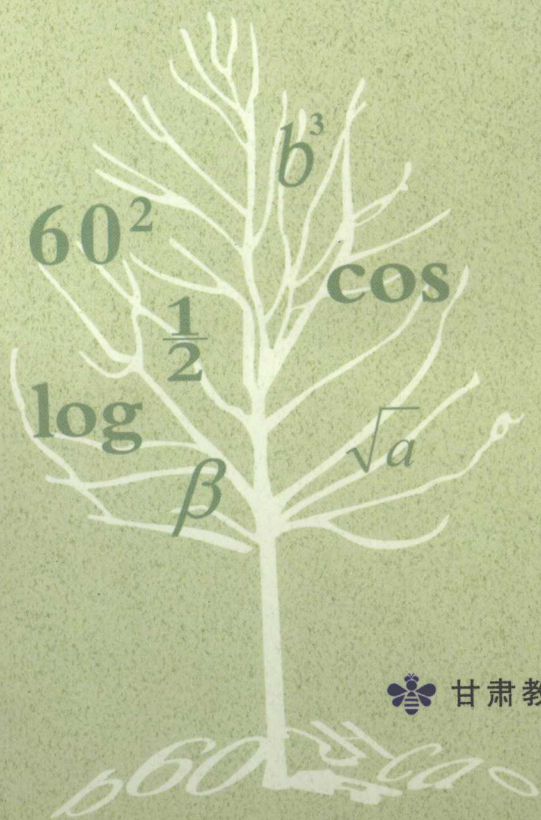



SHUXUE JIAOXUELUN

数学教学论

主编 冯国平

数学教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。有效的教学活动是学生学与教师教的统一。学生是数学学习的主体，教师是数学学习的组织者、引导者与合作者。



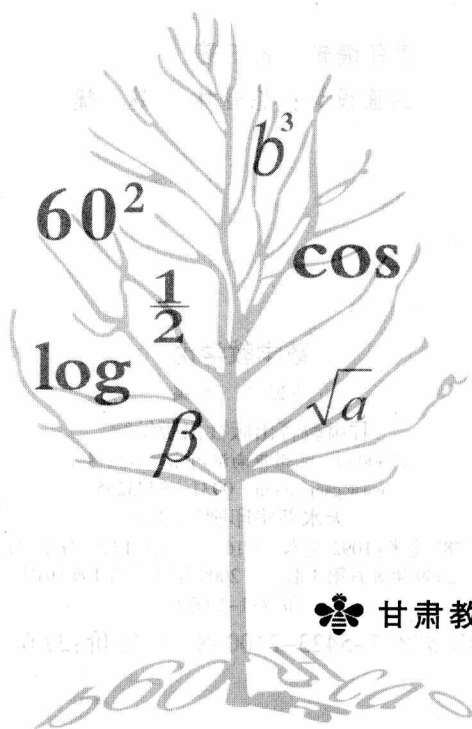
 甘肃教育出版社


天水师范学院科研基金资助教材

数学教学论

主编 冯国平

副主编 康世刚 马维学



 甘肃教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教学论 / 冯国平主编. —兰州: 甘肃教育出版社,
2009.8

ISBN 978-7-5423-2100-8

I. 数... II. 冯... III. ①数学课-教学法-师范大学-
教材②数学课-教学法-中学 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 139603 号

责任编辑: 张玉霞

封面设计: 徐晋林 魏捷

数学教学论

冯国平 主编

甘肃教育出版社出版发行

(730030 兰州市南滨河东路 520 号)

www.gseph.com 0931-8773255

天水新华印刷厂印刷

开本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 17.5 字数 314 千

2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1~1 000

ISBN 978-7-5423-2100-8 定价: 27.00 元

前 言

《数学教学论》是高等师范院校数学与应用数学专业的一门重要的专业必修课程,其重要性主要表现在它的师范性、边缘性和综合性上,它在培养合格中学数学师资方面所起的作用也是其他课程难以替代的。

