

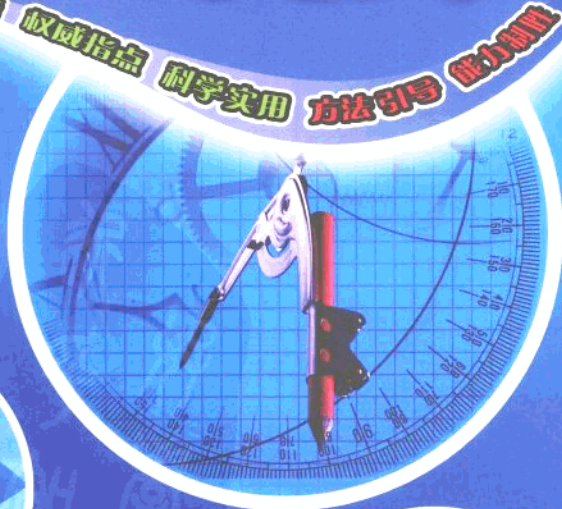


高中名师讲坛

杨德胜 虞涛 / 编著

高中数学复习方略 与能力提升

专家解读 最新高考 权威指点 科学实用 方法引导 能力制胜



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

高中名师讲坛

高中数学复习方略 与能力提升

编著 / 杨德胜 虞 涛



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

PDG

图书在版编目(CIP)数据

高中数学复习方略与能力提升/杨德胜,虞涛编著.

—上海:华东理工大学出版社,2008.8

(高中名师讲坛)

ISBN 978-7-5628-2357-5

I. 高... II. ①杨... ②虞... III. 数学课-高中-教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 100563 号

高中名师讲坛

高中数学复习方略与能力提升

编 著 / 杨德胜 虞 涛

策划编辑 / 刘 强

责任编辑 / 刘 强

责任校对 / 张 波 李 晔

封面设计 / 王晓迪

出版发行 / 华东理工大学出版社

地址:上海市梅陇路 130 号,200237

电话:(021)64250306(营销部)

传真:(021)64252707

网址:www.hdlgpress.com.cn

印 刷 / 上海崇明裕安印刷厂

开 本 / 787mm×960mm 1/16

印 张 / 23.25

字 数 / 455 千字

版 次 / 2008 年 8 月第 1 版

印 次 / 2008 年 8 月第 1 次

印 数 / 1—5050 册

书 号 / ISBN 978-7-5628-2357-5/G·351

定 价 / 39.00 元

(本书如有印装质量问题,请到出版社营销部调换。)

《高中名师讲坛》编委会

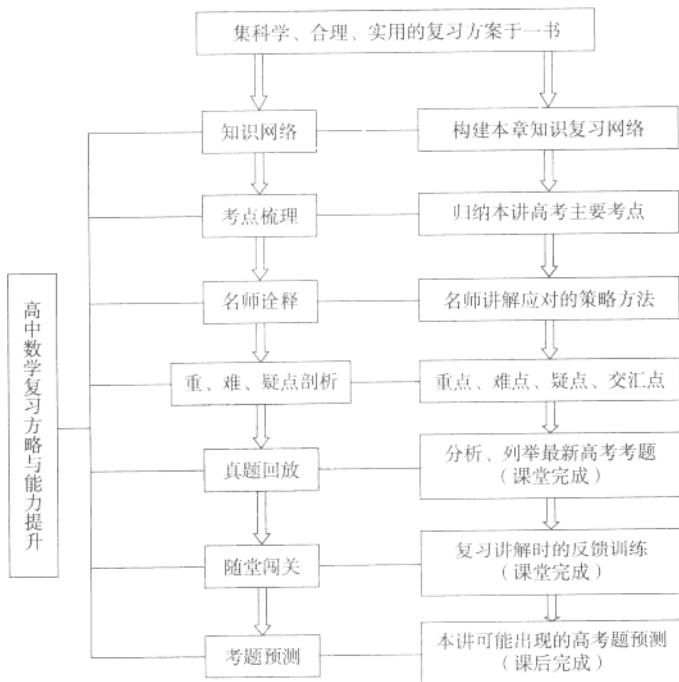
主任委员

邹淑君 李国兴 杨德胜 惠锦兴

编 委

梁明仁	马九克	程静芳	虞 涛
张明山	徐世平	李建强	李克昌
刘书田	陆世明	郑荣玉	汤清修
杨礼亚	薛玉萍	谭一宁	周晓松
周 瑾	许瑞芬	陈金铃	陆 华
陈力力	李 波		

