

# 高等数学二

第一分册  
第二分册  
线性代数  
概率统计

# 习题解答

(含全国统一考试试题详解)

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

刘冠樱 滕桂兰 郭洪芝 / 主编

(公共课程)

F E B



全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

编著：宋玉华、陈生英、吴建平、兰善琳、胡深林、答金霞(二)、李汉林、高

# 高等数学（二）

线性代数

概率统计

ISBN 7-5061-4103-8

# 习题解答

(含全国统一考试试题详解)

海洋出版社

2002年·北京

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)习题解答 / 刘冠樱, 滕桂兰, 郭洪芝主编. —北京 : 海洋出版社, 2002. 7(2003. 3重印)  
全国高等教育自学考试指定教材辅导用书  
ISBN 7-5027-5708-2

I . 高… II . ①刘… ②滕… ③郭 III . 高等数学—高等教育—自学考试—自学参考资料 N . 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 049864 号

责任 编辑 主  
要 著 作

责任编辑 陈泽卿

特约编辑 何景阳

责任校对 郑美联

责任印制 刘志恒

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

(100081 北京市海淀区大慧寺路 8 号)

北京市高岭印刷厂印刷 新华书店发行所经销

2002 年 7 月第 1 版 2003 年 3 月北京第 2 次印刷

开本: 880×1230 1/32 印张: 14.5

字数: 407 千字

定价: 20.00 元

海洋版图书印、装错误可随时退换

# 说 明

本书是全国高等教育自学考试指导委员会组编的指定教材《高等数学（二）第一分册线性代数》（姚慕生、高汝熹主编，武汉大学出版社出版）和《高等数学（二）第二分册概率统计》（唐国兴主编，武汉大学出版社出版）的配套用书。

本书的特点：

1. 本书完全依照指定教材的结构，对每一章节的所有习题逐一做出了详细的解答，且解答的思路清晰开阔，方法简便直接，个别地方还加了注解给予说明，易于为广大读者理解和掌握。
2. 本书最后附有 1998~2001 年的统一考试试题，按考试题型和考核内容归纳分类，解题过程详细，并有解题思路的分析，对选择题还给了选与不选的理由。

本书旨在帮助应试者全面掌握本课程的内容，熟悉相关知识的统考题型，掌握应试中所必需的技巧，从而取得理想的应试效果。

本书的编写者多年来一直在一线从事自考教学辅导工作，并做了大量的考试研究，积累了一整套行之有效的教学经验和教学方法，所辅导考生的通过率远远高出同行平均水平。相信本书的出版，对广大考生学习本课程具有切实的指导意义，从而帮助考生为顺利通过考试打下良好的基础。

一分耕耘，一分收获，祝广大考生在考试中取得优异的成绩。

编 者  
2002 年 7 月

# 目 录

(1)	第一章 行列式	(3)
(1)	习题 1.1	(3)
(1)	习题 1.2	(9)
(1)	习题 1.3	(16)
(1)	习题 1.4	(21)
(2)	第二章 矩阵	(34)
(2)	习题 2.2	(34)
(2)	习题 2.3	(42)
(2)	习题 2.4	(48)
(2)	习题 2.5	(51)
(3)	第三章 线性方程组	(67)
(3)	习题 3.1	(67)
(3)	习题 3.2	(69)
(3)	习题 3.3	(75)
(3)	习题 3.4	(78)
(3)	习题 3.5	(87)
(3)	习题 3.6	(102)
(4)	第四章 线性空间	(119)
(4)	习题 4.1	(119)

习题 4.2 .....	(122)
习题 4.3 .....	(125)
习题 4.4 .....	(129)
习题 4.5 .....	(134)
习题 4.6 .....	(136)
<b>第五章 特征值问题与实二次型</b> .....	(139)
习题 5.1 .....	(139)
习题 5.2 .....	(148)
习题 5.3 .....	(170)
习题 5.4 .....	(190)
习题 5.5 .....	(206)
习题 5.6 .....	(211)

(ε) ..... 大纲 目录 第一章

(ε) ..... 第二分册 概率统计 1.1 预习 1.1 预习

(ε) ..... 2.1 预习 2.1 预习

**第一章 描述统计** ..... (217)

(1) 习题 ..... (217)

**第二章 概率的基本概念** ..... (224)

(1) 习题 ..... (224)

**第三章 随机变量与概率分布** ..... (242)

(8) 习题 ..... (242)

**第五章 参数估计** ..... (269)

(7) 习题 ..... (269)

**第六章 假设检验** ..... (285)

(9) 习题 ..... (285)

**第七章 工序质量控制和抽样检验** ..... (308)

(8) 习题 ..... (308)

**第八章 回归分析与相关分析** ..... (316)

(9) 习题 ..... (316)

**第九章 经济预测与决策** ..... (336)

(9) 习题 ..... (336)

