非线性等离子体物理引论

Введение в Нелинейную фузику Плазмы

A·C·金格赛帕　著
郭萍　译

国防工业出版社
National Defense Industry Press

本书由总装备部装备科技译著出版基金资助出版

非线性等离子体物理引论

Введение в Нелинейную Фузику Плазмы

A·C·金格赛帕　著
郭萍　译

国防工业出版社
·北京·

著作权合同登记 图字:军—2007—036 号

图书在版编目(CIP)数据

非线性等离子体物理引论/金格赛帕著;郭萍译.
北京:国防工业出版社,2009.6
ISBN 978-7-118-05974-8

Ⅰ.非... Ⅱ.①金...②郭... Ⅲ.非线性—等离子体
物理学 Ⅳ.053

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 149144 号

※

国防工业出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)
天利华印刷装订有限公司印刷
新华书店经售
*
开本 850×1168 1/32 印张 7¼ 字数 190 千字
2009 年 6 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 23.00 元

国防书店:(010)68428422 发行邮购:(010)68414474
发行传真:(010)68411535 发行业务:(010)68472764

译　序

20 世纪 60 年代，美、苏等国就开始系统研究等离子体物理理论，并将它运用于先进武器研制。我国在 20 世纪 60 年代至 70 年代开始注意该领域的国际动态，并逐步开始将等离子体物理用于核技术科学，特别是可控核聚变方面的研究。20 世纪 80 年代后则发展到激光聚变和电磁驱动的高能量密度物理研究，其中部分工作是在中国工程物理研究院流体物理研究所进行的。

本书的作者是在俄罗斯科学中心长期从事该领域研究工作的老专家，理论基础扎实，又有丰富的实际工作经验。作者在与我们的科技交流活动中，主动提供了这本有价值的书。在此，向本书原作者 A·C·金格赛帕表示衷心的感谢和崇高的敬意。

本书是在译者所在单位领导刘仓理、刘瑞根、邓建军的支持下得以顺利出版并同读者见面。在此，特别对孙承纬院士和胡海波研究员对翻译本书给予的大力支持，对韩钧万前辈对本书专业知识所做的修改表示深切的感谢，以及对徐泽平、谢卫平、丰树平、李正洪等研究员在专业知识方面给予的帮助表示衷心的感谢，其他曾提供帮助的热心人，在这里就不再一一叙说，谨再次向他们表示诚挚的谢意。

译者

2008 年 6 月

前　言

本书是由作者给莫斯科物理技术学院以及研究机构派送到俄罗斯科学中心库尔恰托夫研究所进修的学生们讲授的一系列专业课程的讲稿编写而成。考虑到授课对象的特点，作者尽可能地从最基本的效应和概念开始组织教学。通常，非线性物理学必须包含等离子体物理学的基础知识，以及一些与理论物理相关的非寻常的问题，在讲授课程中必须尽量避免引用“或许可以指出……”这种类型的原始文献。这样一来，就会不可避免地丢失一些内容，但按照作者坚定的思路，无论是讲稿或是出版物，作为教程，毫无疑问地应当先介绍掌握复杂物理所需的基础知识。

等离子体物理最重要的特点之一，是特别适宜于由集体效应产生的独有的多种多样的问题和现象，而在统一的授课过程中，未必能够对这一多少有点意义的部分进行分析研究。因此，该领域的教科书常常没有太大的收效。然而，在等离子体物理的基础上研究非线性物理是十分方便的。在众多内容丰富的物理问题中，本书讨论的内容忽略量子效应，采用小参数和其他构建可求解模型的方法。在研究一系列新现象时，解析解比数值分析的结果更令人信服。用文理通顺的语言来介绍湍流等离子体物理和非线性物理是作者撰写本书的目的。

等离子体物理可应用于磁流体力学、统计热力学、非平衡动力学、粒子碰撞和辐射等学科领域。我们面临的任务主要是研究等离子体中的非线性集体现象。首先，这意味着确定电动力学的主导地位（对等离子体而言，这是总体上的特征）；其次，将等离子体