本书复习方案说明



寄语高考师生

高考是考查学生综合素质和能力的考试,它是高等学校区分和选拔优秀人才(生源)最重要、最直接的形式和依据,因此有“一考定终身”的说法.高考要想取得成功,关键靠基本功和方法策略,《高中名师讲坛》正是为此而出版的.

《高中名师讲坛》的执笔老师均为多年从事高考研究或直接参与高考命题的人员,他们均是来自上海市著名重点中学的特级、高级教师和上海市各区的教研员,对于正处在高三复习阶段的师生最需要什么,哪些内容是难点,哪些内容是重点,哪些内容是最易混淆的,他们都最了解.因此,《高中名师讲坛》能提供给高考师生更科学、更实用、最前沿的复习方案,能帮助考生在有限的复习时间里利用有效的复习手段收获最多、最好的复习效果.

在撰写这套丛书时,本着对高考师生负责的明确态度,《高中名师讲坛》的执笔老师经过反复研讨,严肃认真地坚持和贯彻了以下两条原则.

◆ 最新、最全、最好

《高中名师讲坛》包括数学、物理、化学、生物等学科,根据各学科自身特色精心设置了最优化的复习方案,选取的例题、习题主要来自上海以及全国其他新课改实验区的最新高考题,请专家、资深名师详细讲解,字斟句酌地对其质量进行严格把关,并在高考复习教学时反复验证,致使这些选入的例题、习题和模拟试卷都成为经典.

◆ 科学、合理、实用

选择最适合自己的复习方案才是最科学的复习方案.高考复习不是滥做题目、搞题海战术,而是要集中精力、提高效率、讲究方法,有选择性地精讲精练,相信你在《高中名师讲坛》的帮助下,可以针对自己的薄弱环节进行提高强化,亦能加大你对基础题的把握力度和准确性,练出一套适合自己需求的、从容应对高考的优化策略.

面对高考,你准备好了吗?请相信你自己,《高中名师讲坛》会一直伴随你走向成功.

选用了《高中名师讲坛》,你就选取了高考复习的正确道路!

选用了《高中名师讲坛》,你就选择了科学合理的复习方法!

选用了《高中名师讲坛》,你就打开了通向成功之路的大门!

《高中名师讲坛》编写组

目前,上海市普通高中已全面使用在《上海市中小学数学课程标准》指导下的高级中学数学课本(试用本)。为了配合使用高级中学数学课本(试用本)的同学进行高考复习,我们编写了《高中数学复习方略与能力提升》。该书力求体现新课改精神和高考新考纲的精神。

该书以“贴近课堂,走近课堂”为指针,以“导教、导学、导练、导考”为轴线,“熔教、学、练、考”于一“炉”;该书将高中数学复习方略与能力提升渗透到**考点梳理—名师诠释—重、难点剖析—真题回放—随堂闯关—考题预测**之中。

1. 发挥新教材的功能,夯实数学基础。

课本是教学之本,也是高考之本。随着高考改革的不断深入,用好课本的重要性日益显现。翻开高考试卷,不少题往往是“信息在课外,答案在课内”。本书中的**考点梳理、名师诠释**对高考要求的考点作全面、扼要的归纳和整理,注重在紧扣新教材的基础上,深刻挖掘数学概念的内涵、定理的本质、公式的条件等,阐述数学思想方法,分析知识学习中应注意的问题。

2. 紧扣新的课程标准,深入探究高考新考点。

本书中的**重、难点剖析**给学生提供了一个探究重点、自主学习、突破难点的平台。本书对重点、难点、疑点、交汇点逐一剖析、解答、反思,锤炼了学生聚焦重点、突破难点、澄清疑点、关注交汇点的能力。

3. 为学生创新与应对高考铺垫成功的阶梯。

新教材与新的高考要求是注意学生能力的培养和考查。本书的**真题回放**使学生亲密接触高考题,感受高考信息。本书的**随堂闯关**给学生学以致用、小试牛刀的机会。本书的**考题预测**充分体现高考的最新要求和高考命题改革的方向,为学生提供了多角度、多层次的提升能力的训练。

欢迎使用本书的读者提出宝贵的意见,使本书更具有科学性、实用性、指导性。希望本书能全程指导你的高考复习,成为你的良师益友。

成功的号角总在初夏的六月清脆地响起,求学途中苦苦求索的莘莘学子,你们听到了那激动人心的召唤了吗?愿《高中数学复习方略与能力提升》助你走向理想的大学殿堂.