为适应基础教育课程改革背景下的中学数学教学的需要,我们从2002年就开始思考数学教学论课程体系的建构问题。2006年申报了天水师范学院讲义编写立项并获得批准,该项目的最终建设目标就是出版正式教材。从此,编写工作就正式启动。2008年,我们又申报了天水师院教材建设项目立项并获得批准。在广泛学习和多年教学实践的基础上,我们经过两年的不懈努力,合作完成了《数学教学论》教材的编写。

《数学教学论》是数学与应用数学专业系列教材之一。全书共十二章,分别阐述了基础数学课程的课程目标、课程内容、中学数学学习、《数学课程标准》理念下的中学数学教学、数学教学模式、数学教学技能、数学课堂教学设计、中学数学的逻辑基础、数学基础知识的教学、数学教学研究、数学教学评价、数学思维与数学能力。同时,在附录中摘编了一些教学设计案例,以帮助学习者有效地进行数学课堂教学设计的实践。

本书是关于数学教学的基本理论与实践的概述,目的是帮助具有数学专业知识的学生获得有关中学数学教育的基本理论与方法,懂得数学教育的特殊规律,增强数学教育能力和数学教育研究能力,为成为适应新世纪需要的高素质中学数学教师打下坚实基础。

本书在内容结构上紧扣现代中学数学教学过程研究这条主线,广泛涉及了中学数学教与学的丰富内容。既重视数学教育理论的分析与阐述,又重视数学教学技能的培养和训练。力求反映数学教育的新思想、新观点和新方法,以适应基础教育课程改革对数学教学论课程体系的新要求。

书中标有*的章节,可根据教学的实际情况,作为选学内容。

本书的出版得到了天水师院教材建设项目资助,有关领导给予了大力支持,在

此表示感谢.

本书在编写过程中,学习、参阅、引用了许多数学教育文献资料,吸收了很多观点,谨向这些文献的作者表示诚挚的谢意.

由于编者水平有限,缺点和不足之处在所难免,敬请读者批评指正.

冯国平
2009年4月

目 录

绪 论	(1)
0.1 数学教学论发展简述	(1)
0.2 数学教学论的研究对象及内容	(3)
0.3 数学教学论的学科特性	(4)
0.4 学习数学教学论的重要意义	(6)
第一章 中学数学的课程目标	(8)
1.1 确定数学课程目标的依据	(8)
1.2 义务教育阶段的数学课程目标	(15)
1.3 高中数学课程目标	(25)
第二章 中学数学的课程内容	(30)
2.1 中学数学课程内容的选择	(30)
2.2 全日制义务教育阶段的数学课程内容	(32)
2.3 普通高中的数学课程内容	(38)
2.4 数学课程内容的编排	(41)
第三章 中学数学学习	(45)
3.1 数学学习理论研究的发展	(45)
3.2 中学数学学习	(48)
3.3 数学学习的过程	(50)
3.4 数学研究性学习	(55)
第四章 数学课程标准理念下的中学数学教学	(62)
4.1 数学课程标准理念下的数学教学活动	(62)
4.2 数学课程标准理念下的数学教师	(66)
4.3 中学数学的教学原则	(71)

4.4	数学教学过程	(77)
第五章	中学数学的教学模式	(88)
5.1	几类典型的数学课堂教学模式	(88)
5.2	MM教育方式	(102)
5.3	数学教学模式的建构与创新	(105)
第六章	数学教学技能	(108)
6.1	数学课堂教学技能及其形成	(108)
6.2	教学艺术风格	(119)
第七章	数学教学设计	(123)
7.1	什么是数学教学设计	(123)
7.2	教学设计的基本要素	(124)
7.3	数学教学设计的前期分析	(125)
7.4	数学教学目标的确定	(129)
7.5	数学教学方案的设计	(132)
7.6	数学教学设计方案的评价与调整	(144)
第八章	中学数学的逻辑基础	(146)
8.1	数学概念	(146)
8.2	数学命题	(153)
8.3	形式逻辑的基本规律	(158)
8.4	数学推理与数学证明	(161)
第九章	中学数学基础知识的教学	(171)
9.1	数学概念的学与教	(171)
9.2	数学命题的学与教	(174)
9.3	数学技能的学与教	(179)
9.4	数学解题过程与解题教学	(181)
9.5	数学思想方法的教学	(184)