理解为具有在粒子间库仑相互作用和集体动力作用占优势的准电中性介质，特别是等离子体被设定为相当热的和（或者）稀疏的气体。所谓的德拜数为 $N_{\mathrm{D}} \approx n r_{De}^{3} >> 1$，其中 n 为电子密度，r_{De}为德拜半径。

众所周知，气体中所有分子几乎都是自由运动的，粒子碰撞保证了气体粒子的相互作用（连续介质便是其本身的全部性质），只是碰撞频繁程度或大或小而已，其结果便是发生布朗运动。在液体中，粒子通常只是按照单位数字的顺序与最近相邻的产生相互作用。在等离子体中，尽管粒子处在温度高于液体或气体的条件下，但其性态却更像固体——大量的粒子构成的整体的集体效应占主导地位。相应地，对等离子体微观动力学的形式描写往往近似于对固体的描写。此时，宏观化的等离子体呈现为服从帕斯卡定律的流动介质。

不妨这么说，对等离子体即磁流体动力学（MHD）的宏观描述就如同使凝聚介质的机理再现，也正是液体金属的机理。因为它们共同的特点是都具有库仑力的长程作用。但要坚信，我们讨论的是集体动力学，而不单是具有库仑粒子的“气体”，其德拜数相当高：

$$n r_{De}^{3} \approx T^{3/2} n^{-1/2} e^{-3} >> 1 \qquad (0.1)$$

通常，天体物理（尤其是星际间的）或热（热核）实验室的等离子体才符合这样的限定条件。

在本书中我们采用玻耳兹曼常数为统一单位，即用能量单位测量温度。为简便起见，用统一的单位表示离子电荷数（离子化倍数），因为要研究的大多数效应在定性上与这些值无关（在必要的情况下换算成 $Z_{\mathrm{i}} \neq 1$，这样做并不复杂）。如同迄今为止的所有关于等离子体物理的俄文文献，我们采用高斯单位制，这样更合理。此外，由于在适合等离子体的介质中感生电荷和电流（自由电荷和传导性电流）的影响，等离子体中的电场强度 E 和磁通密

度 B 的场作用分别区别于磁场强度 H 和电通密度的场作用 D。通常,后者是直接包含在麦克斯韦方程里的。这样,磁场和感应间的区别就消失了。

$$\mathrm{div}\boldsymbol{E} = 4\rho c(\boldsymbol{E},\boldsymbol{B}) \tag{0.2}$$

$$\mathrm{div}\boldsymbol{B} = 0 \tag{0.3}$$

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{0.4}$$

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{B} = \frac{4\rho}{c}\boldsymbol{j}(\boldsymbol{E},\boldsymbol{B}) + \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{0.5}$$

这个方程组是与描写粒子运动的流体动力学方程或者动力学方程组合而成的。

本书的第 1 章 ~ 第 9 章介绍弱湍流概念。在第 10 章 ~ 第 12 章中列出了系列湍流方案的例子,并给出了研究强湍流状态的某些先决条件。第 13 章 ~ 第 15 章介绍内容更丰富的强朗缪尔湍流例子。第 16 章简单描写了无碰撞冲击波。第 17 章和第 18 章则描述电子磁流体动力学(EMHD),有别于其他各章,这里描写的不是混沌动力学,而是非线性结构。本书对各章标题及其顺序的选择是根据 20 世纪 60 年代至 90 年代众多从事非线性物理研究的等离子体理论家们的兴趣演变而考虑的,同时,也在很大程度上反应了作者的科学兴趣。第 2 次印刷侧重对最后两章的主要例子进行了修正,因为最后两章收集了作者近几年的主要理论工作,按照作者自己的解释,“给学生教授自己亲身的经验”——这是莫斯科物理技术学院的毕业生和教授们常援引的一条物理技术的主要原则。本书还包含了一定数量的引文,这些引文是作者在讲授过程中直接演示原始文献结果时采用的主要例子。参考文献中列出了被引用文献作者的姓名和出版年代,姓名按字母顺序排列。对等离子体物理的初学者来说,应选择《基础物理》作为引用教材,如果必须弄懂等离子体基础物理方面的一系列问题的话,最好学习 Франк - Каменец 编写的教程(本书并未打算向读者全面介绍这方面的内容)。