(联系请发 E-mail:gzmsjt@163.com)

编 者

内容提要

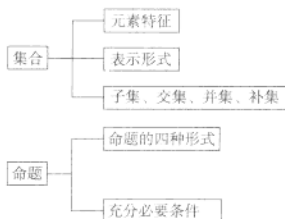


高考要想取得成功,关键靠基本功和方法策略,本书就是为你练就扎实基本功、形成科学合理的应对高考的方法策略而编写的.书中设置了知识网络、考点梳理、名师诠释、重(难、疑)点剖析、真题回放、随堂闯关、考题预测等复习栏目,目的在于提供给你更科学、更实用、最前沿的复习方案选择.

目 录

第1章 集合与命题	(1)
第1讲 集合	(1)
第2讲 四种命题的形式、充分条件、必要条件	(7)
第2章 不等式	(14)
第3讲 不等式的基本性质	(14)
第4讲 不等式的解法	(19)
第5讲 不等式及应用	(25)
第3章 函数的基本性质	(31)
第6讲 函数的概念	(31)
第7讲 函数的基本性质	(37)
第8讲 二次函数	(44)
第4章 幂函数、指数函数和对数函数	(52)
第9讲 幂函数、指数函数和对数函数	(52)
第10讲 指数方程和对数方程	(59)
第5章 三角比	(63)
第11讲 任意角的三角比	(63)
第12讲 三角恒等式(1)	(68)
第13讲 三角恒等式(2)	(74)
第14讲 解斜三角形	(82)
第6章 三角函数	(88)
第15讲 三角函数的图像和性质	(88)
第16讲 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像和性质	(94)
第17讲 反三角函数、简单三角方程	(102)
第7章 数列与数学归纳法	(109)
第18讲 数列的概念	(109)
第19讲 等差数列	(115)
第20讲 等比数列	(120)
第21讲 数列的通项与求和	(125)
第22讲 数列的极限	(130)
第23讲 数学归纳法	(136)
第8章 平面向量的坐标表示	(143)
第24讲 向量的坐标表示及基本运算	(143)
第25讲 向量的数量积	(148)
第26讲 平面向量的分解定理	(153)

第9章 矩阵和行列式初步	(159)
第27讲 矩阵的概念、矩阵的运算	(159)
第28讲 二阶行列式、三阶行列式	(167)
第10章 算法初步	(176)
第29讲 算法的概念、程序框图	(176)
第11章 坐标平面上的直线	(184)
第30讲 直线的方程、直线的倾斜角与斜率	(184)
第31讲 两直线的位置关系、点到直线的距离	(190)
第12章 二次曲线	(197)
第32讲 曲线与方程	(197)
第33讲 圆	(202)
第34讲 椭圆	(208)
第35讲 双曲线	(214)
第36讲 抛物线	(221)
第37讲 对称问题	(227)
第38讲 参数方程与极坐标	(232)
第13章 复数	(240)
第39讲 复数的概念、复数的坐标表示	(240)
第40讲 复数的运算	(245)
第41讲 复数的平方根、立方根、实系数一元二次方程	(249)
第14章 空间图形	(254)
第42讲 平面、空间两条直线的位置关系	(254)
第43讲 空间直线与平面的位置关系	(261)
第44讲 空间平面与平面的位置关系	(266)
第15章 简单几何体的研究	(272)
第45讲 多面体	(272)
第46讲 旋转体	(279)
第47讲 空间向量及其应用	(283)
第16章 排列、组合与二项式定理	(292)
第48讲 排列与组合	(292)
第49讲 二项式定理	(297)
第17章 概率、统计初步	(302)
第50讲 概率与统计初步	(302)
第51讲 概率的性质和加法公式	(307)
第52讲 独立随机事件	(311)
第18章 统筹规划与线性规划	(315)
第53讲 统筹规划与线性规划	(315)
参考答案	(322)