第十章 数学教学研究	(188)
10.1 说 课	(188)
*10.2 集体备课	(198)
*10.3 观摩教学	(201)
*10.4 数学课外活动的组织与实施	(203)
*10.5 数学教育教学专题研究	(206)
第十一章 数学教学评价	(208)
11.1 数学教学评价的原则	(208)
11.2 数学教学评价的类型	(210)
11.3 数学教学评价的过程	(212)
11.4 数学课堂教学评价	(218)
第十二章 数学思维与数学能力	(223)
*12.1 数学思维概述	(223)
*12.2 数学思维的基本类型	(225)
*12.3 数学思维品质	(228)
*12.4 数学思维的基本方法	(233)
*12.5 数学能力概述	(238)
*12.6 数学能力的培养	(248)
附录 数学课堂教学设计案例	(259)
参考文献	(268)

绪 论

数学教学论是高等师范院校数学与应用数学专业的核心基础课程.通过本课程的学习,学生能够掌握数学教学论的基础知识、基本理论和数学教学的基本技能,把握数学教育的发展方向,为教育实习和毕业后从事中学数学教学、开展数学教育科学研究做好充分的准备.为了使读者系统地学习和研究这门课程,我们对数学教学论的发展历史、研究对象与内容、学科特性、学习意义等内容进行讨论.

0.1 数学教学论发展简述

数学教学论是数学教育领域中一门正处于发展中的新学科.它的产生,既是数学教育理论发展的必然,也是数学教育实践的呼唤.

19世纪末,我国就开始了学科教育研究,最早的数学教育理论学科叫做“数学教授法”.1897年,清朝天津海关道盛宣怀创办南洋公学,内设师范院,开设“教授法”课.此后,一些师范院校便相继开设了各科教授法.20世纪20年代前后,任职于南京高等师范学校的陶行知先生,提出改“教授法”为“教学法”的主张,虽被校方拒绝,但这一思想却逐渐深入人心,得到社会的承认.“数学教学法”之名一直延续到20世纪50年代末.无论是“数学教授法”还是“数学教学法”,实际上只是讲授各学科通用的一般教学法.30年代至40年代,我国曾陆续出版了几本数学教学法的书,如1949年商务印书馆出版了刘开达编著的《中学数学教学法》.但这些书多半是对前人或国外关于教学法的研究所得,并根据自己教学实践进行修补而总结的经验所得,教育理论并未成熟.

20世纪50年代,我国的《中学数学教学法》用的是从苏联翻译的伯拉基斯的《数学教学法》,其内容主要介绍中学数学教学大纲的内容和体系,以及中学数学中的主要课题的教学法.这些内容虽然仍停留在经验上,但比以往一般的教学

方法有所进步, 毕竟变成了专门的中学数学教学方法. 到了 70 年代, 随着国外已把数学教育作为单独的科目来研究, 我国也把《数学教学法》或《数学教材教法》作为高等师范院校数学系体现师范特色的一门专业基础课进行开设. 1979 年, 北师大等全国 13 所高等师范院校合作编写的《中学数学教材教法》(《总论》和《分论》) 成为高等师范院校的数学教育理论学科的教材, 是我国在数学教学论建设方面的重要成就.

20 世纪 80 年代, 我国的数学教学论不仅与国际数学教育共同发展(例如, 从 80 年代起, 我国就派团参加了此后的各届 ICME), 而且无论在数学教学活动还是数学教育理论研究方面都形成了自己的特色. 在数学教学法的基础上, 开始出现数学教学的新理论. 国务院学位委员会公布的高等学校“专业目录”中, 在“教育学”这个门类下设“教材教法研究”一科(后改为“学科教学论”), 使学科教育研究的学术地位得到确认. 80 年代中期, “学科教育学”研究在我国广泛兴起, 不少高等师范院校成立了专门的研究机构, 对这一课题开展了跨学科的研究. 1985 年, 苏联著名数学教育学家 A. A. 斯托利亚尔的《数学教育学》一书的中译本, 由人民教育出版社出版发行. 我国在 80 年代也编写了《数学教育研究导引》一书, 试图介绍一些数学教育研究的范本. 到 90 年代初, 在全国具有相当规模和影响的“学科教育学”学术研讨会, 取得了不少的研究成果. 目前这一研究热潮方兴未艾, 正在向纵深发展, 不断有新的研究成果面世.

