.

在本章学习中,同学们要在老师的引导下,充分利用教材提供的素材和活动及知识间的内在联系,经历操作、思考、交流等过程,运用不同方式探索研究二次函数和反比例函数的性质. 要积极主动与同学交流,大胆地运用自己的语言对观察和概括得到的结论进行表达和描述.



2. 经历数学知识的应用和对问题的分析过程,注重解决问题能力的培养.

二次函数和反比例函数的概念及图象和性质必须经过具体的应用才能得到深刻的理解,用函数观点处理实际问题的关键在于分析实际情景,建立函数模型,并进一步提出明确的数学问题,利用图象法求一元二次方程的近似根.在这个过程中最重要的是这种求解方程的思路,同学们应该注重这样的求解过程.在解决实际问题时,同学们还应体会知识间的联系及知识的综合应用.

### 3. 注意数学思想方法的领悟.

本章对二次函数的图象和性质的研究,经历了从简单到复杂,从特殊到一般的过程,渗透了从特殊到一般的数学方法.而在研究反比例函数的图象和性质时,课本从 $k < 0$  和  $k > 0$  两种情况展开,研究不同情形下函数的图象和性质,渗透了分类讨论的数学思想方法.本章中还体现了数学建模思想、转化和类比的数学思想方法等,同学们在学习过程中,应认真、仔细地加以领会.



## 23.1 二次函数



### 课标要求导读 / 学习目标突破

- 经历探索和表示二次函数关系的过程,获得用二次函数表示变量关系的经验.
- 能够表示变量之间的二次函数关系.
- 知道实际问题中存在的二次函数关系对自变量取值范围的要求.



### 教材知识讲解 / 新知识点突破

#### 突破 : 二次函数

一般地,形如  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  是常数,且  $a \neq 0$ ) 的函数叫做二次函





## 第23章 二次函数与反比例函数

数,其中  $x$  是自变量.

二次函数自变量的取值范围一般是全体实数,但实际问题中,自变量的取值范围应使实际问题有意义.

**例1** 若  $y=(b-1)x^2+3$  是二次函数,则  $b$  值为\_\_\_\_\_.

[分析] 如果一个函数为二次函数,则二次项系数必不为 0.

[解]  $b-1 \neq 0$ , 即  $b \neq 1$ .

**跟踪练习1:** 下列函数是二次函数的是\_\_\_\_\_.

- A.  $y=8x^2+1$       B.  $y=2x-3$       C.  $y=3x^2+\frac{1}{x^2}$       D.  $y=\frac{3}{x}$

**例2** 已知一个直角三角形的两条直角边长的和为 10 cm.

(1) 当它的一条直角边长为 4.5 cm 时,求这个直角三角形的面积;

(2) 设这个直角三角形的面积为  $S$  cm<sup>2</sup>, 其中一条直角边长为  $x$  cm, 求  $S$  关于  $x$  的函数关系式,并写出自变量的取值范围.

[分析] 利用直角三角形面积公式  $S=\frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ .

[解] (1) 当一条直角边长是 4.5 cm 时,另一条直角边长为  $10-4.5=5.5$  (cm).

$$\therefore S=\frac{1}{2} \times 4.5 \times 5.5=12.375 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

(2) 当一条直角边长是  $x$  cm 时,另一条直角边长是  $10-x$  cm.

直角边长是  $(10-x)$  cm.

$$\therefore S=\frac{1}{2}x(10-x)=-\frac{1}{2}x^2+5x \quad (0 < x < 10).$$



自变量取值范围应符合实际意义.

**跟踪练习2:** 用一根 20 cm 长的铁丝围成一个长方形,若长方形长为  $x$  cm, 面积为  $y$  cm<sup>2</sup>, 则  $y$  关于  $x$  的关系式是\_\_\_\_\_, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



### 综合应用剖析 运用能力突破

**综合应用** 1: 根据二次函数的意义,确定字母的取值范围

**例3** 如果函数  $y=(k+2)x^2-2$  是  $y$  关于  $x$  的二次函数,则  $k$  的值为多少?

知识·能力·方法



[分析] 紧扣二次函数的定义,最高次数为2,二次项系数不为0.

[解] 根据题意知  $\begin{cases} k^2 - 2 = 2, \\ k + 2 \neq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \pm 2, \\ k \neq -2. \end{cases}$

根据题意联立不等式组求解,  
算清楚了。

$\therefore k = 2$ .

[跟踪练习] 3: 若  $y = (m^2 + m)x^{m^2 - m}$  是二次函数,试确定  $m$  的值.