 知识网络


第1讲 集合

 考点梳理

1. 什么叫集合？什么叫子集、交集、空集、并集与补集？

集合：把某些能够确切指定的一些对象看作一个整体，这个整体就叫做集合，简称集。集合中的各个对象叫做这个集合的元素。

子集：对于两个集合 A 和 B ，如果集合 A 中任何一个元素都属于 B ，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$ 。

真子集：对于两个集合 A, B ，如果 $A \subseteq B$ ，并且 B 中至少有一元素不属于 A ，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记 $A \subsetneq B$ 。

相等集：对于两个集合 A, B ，如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ ，那么集合 A 与 B 相等集，记 $A = B$ 。

空集：不含任何元素的集合，记 $\emptyset$ 。空集是任何集合的子集，空集是任何非空集合的真子集。

交集：由集合 A 和集合 B 的所有公共元素组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记为 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。

并集:由所有属于集合 A 或者属于 B 的元素组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

补集:记 U 为全集, A 是 U 的子集,则由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做 A 在全集 U 中的补集. 记 $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

2. 怎样表示一个集合? 集合中的元素有哪些特性?

表示一个集合的方法一般有下列四种.

列举法:将集合中的元素一一列出写在大括号内.

描述法:在大括号内先写出元素的一般形式,再划一条竖线,在竖线后写出集合中元素的公共属性,即 $A = \{x | x \text{ 满足公共属性}\}$. 描述法可用于文字描述、符号描述、图形语言描述.

文氏图法:为了形象地表示集合,我们常常画一条封闭曲线用来表示集合,对于比较抽象的集合问题,解题时若借助文氏图进行直观化、形象化的分析,常使问题灵活直观、简捷、准确地得到解答.

特定字母法(某些数集的表示):自然数集 $\mathbf{N}$; 不含“0”的自然数集 $\mathbf{N}^+$; 整数集 $\mathbf{Z}$; 有理数集 $\mathbf{Q}$; 实数集 $\mathbf{R}$; 复数集 $\mathbf{C}$.

集合中的元素有如下特性.

第一,元素的确定性. 对于某一具体对象 x 和给定的集合 A , 能确切地指明 $x \in A$ 或 $x \notin A$, 二者必居其一.

第二,集合中元素的互异性. 对于一个给定集合, 它的任何两个元素都是不同的.

第三,排列无序性. 列举法表示的集合中元素的排列与次序无关.

3. 集合有哪些性质?

$A \cap A = A, A \cup A = A; A \cap B = B \cap A; A \cup B = B \cup A; (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C); (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C); A \cap \emptyset = \emptyset, A \cup \emptyset = A; \complement_U(\complement_U A) = A; \complement_U(A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B); \complement_U(A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B).$



名师诊释

1. 在研究集合有关问题时应注意些什么?

(1) 研究一个集合首先要看清楚代表元素的属性.

如集合 $A = \{x | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$ 和 $C = \{(x, y) | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$ 就是三个不同的集合, A 是函数自变量的集合, B 则是函数值的集合, C 是函数图像的所有点的坐标组成的集合, 千万不要混淆.

(2) 研究两个集合之间的关系时, 不要忘记空集是否也可能满足以下条件.

如 $A \subseteq B$ 常可分三种情况研究: $A \subset B; A = B; A = \emptyset$ (特别提醒, 不要忘记).

$A \cap B = B$ 含义是 $B \subseteq A$ (特别提醒: 不忘空集).

$A \cup B = B$ 含义是 $A \subseteq B$ (特别提醒: 不忘空集).

2. 解决集合问题常见的思想方法有哪些?

解决集合问题常见的思想方法是用集合的思想去研究问题, 对于含有多种限制条件的问题, 如解不等式组、方程组等都是交集思想的体现, 分类讨论则是并集思想的一种运用. 当遇到正面难以突破的问题时, 利用补集的思想去解决常能达到事半功倍的效果. 在解决集合问题时, 数形结合和等价转化思想方法, 则是经常使用的主要工具.