目　录

第 1 章　等离子体中的集体效应、等离子体湍流、非线性动力学和等离子体自洽描述

研究等离子体的集体性质，第一步必须了解线性振荡和波动。第二步也许还不十分确定，这完全取决于非线性动力学中对基本客体的选择。可以取非线性周期波、孤子、冲击波、涡流等作为这种基本客体。首先，确定非线性动力学的“方案”，这里最重要的问题是我们面临的是无序的还是有规律的非线性运动，换句话讲，即面临的是湍流还是非线性结构。正像在非线性物理中时常发生的那样，对这些概念本身的确定并不十分明确，如同“参数窗口”那样。在“参数窗口”中，这些概念得到实现，也在一定程度上尚停留在作者的酌定之中。通常，工作模型都是建立在预先经历过的实际的物理客体的基础上。这些预先经历形成了特殊的多样性，构成了非线性等离子体物理的主要难题(但却具有引人入胜的特点)，即存在少许同样的“多维”的物理领域。

从弱湍流概念开始，选择准经典波束作为基本客体。用激光加热和一些其他方式加热的固定状态的电流和束流来研究等离子体湍流加热是最方便的模型。除此之外，这种模型也很适合用来研究输运效应、冲击波阵面的微观动力学、行星和恒星之间宇宙射线的演变。总的来说，这种模型适合于当存在某种偶然因素时，特别是波和粒子相互作用的动力学效应时。就像固体结合理论那样，可以在多组元动力学范围内描写类似系统，包括电子、不同种类的离子和准粒子——等离子体波。

在式(0.2)～式(0.5)中，电荷密度 ρ 和电流密度 $\boldsymbol{j}$ 是以电场强度 $\boldsymbol{E}$ 和磁通密度 $\boldsymbol{B}$ 来确定的。这种描述(称为自洽描述)常应

用于等离子体物理学、固体物理学以及核物理学，它给出在数学上封闭模型或者通过数值模拟（在原则上）获得全部必要的解析结果的可能性。当然，实际上这并非那么容易做到。尤其要注意，麦克斯韦（Максвел）线性方程在自洽问题范畴中会瞬间变为非线性方程。同时需要指出的是，式(0.2)～式(0.5)是在隐含的假定中写出，$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 是按照空间中某种物理上的小体积所做的平均，这种平均的尺度和特征是超过模型范围的。将式(0.2)～式(0.5)包含在自洽模型中，通常把等离子体作为连续介质来研究（当然，除了“删格中的粒子”类型的数值模拟以外），也就失去了尺度的作用。不少理论著作专门讨论类似的精确化及其依据，但在自然科学中有其他途径来确认模型的一致性，即理论的关键预测与观察到的效应相一致，这是最主要的。

试图建立一个同时描写粒子和场的闭合方程系统。单个或者多组元的流体动力学（准确地说，是磁流体动力学）比动力学研究简单得多。当然，流体动力学允许描述的仅仅是相对狭窄的现象，但这正是在实验室和宇宙等离子体中的基本现象。况且，模型越简单，就越能向纵深发展。因此，本书从粒子动力学的流体动力学描写开始讲起。为了避免后面的计算困难，就算这些困难与非线性物理毫无关系，我们还是仅限于磁流体动力学最简单的形式：

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\mathrm{div}\rho\boldsymbol{v}=0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\ \nabla)\boldsymbol{v}=-\frac{\nabla P}{c}+\frac{1}{\rho c}[\boldsymbol{j},\boldsymbol{B}] \tag{1.2}$$

