鉄路职工教材

几何

（綜合类）

上海鉄路局教育处编

人民鉄道出版社

出版者的話

儿年来鉄路系統的扫盲和职工文化教育工作，在党的領导下获得了显著成績。我們經常收到現場职工同志們的来信，要求出版和鉄路各工种業务相結合的文化学習課本，以便使广大职工在脫盲之后，由高小、初中逐漸的在文化上、政治上、技术上步步提高。今年党中央提出在整風运动胜利的基础上开展技术革命和文化革命，因此，出版与鉄路各工种業务相結合的文化学習課本，就更显得迫切需要了。上海鉄路局教育处本着大躍进精神，組織了管內各地区業余学校、干部学校、职工学校、职工子弟学校的教师，以及現場有关技术人員，在一个月的时間編成了鉄路职工教材六类：

1. 綜合类　語文1～6冊，算术、几何、代数、物理、化学各一冊；（下面各类課本未有者，均采用綜合类的）
2. 运輸类　算术一冊；
3. 机务类　算术、代数各一冊；
4. 工务类　算术、代数各一冊；
5. 电务类　算术、代数各一冊；
6. 干部类　語文1～3冊（上海鉄路局已自行出版）。

上述这些課本，从內容上看，基本上滿足了广大职工提出的要求。由于时間短促，內容还有某些缺点，希望教授这些課本的教师及使用这些課本的职工多提意見，以便再版时，进一步修改补充。

1958年9月6日

說　　明

（1）本書是根据鉄路生产特点，結合我局职工在学习几何学时的一般反映来編写的，适用于鉄路各部門职工学习之用。在系統編排上以普通中学用初中几何課本的章节为主要参考，适当地增加第六章多边形作图，第七章解三角形和求积公式的知識。在联系实际应用的教材方面，采取先易后难的办法，逐章增加。

（2）教材份量，根据我局学員反应，制图画綫的知識頗为需要。因此作图的教材在每一章节中均占有相当的比重，第一章是直尺和圓規的使用，第二章是基本作图，第三章是三角形奠基法作图，第四章是四边形作图，第五章是軌跡法作图，第六章是多边形作图。其中奠基法作图原来在第二章，現在放到第三章講解，原因是第三章研究平行綫后增加了三角形角度的知識，但是作图还是三角形的問題，为了避免重复浪費教时，所以把教材放置在第三章，第六章增加多边形作图的理由：一是工厂职工画图需要，二是按照学习接受性原則出发，学了圓內接和外切三角形每四边形后，就要运用这些性質进行多边形作图，这样做也突出了第六章教材的实际应用的目的性。

（3）軌跡的教材在学員学习中是一个难点，按常規应該分散难点来安排教材，可是在本書中是采取集中教学，从軌跡定义，軌跡定理証明，到軌跡法作图，集中在一起，这样安排的理由是按照成人特点，要求将一个問題能速成，能講透，实际上我們在教学中亦遇到第二章軌跡定义例題証明講了一次，而在第四章遇到习題中二个軌跡定理时学員还是不会做，在第五章集中六个基本軌跡定理时还是要重复一篇，这样难点分散安排的結果，造成了学員思想上的負担，同时教师也有重复之感。

此外对六条軌跡定理的証明，学員是易懂的，然而去証明書

写格式都有一定困难，我們并不要求初中学員去作軌跡的証明，但是教师自己是应当交待清楚的，因此就列入教材中，按照一般的定理来处理，加以証明。

（4）从精簡教材和檢查定理应用效果着手，刪去与合併了一些小节，同时亦精簡了一些叙述，如刪去从直綫外一点到一直綫的垂綫长与斜綫长的定理，我們认为可以用直角三角形斜边和直角边的关系定理来代替，証明直角三角形全等的第四个判定定理可以改用拼合法来解决。刪去两个三角形对应边相等，夹角与第三边的关系的定理，到后面証明弧大所对弦也大的定理时，改用别的方法来証明，另外刪去了两对应边互相垂直的两个角关系定理，是因为用处不大还有一些推論与小节亦合併与刪去一些，如等量公理与不等量公理合併在一起，原因是便于对照記忆，同时在綫段运算中會提出不等概念，所以将不等量公理提前叙述。

（5）从学員反映中：“初中几何定理多，例題少，課后做习題困难”，因此本書增加了一些例題，如第一章是采取定理当例題，一举而两得，旣培养学員去学习証明，又避免了与前面教材中旣講定义，又講定理証明的重复現象。

（6）本書习題是采取分章編排，虽然增加了教师的麻煩，但也有一定灵活性，因为几何习題不能分課时来安排，何况課时进度有快有慢，各校不同，另一方面考虑到鉄路各部門生产特点，教师們还可以大搞編題工作来充实習題。