90 年代以来, 国内外数学教育发展迅速, 数学教育研究极为活跃, 我国的数学教学论研究在已构筑的框架基础上不断深入和拓展. 1990 年, 曹才翰教授编著的《中学数学教学概论》问世, 标志着我国数学教育理论学科已由数学教学法演变为数学教学论, 由经验实用型转为理论应用型. 1991 年出版的《数学教育学》(张奠宙等著), 把中国数学教育纳入世界数学教育的研究之中, 结合中国实际对数学教育领域内的许多问题提出了新的看法, 对数学教育涉及的若干专题, 加以分析和评论, 这是数学教育学研究的一个突破. 1992 年, 由天津师范大学主办的《数学教育学报》的创刊, 对数学教育理论研究与实践探索发挥了重要作用. 十几年来, 涌现了一批优秀的科研成果, 出版了一系列数学教育学著作(例如, 上海、湖南、广西、江西、江苏等教育出版社以及教育科学等其他出版社各自出版了一批“数学教育丛书”), 研究内容包括“数学教学理论”、“数学学习理论”、“数学思维论”、“数学方法论”、“数学课程与数学教育评价”、“数学习题理论”等多个方面, 其内容已远远超过上述教材所包含的知识领域. 同时, 我国还加紧数学教学论专业人才的培养, 国内各大师范院校已增设课程与教学论(数学)硕士学位授予点和教育硕士(学科教学: 数学)专业学位, 培养出了一批年青的数学教学论工作者和研究人员. 可以

说,20世纪90年代我国的数学教学论研究形成了一个高潮,数学教学实践和数学教学理论的结合产生了丰硕的成果。

近年来,人们对数学教学的成效愈加关注,教学改革被作为提高数学教学质量的重要手段而提升到了一个新的高度,广大的数学教学工作越来越迫切地需要了解和掌握有关能够帮助他们切合实际地解决教学问题的理论。与此同时,课程教学论和作为数学教育一般理论的数学教育学,在现代教育科学之林中得到了极大的发展。数学教学理论体系的日益完善和堪称丰富的实验成果使之有可能对所有数学教学活动发挥不容忽视的指导作用。正是在这种理论与实践双重力量的推动之下,数学教学论开始发展成为学科教育学中的重要分支学科之一。

当前,中国正进行新一轮基础教育课程改革,促进数学教育从“应试教育”转向素质教育,以适应社会发展、国际竞争和经济全球化、信息化等新形势的需要。随着素质教育改革的不断深入,对新世纪的中学数学教师从专业素养、教学理论、能力水平等诸多方面都提出了更高的要求。

0.2 数学教学论的研究对象及内容

对象问题是一门学科的理论框架和基本问题。一门学科如果没有恰当的研究对象,那么这门学科就没有存在的理由。

教学论,是关于教学活动的理论,是教育学中的一个组成部分。关于教学论的研究对象,人们普遍认为它是揭示教学的一般规律,研究教和学的一般原理。教学论的理论体系也正是循着这一线索进行构建,并得到不断完善的。

数学教学论是研究数学教学过程中教和学的相互联系、相互作用及其统一的科学。它是数学教育学的一个重要组成部分。具体地说,数学教学论是以一般教学论和教育学的基本理论为基础,从数学教育的实际出发,分析数学教学过程的特点,总结长期以来数学教学的历史经验,揭示数学教学过程的规律,研究数学教学过程诸要素(教学方法、教学组织形式、教学的物质条件等)及其相互间的关系,帮助教师端正教学思想和形成教学技能,并对数学教学的效果开展科学的评价。

数学教学论研究的数学教学是指数学活动的教学,它是教师的数学教学活动与学生的数学学习活动两个方面的统一过程。数学学习活动是学生在教师的指导下掌握系统的数学知识、技能和技巧的过程;数学教学活动是按照教育教学规律,向学生进行数学基础知识和基本技能的教学,以培养数学能力,增进数学素质,并

指导、评价学生数学学习的过程.由此可知,数学教学并不是指教师简单地把数学知识传授给学生,而是需要教师组织有效的数学活动,指导学生的数学学习,使他们在获得提高与发展的教育.