### 综合应用二:用自变量的二次式表示函数关系

**例4** 某工厂一种产品现在的年产量是20件,计划今后两年增加产量.如果每年都比上一年的产量增加  $x$  倍,那么两年后这种产品的产量  $y$  将随计划所定的  $x$  的值而确定.  $y$  与  $x$  之间的关系应怎样表示?

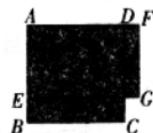
[分析] 一年后的产量为  $20(1+x)$ ,再过一年即两年后的产量为  $20(1+x)^2$ .

[解]  $y = 20(1+x)^2$ .

[跟踪练习] 4: 如图23-1-1,正方形ABCD的边长是4,E是AB上一点,F是AD的延长线上一点,BE=DF.四边形AEGF是矩形,则矩形AEGF的面积  $y$  随BE的长  $x$  的变化而变化,  $y$  与  $x$  之间的关系可以用怎样的函数来表示?并指出  $x$  的取值范围.



思维误区警示  
疑难杂症突破



误区:不能正确掌握二次函数的意义

图23-1-1

判定一个函数为二次函数,一定要使二次项系数不为0.

**例5** 当  $k$  取什么值时,函数  $y = (1-k^2)x^{k^2-3k-3}$  是二次函数?

[错解] 由题意有  $2k^2 - 3k - 3 = 2$ , 即  $2k^2 - 3k - 5 = 0$ ,  $\therefore k_1 = \frac{5}{2}$ ,  $k_2 = -1$ ,

故当  $k = \frac{5}{2}$  或  $k = -1$  时,函数  $y = (1-k^2)x^{k^2-3k-3}$  是二次函数.

[错因分析] 错解只考虑到自变量  $x$  的次数为2,而忽略了系数  $1-k^2 \neq 0$  这一条件.

[正解] 由  $y = (1-k^2)x^{k^2-3k-3}$  是二次函数,

知  $\begin{cases} 2k^2 - 3k - 3 = 2, \\ 1 - k^2 \neq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{5}{2} \text{ 或 } k_2 = -1, \\ k \neq \pm 1, \end{cases} \Rightarrow k = \frac{5}{2}$ .





## 第23章 二次函数与反比例函数

故当  $k = \frac{5}{2}$  时, 函数  $y = (1 - k^2)x^{2k^2} - 3k - 3$  是二次函数.



### 学业水平测试 自主评价突破

(时间:30分钟 满分:50分)

一、选择题(每小题3分, 共9分)

1. 下列函数中能表示  $y$  是  $x$  的二次函数的是 ( )

- A.  $y = \sqrt{2}x^2 - 3$       B.  $y = x(x+3) - x^2$   
 C.  $y = \frac{1}{x} + x + 1$       D.  $y = 2x + 3x$

2. 下列说法正确的是 ( )

- A. 函数  $y = \frac{1}{x^2}$  是  $x$  的二次函数  
 B. 函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  是常数)是  $x$  的二次函数  
 C. 函数  $y = ax^2$  ( $a > 0$ )对于任何的  $x$  值,  $y$  值总是正数  
 D. 若  $y$  与  $x^2 + 1$  成正比例, 则  $y$  是  $x$  的二次函数

3. 下列函数关系中不符合二次函数模型的是 ( )

- A. 边长为  $x$  的正方形的面积  $y$  与边长  $x$  的函数关系  
 B. 多边形的内角和  $y$  与边数  $n$  的函数关系  
 C. 在边长为 5 的正方形内挖去一个边长为  $t$  的小正方形, 剩余面积  $S$  与  $t$  的函数关系  
 D. 一个直角三角形的两条直角边的和是 6, 则这个直角三角形的面积  $y$  与一条直角边长  $x$  的函数关系

二、填空题(每小题4分, 共16分)

4. 二次函数  $y = 2x(x+3) - 2x$  化成  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )后, 各项系数分别是  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 已知一个长方体的底面是边长为  $a$  的正方形, 长方体的高是 2, 则这个长方体的体积  $V = \underline{\hspace{2cm}}$ , 表面积  $S = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 已知函数  $y = (m+1)x^{3m^2-1}$ , 当  $m = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $y$  是  $x$  的二次函数.