在編写本書过程中，曾征求了上海局技术教育干部，和工程技术人員，老工人的意見，并获得本局职工学校技术教师的协助，对本書的編写起了一定的作用，但由于我們水平低，經驗缺乏，加之下現場了解生产，做的还不深，联系生产实际也很不够，在教材組織上，推理論証上，还存在着許多缺点，尚希讀者和教师們提供宝貴意見，以求能不断地改进。

編者　一九五八、八、

目　　录

第一章　緒　　論

第二章　三 角 形

第三章 平行綫

第四章 四边形

第五章 圓

第六章 和圓有关的多边形

第七章　解三角形与几个求积公式

第一章 緒 論

一、基本概念

1. 几 何 学

几何学是研究物体的形状、大小和相互位置的科学。例如，一台机車、一輛客車、一个輪子、一根枕木、一只螺絲釘等都是物体。当我們观察、制造或运用这些物体时，往往是先考虑这些物体的形状和大小，使之适合生产、生活的需要。还要考虑这些物体的安放位置，使其工作方便并发揮作用。这就形成了研究物体形状、大小和相互位置的科学，即几何学。

2. 几 何 图 形

几何图形是点、綫、面、体或者它們的集合。我們从各个不同的物体中，抽出它們的外形，这些外形的形象就是几何图形，虽然几何图形种类很多，但是构成几何图形的基本元素只有四个——体、面、綫、点。

（1）**体** 当我們只研究一个物体的形状，大小，而不去管它的顏色、重量、物質組成时，我們就把这个物体叫做几何体，簡称为体。例如大小相同的鉄球、木球、皮球，它們的物理性質虽然不同，但它們的几何体却是完全相同的。

（2）**面** 把物体与相邻的空气隔开的一层叫做物体的面。面有平面和曲面，我們可以想像它是脫离物体而单独存在的，它有长短寬狹而无厚薄。如玻璃杯中半杯水与半杯油，油和水分界地方就是面。

（3）**綫** 面与面交界的地方就是綫，綫有直綫、曲綫，在

我們想像中它可以脫离物体而单独存在，它只有长短而无寬狹、厚薄之分，如鉄路画在地图上就是一条綫，它不代表厚度、寬度的。

（4）**点**　綫与綫相交处就是点，在我們想像中它可以脫离物体而单独存在，它沒有长短，沒有寬狹，沒有厚薄，只有位置。例如一个車站反映在地图鉄路綫上仅是一个点，用来确定它的位置而已。

体、面、綫、点之間有二种关系：第一种是相交关系，就是：两个邻接的体的相交是面，面与面相交是綫，綫与綫相交是点。第二种是运动关系，就是：点运动成綫，綫运动成面，面运动成体。如輪箍上一点滚动后成綫，輪子的幅条在滚动后成平面，圓平面作旋轉运动成球体。

3. 平面几何学及其研究方法

只研究平面上几何图形的性質的几何学叫做平面几何学，我們研究的方法是：除了运用直接測量外，主要是从已知图形的性質，經过推理論証，得出或发現新的性質和結論。

二、簡單的几何圖形

4. 直綫、射綫和綫段

我們把直綫想像成是向两方无限伸长着的綫。通过一点可以作任意多条直綫（图1）。通过两个已知点只能作一条直綫（图2）。通常用表示它的任何两点用两个大写字母来表示，如「直綫AB」或者「直綫BA」；或者用一个小写字母来表示，如「直綫a」。