围绕着数学教学论的研究对象,可以确立数学教学论的以下一些主要研究课题,也是数学教学论的主要内容,这主要包括:

- (1)数学课程目标与内容;
- (2)中学数学学习;
- (3)数学教学(数学教学过程及其优化、数学教学模式、数学教学技能);
- (4)中学数学课堂教学设计;
- (5)中学数学的基础知识及其教学;
- (6)数学思维和数学能力;
- (7)中学数学教学研究;
- (8)数学教学评价.

除上述课题外,数学教学论还应当结合时代与科学技术的发展状况对数学教学中的各种新问题开展范围广泛的研究.

以上所列的数学教学论的研究课题也可以看成是现阶段数学教学论的理论体系的基本框架,它也是本书所要致力探讨的主要内容.

0.3 数学教学论的学科特性

0.3.1 理论性

理论性是任何一门学科最基本的特点.尽管教育科学的原理渊源于对长期教学实践的总结,但它毕竟不是实践经验,而是经过了科学的提炼和升华,达到了认识的理性化.数学教学论的理论性表现在:依据数学科学的特点,揭示其与教育学、心理学之间的内在联系,以寻求数学科学与教育、心理等科学在教育过程中的最佳结合,使之达到教学规律与数学学科特点的高度统一.

数学教学论的理论性有别于其他学科的是:教育或教学的出发点是人,学习者身心发展的年龄特征制约着教学内容和教学方法,数学教育就是要使数学知识的顺序与学习者的心理顺序达到和谐统一.

0.3.2 实践性

教学是一种实践活动,这就决定了数学教学论是一门实践性很强的理论学科.数学教学论所要研究的问题,从课程内容到教学方法,从教学规律到学习规律,从教学到评价,无一例外地离不开教育教学实践.教学实践既是数学教学论研究的出发点,也是归宿.一方面,数学教学论要以广泛的实践经验为背景,数学教育实践是数学教学论的根基;另一方面,数学教学论又要指导实践,服务于实践,并通过实践来检验所形成的理论.

0.3.3 学科交叉性

数学教学论与许多科学都相互联系、相互作用,并受到这些科学的制约和影响.

辩证唯物主义认识论是认识世界、改造世界的科学的方法论,是研究一切科学的方法论,也是我们认识教学过程的方法论.数学教学活动从其本质来看,是和人类的一般认识活动相一致的,是人类总体认识活动的一个部分.因此,要建立科学的数学教学理论就必须以辩证唯物主义认识论为指导,并从数学教学活动本身的特点出发去探索数学教学过程的基本规律.教学过程是学生在教师的指导下,从不知到知、从知之较少到知之较多,逐步掌握社会历史经验、认识客观世界和改造主观世界的过程,马克思主义认识论理所当然地成为它的科学方法论基础.

从心理学和生理学来看,教学过程实质上是使学生的身心得到全面发展的过程.研究和组织教学过程就必须认识和掌握学生身心发展的机制、特点和规律.只有当教学过程符合学生身体发育、大脑神经活动和心理发展的规律时,才能充分发挥教学的教育功能,才能更好地促进学生的整体发展.因此,数学教学论必须以心理学、生理学为其理论基础,这也是数学教学论科学化的重要条件.