7. 某公司推出一种新型保健品投放市场后, 一月份获利润 18 万元. 若二、三月份每月利润都增长相同的百分数  $x$ , 则二月份获利润  $\underline{\hspace{2cm}}$  万元. 第一季度获利润总数  $y$  (万元) 与  $x$  之间的函数关系式是  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题(第8、9小题各8分, 第10小题9分, 共25分)

8.  $n$  个朋友聚会, 每两人之间握一次手. 写出握手总次数  $m$  与参加聚会人数  $n$



之间的关系式，并求当有 50 个人聚会时握手的总次数。

9. 用总长为 60 m 的篱笆围成矩形场地，写出矩形面积  $S$  与矩形一边长  $l$  的函数关系式，并指出  $l$  的取值范围。
10. 一个小球沿着斜面自由滚下，经仪器测定，小球滚动的距离  $s$  与滚动时间  $t$  的关系如下表：

时间 $t(s)$	0	1	2	3	4	5
距离 $s(m)$	0	2	8	18	32	50

- (1) 试猜测小球滚动的距离  $s$  与滚动时间  $t$  之间可能是哪种函数关系，并写出函数解析式；
- (2) 求当小球滚动 6 s 时滚动的距离；
- (3) 当小球滚动几秒后滚动的距离是 200 m？



本节主要考查二次函数的概念，以选择题、填空题的方式体现，中等难度。列二次函数表达式则一般渗透在解答题中。

1. (2008·兰州) 农村常需要搭建截面为半圆形的全封闭蔬菜塑料暖房，如图 23-1-2 所示。请写出需要塑料布  $y(m^2)$  与半径  $R(m)$  的函数关系式(不考虑塑料埋在土里的部分)。

2. (2009·山东模拟) 南博汽车城销售某种型号的汽车，每辆车进价为 25 万元，市场调研表明：当销售价为 29 万元时，平均每周能售出 8 辆，而当销售价每降低 0.5 万元时，平均每周能多售出 4 辆。如果设每辆汽车降价  $x$  万元，每辆汽车的销售利润为  $y$  万元。(销售利润=销售价-进货价)

- (1) 求  $y$  与  $x$  的函数关系式，在保证商家不亏本的前提下，试写出  $x$  的取值范围；
- (2) 假设这种汽车平均每周的销售利润为  $z$  万元，试写出  $z$  与  $x$  之间的函数关系式。

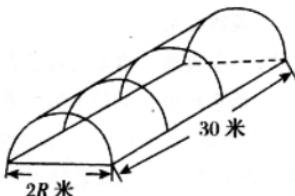


图 23-1-2

23.2 二次函数  $y=ax^2$  的图象和性质

## 课标要求导读 / 学习目标突破

- 经历探索二次函数  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图象的作法和性质的过程, 获得利用图象研究函数性质的经验.
- 利用描点法作出函数  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图象, 并根据图象认识和理解二次函数  $y=ax^2$  的性质.
- 能作出  $y=\pm\frac{1}{2}x^2$  和  $y=\pm 2x^2$  的图象, 并比较它们与  $y=x^2$  的图象的不同之处, 初步体会二次函数关系式与图象之间的联系.



## 教材知识讲解 / 新知识点突破

突破: 二次函数  $y=ax^2$  的图象

二次函数  $y=ax^2$  的图象是一条抛物线. 画抛物线  $y=ax^2$  的图象的步骤是列表、描点、连线.

抛物线  $y=ax^2$  的图象和有关性质如下表:

函数	图象	开口方向	顶点坐标	对称轴	函数变化	最大(小)值
$y=ax^2$		向上	(0,0)	$y$ 轴	$x>0$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大; $x<0$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小	当 $x=0$ 时, $y_{\text{最小}}=0$
		向下	(0,0)	$y$ 轴	$x>0$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小; $x<0$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大	当 $x=0$ 时, $y_{\text{最大}}=0$





抛物线  $y=ax^2$  的开口大小由  $|a|$  决定。 $|a|$  越大，抛物线的开口越窄； $|a|$  越小，抛物线的开口越宽。

**例1** 在同一直角坐标中，画出下列函数的图象。

$$(1) y = \frac{1}{3}x^2;$$

$$(2) y = -3x^2.$$

[分析] 因为这两个二次函数中，当  $x=0$  时， $y$  的值都是 0，所以  $x$  取值应在  $x=0$  的左右对称取值，先列表，然后再描点、连线。

[解] (1) 列表如下：

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = \frac{1}{3}x^2$	...	3	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	3	...

(2) 列表如下：

$x$	...	$-\frac{3}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	...
$y = -3x^2$	...	$-6\frac{3}{4}$	-3	$-\frac{3}{4}$	0	$-\frac{3}{4}$	-3	$-6\frac{5}{4}$	...

