

師範學院數學系

幾何基礎

試行教學大綱

中華人民共和國教育部

444.079

804



師範學院數學系

幾何基礎

試行教學大綱

中華人民共和國教育部編訂

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可証出字第〇五四號)

京華印書局印刷 新華書店總經售

書號570(教48) 開本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印張 $\frac{3}{16}$ 字數4,000

一九五六年三月北京第一版

一九五六年三月北京第一次印刷

印數1-3,000 定價(3) 0.04

師範學院數學系

幾何基礎試行教學大綱

(甲) 說明

- (一)幾何基礎在師範學院設在四年級，它是对未來的中等學校數學教師在幾何領域內完成培養工作的課程。它的任務是使學生通曉近代幾何公理法，從歷史的發展和近代的結構各方面來培養他們對中學幾何基本問題和原則問題的批判能力，使有助於他們將來的幾何教學。
- (二)本大綱第一部分講授幾何基礎發展簡史，主要目的在於說明近代公理法的重要性的必要性，並說明幾何基礎的發展，實際上是遵循着辯證唯物主義的道路。
- (三)本大綱第二、三部分是歐几里得幾何基礎，通過這兩部分的學習，使學生對歐几里得幾何的近代公理體系有基本的認識，並對嚴格的論證有實際的鍛鍊，以便將來在教學上更有把握。這是師範學院學生學習本學科的首要部分。
- (四)本大綱第四部分講授公理體系的一般性問題——和諧性、獨立性、完備性。這些問題是近代公理法的主要研究方向，也是本大綱的重要部分，必須使學生有初步了解。同時由和諧性的證明可以看出檢驗公理體系的真理性的最後手段，仍有賴於實踐，單靠形式邏輯是不夠的。
- (五)本大綱第五部分講授羅巴切夫斯基幾何，主要是使學生了解

非歐幾何的可能性及平行公理的獨立性，並且認識羅巴切夫斯基的偉大貢獻的重大意義。

(六)本大綱第六部分講授黎曼幾何大意，並比較三派幾何的異同，以使學生對幾何有比較廣泛的認識。關於黎曼幾何大意，可參考葉菲莫夫著高等幾何學(參考資料二)。

(七)本大綱採用最通行最實用的幾何公理體系——希爾伯特公理體系，公理條文主要根據希爾伯特原著第七版(參考資料三)。

(八)本學科論證時應該盡量採用初等的綜合方法，因為，這樣，學生習慣了，將來便於應用。

(九)根據部頒師範學院暫行教學計劃，微分幾何列為選修學科，因此本學科應避免引用微分幾何方法。

(十)本大綱關於我國幾何方面史料，雖未明列，但講授時宜隨時插入，藉以激發學生的民族自豪感。

(十一)凡本大綱所列題材，證明過於繁難者可酌量略去証法(此類題材加有註)；但証法與中學通行方法不同，而更為嚴明或可少用公理者，則雖屬繁難，仍以講授為宜。

(十二)立體幾何定理舉要大約和科士青著蘇步青譯幾何學基礎第119頁相同，其中“同一的二面角的兩個平面角相等”定理，應特別提醒學生：中學証法用及平行公理，此處必須避免。

(十三)關於合同變換(移動)概念的建立，可參考葉菲莫夫著高等幾何學第三版第二章§19。

(十四)圓規命題(圓交圓、直線交圓)關係圓規直尺作圖法，在中學幾何中特別重要，應着重說明。

(乙) 大綱內容

(一) 幾何基礎發展簡史 (9 學時)

- (1) 古代幾何史料述略。
- (2) 歐几里得幾何原本的基本概念和公理(略加評論)。
- (3) 第五公設問題的發生及証明嘗試的失敗。
- (4) 罗巴切夫斯基 (Н. И. Лобачевский) 的偉大貢獻(略及前後諸大家的成就)。
- (5) 近代公理法的發生及希尔伯特(D.Hilbert)公理体系的綱要。

(二) 絕對幾何 (27 學時)