从系统论的观点出发,数学教学是一个由许多基本因素组成的复杂系统,需要借用系统分析的方法来研究.从信息论的原理分析,数学教学活动就是一种信息传输和变换的过程,教师尤其要重视使学生能有效地输入和反馈.从控制论看,教学过程则是教与学之间的信息传递和反馈控制过程.教师要实现数学教学过程的最优化的控制,以便教和学的活动及教学过程的运行能处于动态平衡之中.应用系统科学的观点和方法研究教学过程,是科学技术发展对教育科学研究所提出的必然要求,并已成为世界各国教学过程理论现代化的发展趋势.从传播学的角度来看,数学教学过程是一个有组织的信息传播过程,建立有效的传播模式是非常重要的.因此,系统科学等现代化的科学理论也就成为数学教学论理论基础的有

机组成部分。

同时,作为研究具体的数学教学规律及其应用的数学教学论,既与数学科学的对象、特点、内容结构、数学方法、数学语言有关,又与教育学、教学论所研究的一般教学规律及其应用有着密切的联系。

数学教学论要研究各种高效率的教学方式、方法和手段,又与电化教育,特别是与信息技术科学有关。

由此可见,数学教学论是一门多学科共同参与的综合性的交叉性学科。

0.3.4 动态发展性

随着社会的不断发展,社会对基础教育不断提出新的要求,数学教学的目标、内容、教法也要不断改进,数学教学论的教学内容也要随之不断地改进和充实。同时,由于教育科学、技术的进步和数学教育科研不断取得新的成果以及教学经验的积累,也会使得数学教学论的理论更为完善,内容更加丰富。因此,在一定的历史阶段,数学教学论会有一个逐渐趋于完善的理论体系,但却不可能有一个始终不变的完善的模式。随着社会、教育、科技的发展,数学教学论也要随之发展,甚至要发生革命性的改变。

因此,数学教学论是一门具有动态发展性的学科。

0.4 学习数学教学论的重要意义

0.4.1 数学教学论对基础数学教育具有重要的现实意义

当前,在数学教学理论方面和实践方面提出了许多需要研究解决的重大课题,而这些问题的解决,对于促进数学教学改革,提高教学质量,培养现代化建设人才都有重要的现实意义。

我国的中学数学教学与社会需要还不够相称,教学质量与水平还很不理想,数学教学中还存在着不少问题。要改变这种状况,就要努力提高中学数学教师的知识水平及教学能力。而教师教学能力的提高,必须具备数学教学论的理论知识及先进的、有效的教学经验,自觉按照数学教学规律并善于运用恰当教学方法来进行教学。因此,数学教学论具有重要的现实意义。

0.4.2 数学教学论是有效地进行数学教学工作的保障

数学教学工作是在一定的社会、学校环境内,在一定的教育方针指导下,在一定的教育工作系统中开展的.数学教学工作质量的高低直接受到教材、学生、教师、教法、学法等因素的影响.教学工作是一种多层次、多因素的工作,因此,就需要掌握数学教学规律,讲究工作方法才能保证教学质量.

同时,数学教学工作是一项复杂的、艰巨的工作.为了完成这项复杂而又艰巨的教学任务,就必须综合运用古今中外有关数学教学的理论知识和有效的成功经验,结合当前的国情与中学数学教学的实际,开展数学教育科学研究,总结经验,不断创新,使数学教学工作适应新的形势,逐步提高数学教学质量.

0.4.3 数学教学论对新数学教师具有特殊的意义

现阶段,我国的基础教育正处于课程改革的关键时期,对中学数学教育提出了新的要求.为了适应这种新的要求,中学数学的教学观念、教学理论及教学方法都正处于不断地变革之中.对于长期从事数学教学的教师,尚需要学习、研究教学论的新理论和新成果,正确理解数学课程标准和教材内容的精神实质,不断改进教学方法,才能取得良好的教学效果.对于师范院校刚毕业的新教师而言,要想胜任中学数学教学工作,成为一名合格的中学数学教师,不仅要学好数学专业基础知识,掌握数学思想方法,提高数学应用能力,更应该努力学习、研究数学教学理论,这样才能对中学数学教学做到正确、深刻的理解,才能有效地结合学生实际使用教材这个工具.从这个意义上讲,在校期间认真学习和研究数学教学论,对于自身未来的中学数学教学工作的重要意义就十分明显了.

复习思考题

1. 数学教学论的研究对象是什么?
2. 简述数学教学论的学科特性.
3. 学习数学教学论具有什么意义?

第一章 中学数学的课程目标

中学数学教育是整个中学教育系统的重要组成部分.数学课程目标是数学教育一切活动的起点和归宿,也是确定教学内容和进行教学设计的依据和指南.