描点、连线，如图 23-2-1 所示。

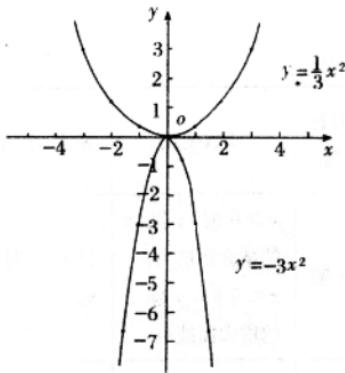


图 23-2-1

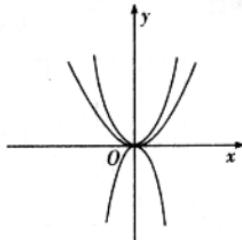


图 23-2-2

**跟踪练习 1:** 函数  $y=x^2$ ,  $y=\frac{1}{2}x^2$ ,  $y=-2x^2$  的图象如图 23-2-2 所示，请指出三条抛物线的名称。

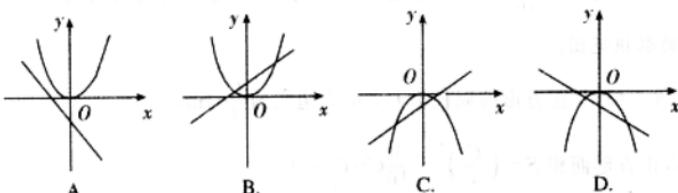




## 综合应用剖析 运用能力突破

**综合应用** 一：根据图象特征，判断  $a$  值的正负情况

**例2** 抛物线  $y=ax^2$  与直线  $y=ax-1$  ( $a \neq 0$ ) 在同一坐标系中的大致图象是

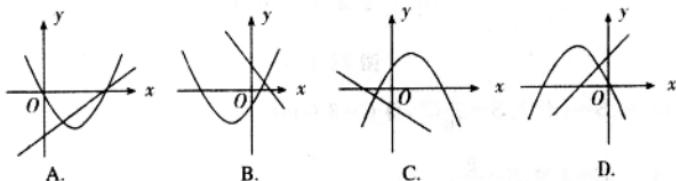


**[分析]** 当  $a > 0$  时，抛物线开口向上，直线  $y=ax$  一定经过一、三象限，在  $y=ax-1$  中， $-1 < 0$ ，故直线还经过第四象限；当  $a < 0$  时，抛物线开口向下，直线  $y=ax$  必过二、四象限，但  $-1 < 0$ ，所以直线还经过第三象限，综上所述，当  $a > 0$  时，抛物线开口向上，直线过第一、三、四象限；当  $a < 0$  时，抛物线开口向下，直线经过第二、三、四象限。

先确定直线与y轴的交点，再看直线与抛物线的a值是否一致，若一致，即可选它。

**[解]** D

**跟踪练习 2：**在同一平面直角坐标系中，一次函数  $y=ax+b$  和二次函数  $y=ax^2+bx$  的图象可能为



**综合应用** 二：利用二次函数解决实际问题

**例3** 已知正方形的周长为  $C$  cm，面积为  $S$  cm $^2$ 。

(1) 求  $S$  与  $C$  之间的函数关系式；



(2)画出所求的函数的图象;

(3)根据函数图象,求出  $S=4 \text{ cm}^2$  时正方形的周长;

(4)根据列表和其图象的性质,求出  $C$  取何值时,  $S \geq \frac{9}{16} \text{ cm}^2$ .

[分析] 根据正方形的面积公式可求  $S$  与  $C$  之间的函数关系式,用描点法可画出图象,将  $S=4$  代入函数的解析式,就可求出正方形的周长,利用表格可知,当  $C=3$  时,  $S=\frac{9}{16}$ ,而结合其图象性质可知,  $y$  随  $x$  的增大而增大,即可确定  $C$  的取值范围.

[解] (1) ∵ 正方形的周长为  $C \text{ cm}$ , ∴ 边长为  $\frac{C}{4} \text{ cm}$ ,

$$\therefore \text{正方形面积 } S = \left(\frac{C}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}C^2 (C > 0).$$

$$\therefore S \text{ 与 } C \text{ 之间的函数关系式为 } S = \frac{1}{16}C^2 (C > 0).$$

(2)先列表:

$C$	...	1	2	3	4	...
$S$	...	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{16}$	1	...

描点并画出函数的图象,如图 23-2-3 所示.

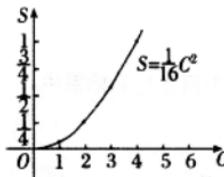


图 23-2-3

(3) 将  $S=4$  代入  $S=\frac{1}{16}C^2$ , 得  $C=8 \text{ (cm)}$ .

(4) 当  $C=3$  时,  $S=\frac{9}{16}$ ,

∴此函数在取值范围内,

$S$  随  $C$  的增大而增大,

∴当  $C \geq 3 \text{ cm}$  时,  $S \geq \frac{9}{16} \text{ cm}^2$ .

本题第(3)(4)小题的解答,利用  
数形结合的方法.