重、难、疑点剖析

1. 重点

【例 1】 设集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$ 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 求满足条件的实数 x 的个数.

【思路剖析】 根据条件 $A \cup B = A$ 知 $B \subseteq A$, 结合集合的“三性”, 找出相等元素, 列出方程即可求出.

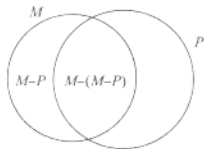
【问题解答】 由 $A \cup B = \{1, 3, x\} = A \Rightarrow B \subseteq A$. 故 $x^2 = 3$ 或 $x^2 = x$. 解得 $x = \pm\sqrt{3}$ 或 $x = 0$, $x = 1$. 根据集合元素的互异性排除 $x = 1$, 所以满足条件的实数 x 有 3 个.

【问题反思】 集合元素具有确定性、互异性和无序性. 特别是用互异性筛除不符合题意的解是解题常用的方法. 集合运算性质应予以重视 (如 $A \cup B = A$ 知 $B \subseteq A$).

2. 难点

【例 2】 设 M, P 是两个非空集合, 定义 M 与 P 的差集为 $M - P = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin P\}$, 则 $M - (M - P)$ 等于 ()

- A. P B. $M \cap P$
C. $M \cup P$ D. M



例 2 题图

【思路剖析】 解此题的关键是将 $M - P$ 用我们熟悉的交、并、补运算来表示, 根据差集的定义: $M - P = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin P\} \Leftrightarrow x \in M \cap \complement_U P$.

【问题解答】 设全集为 U , 则 $M - P = M \cap \complement_U P$, 所以有

$$\begin{aligned} M - (M - P) &= M - (M \cap \complement_U P) = M \cap \complement_U (M \cap \complement_U P) = M \cap (\complement_U M \cup P) \\ &= (M \cap \complement_U M) \cup (M \cap P) = \emptyset \cup (M \cap P) = M \cap P \end{aligned}$$

故选 B.

【问题反思】 这是一道新定义的集合运算的迁移题, 由于给出的新定义, 以及所解决的问题中的集合都是抽象的集合, 这时若类比于实数的运算, 则得出错误结论, 而用图示法 (如图所示) 则有助于对新定义的理解. 也可以这样解, $M - (M -$

$$P) = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin (M - P)\} = M \cap P.$$

3. 疑点

【例 3】 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $M = \{y | y = x^2 + 1\}$, $P = \{x | y = \log_{\frac{1}{2}} x, x \in M\}$, 下列各式中正确的是 ()

A. $M \cap P \neq \emptyset$

B. $M \cup (\complement_U P) = M$

C. $(\complement_U M) \cup P = \{x | x \leq 1\}$

D. $(\complement_U M) \cap (\complement_U P) = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } \frac{1}{2} < x < 1\}$

某同学选择 A.

该同学的解答是否正确? 若不正确, 请说明理由.

【思路剖析】 本题是一道半开放题, 理清 M 和 P 之间的关系是关键. 若不注意集合代表元素, 则容易导致错误.

【问题解答】 该同学的解答是错误的. 因为 M 是 $y = x^2 + 1$ 的值域, 即 $M = \{x | x \geq 1\}$, 所以 $\complement_U M = \{x | x < 1\}$. 而 P 是值域 $y \in M$ 时, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的定义域, 则 $P = \{x | 0 < x \leq \frac{1}{2}\}$, 所以 $M \cap P = \emptyset$, 故 A 错; $M \cup (\complement_U P) = \complement_U P$, B 错; $(\complement_U M) \cup P = \complement_U M$, C 错. 所以 D 正确.

【问题反思】 在解集合问题时, 要注意代表元素. 本题采用逐一验证的办法解题, 它着重考查集合本身, 关键是对集合 P 要理解准确. 另外值得注意的是, $0, \frac{1}{2}, 1$ 这些关键数在原集合中还是在补集中也要把握准确.

4. 交汇点

【例 4】 已知集合 $A = \{x | x^2 - (m+3)x + 2(m+1) = 0, m \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 2x^2 + (3n+1)x + 2 = 0, n \in \mathbf{R}\}$. (1) 若 $A \cap B = A$, 求 m, n 的值; (2) 若 $A \cup B = A$, 求 m, n 的值.