不同于式(0.2)～式(0.5)，这里 ρ 是质量密度。由于在磁流体动力学单组元范围中只能观察到准惰性流动，所以与这种表示相交叉的问题基本不会发生。我们忽略了在连续方程式(1.1)中任意符号的粒子源以及欧拉（Эйлер）方程式(1.2)中的黏滞性。为简便起见，压力在方程式中用标量来表示；通常可以给出多元性或者某种另外的密度函数：

$$P=P(\rho) \tag{1.3}$$

在相反情况下，需要描写热流的补充方程式。

式(1.1)～式(1.3)用标准符号表示。由于暂时讨论的是流体动力学模型范围，因此不得不采用一个非自洽组元，即以欧姆定律的形式来表示$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{E},\boldsymbol{B})$关系：

$$\boldsymbol{j} = \sigma\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}\right)[\boldsymbol{v},\boldsymbol{B}] \tag{1.4}$$

其中，σ 是等离子体标量电导率。多组元磁流体动力学在这个关系式中更正确（为简便起见，限定为二组元情况）：

$$Mn_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_i}{\mathrm{d}t} + \nabla P_i = n_i eE + n_i \frac{e}{c}[\boldsymbol{v}_i,\boldsymbol{B}] + \frac{mn_e}{\tau}(\boldsymbol{v}_e - \boldsymbol{v}_i) \tag{1.5}$$

$$mn_e \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_e}{\mathrm{d}t} + \nabla P_e = -n_e e\boldsymbol{E} - n_e \frac{e}{c}[\boldsymbol{v}_e,\boldsymbol{B}] - \frac{mn_e}{\tau}(\boldsymbol{v}_e - \boldsymbol{v}_i) \tag{1.6}$$

式中，m 和 M 分别为电子和离子质量，按时间的全导数确定为

$$\frac{\mathrm{d}v_a}{\mathrm{d}t} \equiv \frac{\partial v_a}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_a\ \nabla)\boldsymbol{v}_a(a = i,e)$$

式(1.5)、式(1.6)还应当用连续方程组加以补充：

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \mathrm{div}(na\boldsymbol{v}_a) = 0 \qquad (a = i,e) \tag{1.7}$$

最后，获得闭合自洽方程组：

$$\mathrm{div}\boldsymbol{E} = 4\pi e(n_i - n_e) \tag{1.8}$$

$$\boldsymbol{j} = e(n_i\boldsymbol{v}_i - n_e\boldsymbol{v}_e) \tag{1.9}$$

这种二组元模型的应用性取决于保证多组元中每一组元分布函数的磁通化的驰豫时间的级别：

$$\tau_{ee} : \tau_{ii} : \tau_{ei} \cong 1 : \sqrt{M/m} : M/m$$

这些时间中最长的时间（也叫做有效碰撞频率 $\nu_{ei} \equiv 1/\tau_{ei} \equiv 1/\tau$）明显进入式(1.5)和式(1.6)的右边作为电—离子摩擦因数。从下文将清楚地知道，在等离子体中的线性振荡和线性波理论中，这些摩擦在不少情况下完全可以忽略。此时，式(0.2)～式(0.5)，式(1.5)～式(1.9)看起来是完全闭合的。

遗憾的是,这种描述的严密性给人一种错觉:τ 越大,动力学效应的作用就越重要。虽然如此,在无碰撞或弱碰撞等离子体中,非线性动力学常常以这样的方式进行模拟。在本书后面的章节里将介绍一些这种发展模型的例子。

如果还想考虑动力学效应,那么必须选择最简单的基本模型,以避免任何独特的表象掩盖住非线性物理本身,尽管形式是简化的,却可能获得丰富的结果。在等离子体物理中,玻耳兹曼(Больцман)的单粒子方程式通常被人们应用。

由连续方程式得出

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\operatorname{div}(n\boldsymbol{v})=S(\boldsymbol{r})$$

式中,$S(\boldsymbol{r})$是粒子源(或者径流),按照类比法以发散形式描述玻耳兹曼方程式,即表示粒子分布函数的连续方程式并不难,可以将这个函数解释为相位空间中的密度:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\operatorname{div}(f\boldsymbol{v})+\operatorname{div}_p\left(f\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t}\right)=\mathrm{St}(f) \tag{1.10}$$