- (1) 第一組公理(結合公理)及其推論。

- (2) 第二組公理(順序公理)及其推論

順序公理。

直線上點數的無窮。

共線諸點的排列法。

共端諸半直線的排列法(不証)。

共線諸點被其中一點劃分為兩條半直線。

共面諸點被其上一直線劃分為兩個半平面。

空間諸點被其間一平面劃分為兩個半空間(不証)。

角、三角形、多角形及其內部外部的定義和有關定理舉要(不証)。

- (3) 第三組公理(合同公理)及其推論：

合同公理。

線段合同的反身性、傳遞性、對稱性。

角合同的傳遞性、對稱性、可加性。

兩個三角形合同諸定理。

直角的存在及其合同。

線段中點及角的平分線的存在和惟一。

三角形的外角定理。

立體幾何定理舉要(不証)。

合同變換(移動)概念的建立。

(4) 第四組公理(連續公理)及其推論：

亞基米德(Archimedes)公理及康托爾(G. Cantor)公理。

圓規命題 [直線交圓(証), 圓交圓(不証)]。

戴德金(R. Dedekind)命題與連續公理的等效。

線段的測量。

角的測量(不証)。

(三) 歐几里得幾何 (8 學時)

(1) 第五組公理(平行公理)。

(2) 三角形三內角的和為二直角。

(3) 相似的存在。

(4) 面積理論(劃分定理可不詳証)。

(5) 體積理論 [只提戴恩—卡剛 (Dehn—Karam) 定理 (不証)]。

(四) 幾何公理法的基本問題 (16 學時)

(1) 公理法中的和諧性、獨立性、完備性等問題。

(2) 歐几里得幾何公理體系和諧性的算術證明——歐几里得

解析空間的建立。

(3) 連續公理的獨立性 (亞基米德公理的獨立性只提及不證明)。

(4) 歐几里得平行公理的著名等效命題。

(5) 歐几里得平行公理的獨立性 [先提及, 容後在 (五) 中證明]。

(6) 歐几里得幾何公理体系的完備性 (說明意义而不證明)。

(五) 罗巴切夫斯基幾何 (22 學時)

(1) 罗巴切夫斯基平行公理及其幾何公理体系。

(2) 共面二直線的三種關係 (相交、分散、平行)。

(3) 平行角和平行距的關係。

(4) 三角形三內角的和小于二直角。

(5) 相似形必合同 (放大、縮小的不可能)。

(6) 無外接圓的三角形存在。

(7) 等距曲線及極限圓。

(8) 等距曲面及極限球 (不詳論)。

(9) 罗巴切夫斯基幾何公理体系的和諧性及平行公理的獨立性。

普恩加來 (H. Poincaré) 解釋, 克來因 (F. Klein) 解釋 (講一種)。

(10) 罗巴切夫斯基的偉大發現在數學上的影响与哲學上的意义。

(六) 黎曼 (B. Riemann) 幾何大意及三派幾何的比較 (6 學時)

(1) 關於黎曼幾何的簡短知識。

(2) 歐几里得、罗巴切夫斯基、黎曼三派幾何的比較。

(丙) 參考資料

- (一) 苏联師範学院幾何基礎教学大綱(1955)。
- (二) 葉菲莫夫(Н. В. Ефимов)著, 裘光明譯, 高等幾何学。
- (三) 希尔伯特著, 江澤涵漢譯, И. Страдшмейна 俄譯, 幾何学基礎(D. Hilbert, Grundlagen der Geometrie)。俄譯(尙未出版)。
- (四) 科士青(В. И. Костин)著, 苏步青譯, 幾何学基礎。
- (五) 卡剛(В. Ф. Каган)著, 幾何学基礎。
- (六) 庫圖佐夫(Б. В. Кутузов)著, 罗巴切夫斯基幾何与幾何基礎概要。
- (七) 咏白蘭著, 幾何学之基本(Veblen, Foundations of Geometry)。
鄭太朴漢譯, “幾何及代數之基本”中的第一部分。
- (八) 弗德著, 歐几里得幾何基礎(Forder, Foundations of Euclidean Geometry)。
- (九) 李儼著, 中算史論叢。
- (十) 李儼著, 中國數學發展情形, 數學通報, 7, 1955。
- (十一) 亞歷山大洛夫(А. Д. Александров), 幾何学, 數學通報 4, 5, 1955。
- (十二) 亞歷山大洛夫(А. Д. Александров), 關於數學中的唯心論, 中國數學雜誌, 3。
- (十三) 諾尔金(А. П. Норден), 非歐幾何底 125 年, 數學通報, 3, 1954。
- (十四) 傑士蘭科(勒伏夫), 中等学校中的非歐幾何, 數學通報, 7, 8, 10, 1954。