1.1 确定数学课程目标的依据

中学数学课程目标是指通过中学数学教育,学生在数学基础知识、基本技能、数学思维与数学能力、个性发展、思想情操等方面所应达到的目标.它既要反映时代对人才的培养与公民素质提出的要求,又要符合中学生的知识、能力基础和年龄特征.因此,中学数学课程目标的确定是受到多方面因素的制约,其中主要是依据中学教育的性质、任务和培养目标,数学的特点,中学生的年龄特征来确定.

1.1.1 中学教育的性质、任务和培养目标

《中共中央关于教育体制改革的决定》中指出培养人才的总任务总目标是:“教育必须面向现代化、面向世界、面向未来,为九十年代以至下世纪初培养对我国坚持社会主义方向的各类人才.所有这些人才,都应该有理想、有道德、有文化、有纪律,热爱社会主义祖国和社会主义事业,具有为国家富强和人民富裕而奋斗的献身精神,都应该不断追求新知识,具有实事求是、独立思考、勇于创新的科学精神.”1995年全国人大通过的《教育法》中规定:“教育必须为社会主义现代化服务,必须与生产劳动相结合,培养德、智、体等全面发展的社会主义事业建设者和接班人.”1999年6月,在第三次全国教育工作会议上,中共中央做出了关于深化教育改革、全面推进素质教育的决定,明确提出实施素质教育要以培养学生的创新精神和实践能力为重点.

上述总目标充分体现了党和国家对一代新人在政治思想、科学文化知识、能

力等多方面的要求.因此,为实现总目标而开设的中学教学科目都有传授知识、培养能力、进行思想情操教育等方面的义务.数学也不例外.

中学教育是基础教育,是帮助受教育者打下文化知识基础和作好生活准备的教育,是全面提高学生素质的教育.中学教育的主要任务已不仅是传统的“为高级学校输送合格的新生,为社会培养优良的后备力量”的双重任务,而是面向全社会,为提高全民族的素质,为培养有理想、有道德、有文化、有纪律的社会主义公民,培养各级各类的社会主义建设人才奠定初步基础.初中阶段,按照党的义务教育方针,对学生进行义务教育,即国民素质教育,使学生“掌握必要的文化科学技术知识和基本技能,具有一定的自学能力、动手操作能力以及运用所学知识分析和解决问题的能力,初步具有实事求是的科学态度,掌握一些简单的科学方法”.普通高中是义务教育阶段之后高层次的基础教育,是在义务教育的基础上进一步提高学生的思想品德素质、文化知识素质、劳动技能素质及身心素质,使学生“掌握较宽厚的文化、科学、技术的基础知识和基本技能,具有自觉的学习态度和独立学习的能力,掌握一些基本的科学方法,形成观察、发现、分析和解决问题的能力”.普通中学的性质和任务决定了中学数学教学传授给学生的是数学基础知识与基本技能、数学的思维方式、解决问题的方法以及学生对待数学的态度与情感.

1.1.2 数学的特点

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的一门科学.准确理解和把握数学的特点,对于全面理解数学,搞好数学教学具有重要意义.从数学教育的角度来讲,数学具有如下特点:

1. 数学的抽象性

任何学科都具有抽象性,但数学与其他学科相比,抽象程度更高.

其一,数学科学是借助于抽象建立起来并借助于抽象来发展的.一方面,数学的每一个概念,不论是原始概念,还是被定义的概念,都是抽象的结果.许多数学概念是在已有概念基础上再一次抽象而来的.由此可见,数学概念具有多层次抽象的特点,每一次抽象,都是理性思维的结果.数学的原理(包括定理、法则)反映着数学概念与概念之间的关系,也是抽象的产物.概念间的这种关系,往往不是自明的,需要对概念的各个特征进行分析,发现两者实质性的“联合”.同时,数学中的同一对象,它的抽象不一定是一次完成的.如,点的概念,在现代数学中,可以是欧氏空间的“没有部分的东西”,也可以是“函数”空间中的一个函数,而在希尔伯特系统中,点只是受公理系统约束的名称或术语而已.又如曲线的概念、函数的概