式中,$\operatorname{div}_p\equiv\frac{\partial}{\partial p}$,而 $\mathrm{St}(f)$称为碰撞积分(在等离子体物理中常表现为朗道形式,但这对我们而言实际上并不那么重要,因为我们不打算详述碰撞效应)。我们常用的是玻耳兹曼方程式的哈密顿(Гамильтон)形式。采用下列众所周知的关系式:

$$\frac{\partial x_i}{\partial t}=\frac{\partial H}{\partial p_i},\frac{\partial p_i}{\partial t}=-\frac{\partial H}{\partial x_i} \tag{1.11}$$

式中,H 为哈密顿函数,可以忽略式(1.10)而得到下列标准式:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\boldsymbol{v}\nabla f+\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}}=\mathrm{St}(f) \tag{1.12}$$

采用式(1.12)的两个等值形式:

$$\frac{\partial f}{\partial t}=\mathrm{St}(f)$$

或者

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \{f, H\} = \mathrm{St}(f)$$

式中，$\{f,H\}$ 为泊松(Poisson)括弧。

现在，应将动力学方程和麦克斯韦方程系统闭合。这部分原理性步骤是由阿·伏拉索夫(A. Власов)完成的。

第 2 章　伏拉索夫近似、朗缪尔波和朗道阻尼

在等离子体物理动力学中，伏拉索夫近似与所谓的无碰撞极限 $St(f)=0$ 相符。因此，显示出可能完全相符地描述在实验室情形下的热的（达 10^8K）实验室等离子体或者很稀薄的（$n \sim 1\text{cm}^{-3}$）宇宙等离子体的十分宽广的类别。首先，碰撞并没有在实验特征时间小于 v_{el}^{-1} 时起着特别的作用。其次，这个近似在等离子体晕的尺度比起粒子自由程的特征长度相当小时才会起作用。在气体中，这种状态称为克努得塞诺夫（Кнудсенов）状态，并且对应于高真空状态。然而，无碰撞等离子体与克努得塞诺夫气体状态相比，完全是另外一回事。

伏拉索夫近似还有一个重要的因素，即直接将哈密顿方程代入动力学方程式（1.12）。该方程尤其是在非相对论范围中以及在 x－表示中采用形式：

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\ \nabla) f_a + \left(\frac{e}{m}\right)_a \left(\boldsymbol{E} + \left[\frac{\boldsymbol{v}}{c}, \boldsymbol{B}\right]\right)\frac{\partial f_a}{\partial \boldsymbol{v}} = 0 \quad (a = i, e) \tag{2.1}$$

为了使麦克斯韦方程和方程式（2.1）封闭，采用普通关系式：

$$\rho = \sum_a n e_a \int f_a \mathrm{d}\boldsymbol{v} \tag{2.2}$$

$$\boldsymbol{j} = \sum_a n e_a \int f_a \boldsymbol{v} \mathrm{d}\boldsymbol{v} \tag{2.3}$$

式中，n 被当作浓度值，是按照某个物理上的小体积作平均的值。这就是伏拉索夫模型，也就是自洽无碰撞等离子体动力学。

为了方便，选择标准化分布函数，规定 f_a 为基数：

$$\int f_a \mathrm{d}\boldsymbol{v} = 1 \tag{2.4}$$

有趣的是，伏拉索夫本人认为:对自洽动力学理论来说,碰撞积分是不需要的,因为粒子的所有相互作用已经完全包含在自洽场里。实际情况要更复杂一些。众所周知,库仑相互作用可能仅仅在扩散的小角上的某些截断或同样小的输送脉冲的条件下才以碰撞级别的形式表现出来(由于对卢瑟福截面的全积分发散)。在等离子体中,这种截断以指导参数的上限对应于德拜半径。因此,更远处碰撞的贡献忽略不计,尽管在某种程度上这种贡献被自洽场所考虑。对于三级碰撞,这种近似等所表示的实际的贡献份额更大。碰撞级别越高,伏拉索夫模型中的计算结果就越好。有关这个问题发表了不少理论著作,但尚未构建出足够清晰的解析模型。简单而有效的方案是:伏拉索夫将两个碰撞结合在一起,其贡献以应有的方式切分。