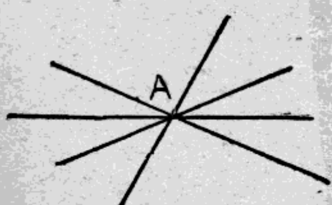

圖　1

画直綫可以用直尺，例如要过两个已知点A和B画直綫，我們就把直尺的边紧紧地靠着这两

个已知点，并且用鉛笔的尖端沿着直尺的边来画。

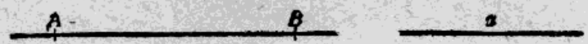

圖 2

直尺的校驗：沿直尺上的一边画綫，使直尺边在綫的上面。然后把直尺翻过一面，使直尺的另一边在綫的上面，如果直尺的边与綫相重合，那末这直尺是正确的（图3）。

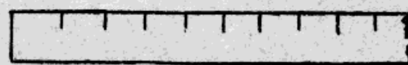

圖 3

射綫是在直綫上某一点一旁的部分。这点叫做射綫的端点，写法如：「射綫 OC」（图4）。

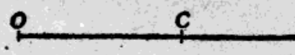

圖 4

綫段是在直綫上任意两点間的部分。这两个点叫做綫段端点，写法如「綫段 DE」或「綫段 b」（图五）。

圖 5

两点間距离就是連結两点的綫段的长。

綫段相等和不等：把一条綫段放到另一条綫段上，如果能够使它們的两个端点分别重合，这两条綫段就叫做相等的綫段（如图6），綫段 AB 与綫段 CD 二个端点分别重合，可以写成 $AB=CD$ 或 $CD=AB$。如果 A 与 C 重合，而 B 与 D 不重合则两綫段不相等，(如图7)，可以写成 $AB<CD$ 或 $CD>AB$。

圖 6

作一条綫段等于已知綫段：先用直尺作一条直綫而后用圓規在直綫上截取等于已知长的綫段。

圖 7

圖 8

綫段加減：例如（图8），在綫段 AB 上取任意一点 C，就

得到两条新的綫段AC和CB，这时$AB=AC+CB$；$AC=AB-BC$；$CB=AB-AC$。若$AB=BC$，則AB是AC二分之一，点B平分綫段AC，这一点叫做綫段的中点。（图9）

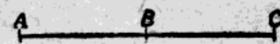

圖 9

〔**例**〕 如果木工在木条上画綫凿洞，从直綫上一点M起截取綫段MN等于10厘米，再从M起向同一方向截取綫段MP等于16厘米，求綫段MN的中点A和綫段中点B間二个洞的距离（图10）。

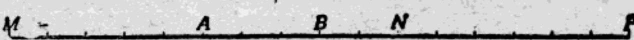

圖 10

解：用刻度尺近似地画出图形$MN=10$厘米，$MP=16$厘米，A和B各为MN、MP的中点，那么

$$MA=MN\times\frac{1}{2}=10\times\frac{1}{2}=5,$$

$$MB=MP\times\frac{1}{2}=16\times\frac{1}{2}=8,$$

$$\therefore AB=MB-MA=8-5=3。$$

答：所求的距离是3厘米。

5. 圓 和 弧

当射綫OA繞着它的端点旋轉一周时候，r 射綫上一点，例如A所画出的一条綫或所留下的痕迹叫做圓（图11）。

連結圓上所有点到圓心的綫段叫做圓的半徑。同圓（或等圓）的半徑相等。圓的符号「⊙」，以O为圓心的圓可以記做「⊙O」。

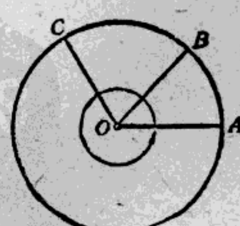

圖 11

与圓有关的还有下面几个名詞：

（1）过圓上任意两点的直綫叫割綫，如图12中直綫MN。

（2）連結圓上任意两点的綫段叫弦，如图12中綫段EF。

（3）通过圓心的弦叫直徑，如图12中AD。

（4）圓上任意两点間的部分叫弧，如图12$\overset{\frown}{EmF}$。弧可以用符号“⌒”来表示弧的两个端点連結的綫段，叫做这条弧所对的弦，而这条弧叫做这条弦所对的弧。

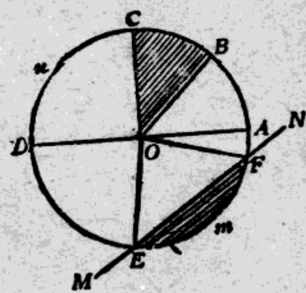
圖 12

（5）一条弧和过这弧的两个端点的两条半徑所組成的图形叫做扇形，如图12中的$\overset{\frown}{BC}$和半徑OB、OC所組成的图形。

（6）一条弧和这弧所对的弦所組成的图形叫做弓形，如图12中的$\overset{\frown}{EmF}$及弦EF所組成的图形。

关于圓、圓周、圓面积三个名称，它們的意义是有区別的。圓是一条和一点等距离的封閉曲綫所形成的几何图形，圓周指这个曲綫的长短，它是一个量。而圓面积指这个曲綫所包圍的平面部分的大小，实际上也是一个量。

弧的比較，只有在同圓或等圓中的弧才能比較它們相等或不等，其比較的方法与綫段的情况相类似。例如图13中把$\odot O$的$\overset{\frown}{AmB}$放到$\overset{\frown}{CnD}$上，使A和C重合，并且使$\overset{\frown}{AmB}$順着$\overset{\frown}{CnD}$落下，如果B和D重合，那么$\overset{\frown}{AmB}=\overset{\frown}{CnD}$，如果$B$落在$\overset{\frown}{CnD}$內，那么$\overset{\frown}{AmB}<\overset{\frown}{CnD}$，如果$B$落在$\overset{\frown}{CnD}$外，那么$\overset{\frown}{AmB}>\overset{\frown}{CnD}$。