【思路剖析】 由集合的运算易知 (1) 中集合 A, B 的关系为 $A \subseteq B$, (2) 中集合 A, B 的关系为 $B \subseteq A$. 注意集合、方程的解与分类讨论等知识的交汇.

【问题解答】 (1) 由题意, $A \subseteq B, 2 \in A, 2 \in B$. 将 $x = 2$ 代入 $2x^2 + (3n+1)x + 2 = 0$, 得 $n = -2$. 又 $(m+1) \in A$, 所以 $(m+1) \in B$. 将 $x = m+1$ 代入 $2x^2 - 5x + 2 = 0$, 得 $m = -\frac{1}{2}$ 或 $m = 1$. $\begin{cases} m = -\frac{1}{2}, \\ n = -2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m = 1, \\ n = -2. \end{cases}$

(2) 由题意得 $B \subseteq A$.

① 当 $B = \emptyset$ 时, 方程 $2x^2 + (3n+1)x + 2 = 0, \Delta = (3n+1)^2 - 16 < 0 \Rightarrow -\frac{5}{3} <$

$$n < 1, \begin{cases} m \in \mathbf{R}, \\ -\frac{5}{3} < n < 1. \end{cases}$$

② 当 B 为单元素集合时, 方程 $2x^2 + (3n+1)x + 2 = 0$, $\Delta = (3n+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow n = -\frac{5}{3}$ 或 $n = 1$, 当 $n = -\frac{5}{3}$ 时, $B = \{x | 2x^2 - 4x + 2 = 0\} = \{1\}$. $\because B \subseteq A, \therefore 1 \in A$, 将 $x = 1$ 代入 $x^2 - (m+3)x + 2(m+1) = 0$ 得 $m = 0$. 当 $n = 1$ 时, $B = \{x | 2x^2 + 4x + 2 = 0\} = \{-1\}$. $\because B \subseteq A, \therefore -1 \in A$, 将 $x = -1$ 代入 $x^2 - (m+3)x + 2(m+1) = 0$ 得 $m = -2$. $\begin{cases} m = 0, \\ n = -\frac{5}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m = -2, \\ n = 1. \end{cases}$

③ 当 B 为二元素集合时, 易知 $A = B$, 对于方程 $x^2 - (m+3)x + 2(m+1) = 0$ 和 $2x^2 + (3n+1)x + 2 = 0$ 有 $\frac{1}{2} = \frac{-(m+3)}{3n+1} = \frac{2(m+1)}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2}, \\ n = -2. \end{cases}$

综上所述, $\begin{cases} -\frac{5}{3} < n < 1, \\ m \in \mathbf{R} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m = 0, \\ n = -\frac{5}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m = -2, \\ n = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m = -\frac{1}{2}, \\ n = -2. \end{cases}$

【问题反思】 根据集合 B 中的元素的个数进行分类讨论是解决第(2)小题的关键.



真题回放

1. (2008 上海春考卷) 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } 2 \leq x < 3\}$, $B = \{x | -2 \leq x < 4\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

2. (2006 安徽卷) 设集合 $A = \{x | |x-2| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = -x^2, -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ 等于 _____ ()

A. $\mathbf{R}$ B. $\{x | x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$ C. $\{0\}$ D. $\emptyset$

3. (2006 上海春考卷) 若集合 $A = \{y | y = x^{\frac{1}{3}}, -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \left\{y | y = 2 - \frac{1}{x}, 0 < x \leq 1\right\}$, 则 $A \cap B$ 等于 _____ ()

A. $(-\infty, 1]$ B. $[-1, 1]$ C. $\emptyset$ D. $\{1\}$

4. (2008 上海卷) 若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$ 满足 $A \cap B = \{2\}$, 则实数 $a =$ _____.



随堂闯关

1. 集合 M 的元素为正整数, 满足 $x \in M$, 则 $8-x \in M$.

(1) 只有一个元素的集合 $M =$ _____.

(2) 有两个元素的集合 M 有 _____.

(3) 满足题设条件的集合 M 共有 _____.