下一步就是针对具体现象构建伏拉索夫模型的近似,即针对等离子体纵向波的基本型,称为朗缪尔波(简称为等离子体波)。这些波是高频率波,因此也是纯电子波。这些波并不保持准电中性,尽管在小幅度的波中,这种准电中性遭受到的破坏并不明显。波中的离子位移等于其对散射的贡献,由于数值很小,可以忽略不计(本书仅限于讨论这些众所周知的因素,因为关于朗缪尔波的概念普通物理的教程就讲授,读者可以很容易地获得,例如,德·阿·法兰克—卡门涅兹的教科书,而且,所有这些知识也可以从本书的后文中逐渐获得)。

朗缪尔波是势位波,$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi$,如果波数不太小,$k > \omega_{pe}/c$,其中 $\omega_{pe} = \sqrt{\dfrac{4pne^2}{m}}$ 为电子等离子体频率。有时,这表明波的磁场 $\boldsymbol{B} = 0$。如果外磁场也等于零,我们就可以在方程式(2.1)中使 $\boldsymbol{B} = 0$。回忆一下势位波扩散的一般形式:

$$\varepsilon(\omega, \boldsymbol{k}) = 0 \tag{2.5}$$

已知介电常数的最简单形式:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \tag{2.6}$$

方程式(2.6)在冷等离子体近似中或者在长波和高频率波的任意一种范围中是正确的。一般情况下,该方程式应当考虑到扩散进行修正。

为了保证下一步的需要,我们在二组元的流体动力学模型的框架内研究这个问题,并仅限于势位波和零的外磁场,这样就可以采用下列基本方程组:

$$\frac{\partial v_a}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{0a}\nabla)\boldsymbol{v}a = -\left(\frac{e}{m}\right)_a \nabla\varphi - \gamma_a v_{Ta}^2\left(\frac{\nabla n_a}{n_{0a}}\right) \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \boldsymbol{v}_{0a}\nabla n_a + n_{0a}\mathrm{div}\boldsymbol{v}_a = 0 \tag{2.8}$$

$$\nabla^2\varphi = -4\pi\sum_a n_a e_a \tag{2.9}$$

式中,$v_{Ta} = \sqrt{\dfrac{T_a}{m_a}}$是热速度,$\gamma$ 为多元指数,v_{0a}和 n_{0a}分别为非扰动的速度和每一组元的密度,v_a 和 n_a 分别表示扰动的速度和每一组元的密度。

需要指出的是,不仅二组元等离子体($a = i, e$)可以用类似的方程组来描写,在原理上,与定向速度(多流模型)有区别的某些离子种类,某些单组元级别也可以用类似的方程组来计算。后面的方程式(2.7)~方程式(2.9)在准电中性假设中可以线性化。

$$\sum_a n_{0a}e_a = 0 \tag{2.10}$$

但不考虑此时整个电流等于零,因为研究的是波运动,所以用正比 $\exp i(\boldsymbol{kr} - \omega t)$来假设整个扰动。因此,由原始方程组得出下列形式:

$$-i\omega v_a + i(\boldsymbol{kv}_{0a})\boldsymbol{v}_a = -i\boldsymbol{k}\left(\frac{e}{m}\right)_a \varphi - i\boldsymbol{k}\gamma_{aTa}^{n_a}\left(\frac{n_a}{n_{0a}}\right) \tag{2.11}$$

$$-i\omega n_a + i\boldsymbol{kv}_{0a} + n_{0a}i\boldsymbol{kv} = 0 \tag{2.12}$$

$$-k^2\varphi = -\sum_a n_a e_a \tag{2.13}$$