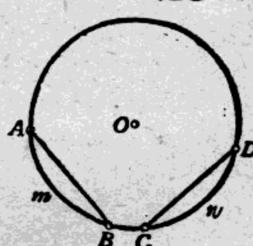
圖 13

实际应用中也可以用圓規来进行弧的比較。其方法和綫段的加减相同，在同圓或等圓上順着同方向依次用圓規截取两条弧，各等于已知两条弧，那么起点与終点間一条弧便是两已知弧的和，若前后方向相反連續二次截取，則起点与終点的一段弧为已知两弧的差。

6. 角和角的加減

从同一点引出的两条射綫所組成的图形叫做角。組成角的两

条射綫叫角的边，它們的公共端点叫做角的頂点。角可用符号“∠”来表示，一个角用三个大写拉丁字母或一个字母表示，如图14 $\angle BOA$或$\angle O$，这里頂点O要写在中央，也可以用希腊字母或一个数字来表示如$\angle\alpha$，$\angle\beta$，$\angle 1$，但是字母必須写在角的两边之間靠近頂点的地方。

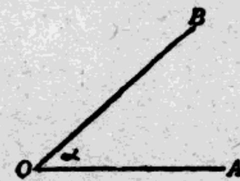

圖 14

一个角把整个平面分成两个部分，我們把其中的一部分叫做角的內部，另一部分叫角的外部。(图15)。

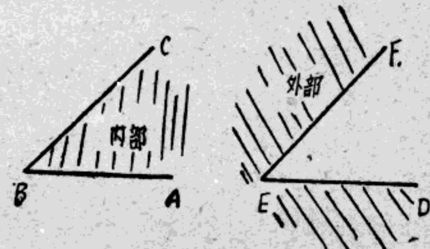

圖 15

比較两个角是否相等，也和比較两条綫段或者两条弧的方法一样，是把一个角放到另外一个角上。例如把$\angle ABC$放到$\angle DEF$上，使頂点B和E重合，边BA与ED重合，并且使两个角的內部都在DE边的同旁；如果BC和EF重合那末$\angle ABC=\angle DEF$，若边BC落在$\angle DEF$內部則：$\angle ABC<\angle DEF$，若边BC落在$\angle DEF$外部，則：$\angle ABC>\angle DEF$，若两个角相加时，我們移动一个角使它們頂点重合，一对边重合，使这二个角在边EF的二旁，則$\angle DEC=\angle DEF+\angle FEC$如图16中也可以看作：$\angle DEF=\angle DEC-\angle FEC$。

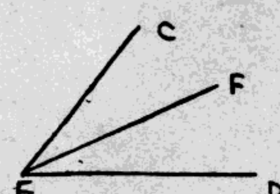

圖 16

若$\angle DEF=\angle FEC$，則EF为$\angle DEC$平分綫。

7. 弧和角的量法

圓心角是頂点在圓心上的角叫做圓心角，圓心角的两边所夹

的弧叫做圓心角所对的弧，而这个角就叫做这弧所对的圓心角，它們之間有一种对应关系，如同圓或等圓中如果圓心角固定了，那么它所对的弧也跟着固定，如果弧固定了，那么它所对的圓心角也跟着固定，因此我們可以用疊合方法得到下面性質：

在同圓或等圓中：

（1）如果圓心角相等，那么它們所对的弧相等；

（2）如果弧相等，那么它們所对的圓心角也相等。

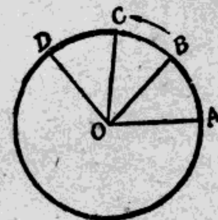

圖 17

如图17中若$\angle AOB=\angle COD$，則$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$；

若$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$，則$\angle AOB=\angle COD$。

弧和角的度数通常把一个圓分成 360 等分，过每一分点作半徑，这时就得到环繞着圓心的 360 个圓心角，我們将这样的每一条弧作为一个量弧的单位，叫做一度弧，它等于整圓的$\frac{1}{360}$，而所对圓心角叫做一度的角，再把一度弧或者角分成60等分，每一等分叫做一分；把一分的角分成60等分，每一等分叫做一秒。

度、分、秒的符号是「°」「′」「″」，例如$\angle AOB$含有20度10分15秒可写成$\angle AOB=20°10'15''$。

因此，圓心角和它所对的弧的量数相同。环繞着圓心一周的角（等于360°）叫做圓周。

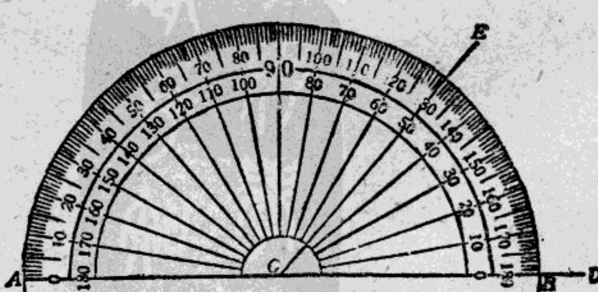

圖 18

量角器就是根据这个道理制成的一种量角的仪器，是半圓形的，这半圓分成 180 等分，每一等分就是一度弧。与圓心联結的二条射綫就可以看出角的度数（图18）。

8. 几种特殊角的名称

按照角的大小来分：

（1）平角：角的两条边在同一直綫上並且互为反向延长綫，这个角叫平角。平角的度数是180°。

（2）直角：平角的一半叫做直角，或者說90°的角是直角，用 d 表示。所有的直角都含有同一度数，就是直角都相等。

（3）銳角：小于直角的角叫做銳角。

（4）鈍角：大于直角而小于平角的角叫做鈍角。

按照角与角之間的相互关系来分有下列五对角：

（1）如果两个角有公共頂点和一条公共边，並且它們的另一边分别在公共边的两旁，这两个角互称为邻角，或者說互为邻角（图19）。

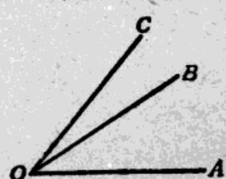

圖 19

（2）如果两个角的和等于一个直角，这两个角互称为余角，或者說互为余角（如图20）。

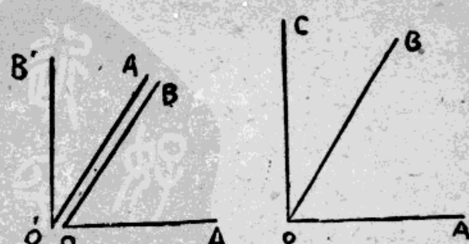

圖 20

（3）如果两个角的和等于一个平角，这两个角互称为补角，或者說互为补角（如图 21）。

（4）如果两个角有公共頂点和一条公共边，並且它們另一边互为反向延長綫，那末这二个互为邻角，又互为补角，这样的角叫做邻补角（如图22）。

（5）如果一个角的两边分别是另一个角两边的反向延长綫，这两个角就叫做对頂角（图23）。

9. 垂綫和斜綫

相交成直角的二条直綫叫做垂直綫或叫互相垂直（图24)。垂直符号用「⊥」表示，如图24中 $AB \perp CD$，O叫垂足。

相交两直綫（图23），如果不互相垂直，其中一条就叫做另一条的斜綫。O点为斜足。

从一个已知点引一条已知直綫的垂綫，可以利用三角板或角尺，因为三角板和角尺有一个角是直角（如图25）。

三角板或直尺的校驗：如图26中（1）将三角板靠紧直尺DE，沿BC画綫，然后用手保持着直尺的位置，翻轉三角板；仍旧靠紧直尺如图26中（2），这时如果三角板BC边与画好的綫密貼；那末三角板就是正确的。（3）相等的$\angle ABC$和$\angle A'BC$的和等于平

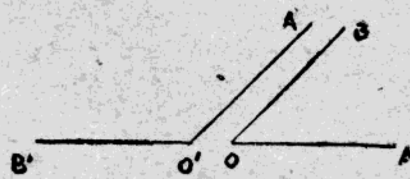

圖 21

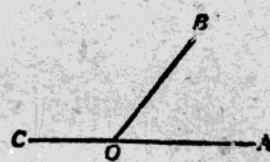

圖 22

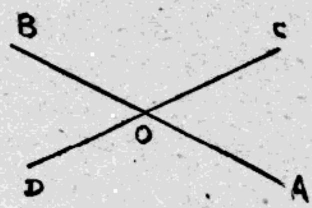

圖 23

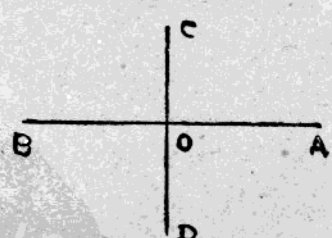

圖 24

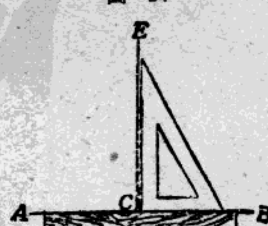

圖 25