附录：

1998. 04 ~ 2001. 04 高等教育自学考试全国统一命题考试	
《高等数学（二）》线性代数部分试题详解	..... (382)
单项选择题	..... (382)
简答题	..... (395)
计算题	..... (399)
应用及证明题	..... (404)
1998. 04 ~ 2001. 04 高等教育自学考试全国统一命题考试	
《高等数学（二）》概率统计部分试题详解	..... (412)
单项选择题	..... (412)
简答题	..... (433)
计算题	..... (438)
证明题	..... (445)
应用题	..... (448)

第一  
分册

线性  
代数



# 第一章 行 列 式

## 习 题 1.1

(见教材第 23、24 页)

1. 求下列行列式中元素  $a_{12}, a_{31}, a_{33}$  的余子式及代数余子式:

$$(i) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}; \quad M_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \times (-1)^{1+2} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \times 1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

解  $a_{12}$  的余子式为  $= 1 + (-1) \times 1 = 0$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \times (-1)^{1+2} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$$

同理,  $a_{31}, a_{33}$  的余子式分别为

$$M_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad M_{33} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$a_{12}$  的代数余子式  $A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12}$

$a_{31}$  的代数余子式  $A_{31} = (-1)^{3+1} M_{31} = M_{31}$

$a_{33}$  的代数余子式  $A_{33} = (-1)^{3+3} M_{33} = M_{33}$

$$(ii) \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & (3-1) & 3-1 & (7-1) \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} \times (-1)^{1+4} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0$$

解 由定义,  $a_{12}, a_{31}, a_{33}$  的余子式分别为

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad M_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

$a_{12}$  的代数余子式  $A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12}$

$a_{31}$  的代数余子式  $A_{31} = (-1)^{3+1} M_{31} = M_{31}$

$a_{33}$  的代数余子式  $A_{33} = (-1)^{3+3} M_{33} = M_{33}$

2. 用定义计算行列式:

$$(i) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad (\text{教材例55 菜单算例})$$

解 由行列式的定义, 有

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} &= 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \quad (i) \\ &= (1 - 6) - 3(2 - 9) + 2(4 - 3) \\ &= -5 + 21 + 2 = 18 \end{aligned}$$

$$(ii) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & -4 \end{vmatrix}; \quad (\text{教材例56 余数法})$$

解 由行列式的定义, 有

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & -4 \end{vmatrix} &= 1 \times \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} - 0 \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} \\ &\quad + (-2) \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \quad (ii) \\ &= (-12 + 2) + (-2)(1 - 6) \\ &= -10 + 10 = 0 \end{aligned}$$

$$(iii) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad (\text{教材例57 余数法})$$

解 由行列式的定义,有

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right| &= 1 \times \left| \begin{array}{ccc} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{array} \right| - 1 \times \left| \begin{array}{ccc} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{array} \right| \\ &\quad + 0 \times \left| \begin{array}{ccc} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{array} \right| - 0 \times \left| \begin{array}{ccc} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right| \\ &= (-1) \times \left| \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{array} \right| - 1 \times \left| \begin{array}{cc} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{array} \right| + 0 \\ &\quad \times \left| \begin{array}{cc} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{array} \right| - 2 \times \left| \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{array} \right| + 1 \times \left| \begin{array}{cc} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{array} \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= M^{(1)}(1-) = -0 \times \left| \begin{array}{cc} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{array} \right| = M^{(1)}(1-) = 0 \\ &= -(0+1) - (0+2) - 2 \times (0+1) + (6-1) \\ &= -1 - 2 - 2 + 5 = 0 \end{aligned}$$

$$(iv) \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right| \cdot 0 = 0 + 0 + 0 = 0$$

解 由行列式的定义,有

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right| &= 1 \times \left| \begin{array}{ccc} 0 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{array} \right| - 4 \times \left| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{array} \right| \\ &\quad - 5 \times \left| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \end{array} \right| \\ &= 1 \times \left| \begin{array}{cc} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{array} \right| - 4 \times 1 \times \left| \begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{array} \right| \\ &= (6+4) - 4(2+2) = 10 - 16 = -6 \end{aligned}$$

3. 用定义计算下列行列式, 再按第二列或第三列展开, 比较所得到的值是否相同.

$$(i) \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \times 1 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

解 由行列式的定义, 有

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ = (-1)(1 - 2) - (4 - 3) \\ = 1 - 1 = 0$$

再按第二列展开, 即  $j = 2$ ,

$$A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12}, \quad A_{22} = (-1)^{2+2} M_{22} = M_{22}, \\ A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = -M_{32}, \text{ 所以}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times (-1) \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \\ = (-2)(0 + 2) + (-1 + 3) - (-2) \\ = -4 + 2 + 2 = 0$$

可见按第一列展开与按第二列展开结果相同; 同样, 按第三列展开, 结果也相同.

$$(ii) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \times 1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

解 由行列式的定义, 有

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2(1 - 0) - 1 \times (1 - 0)$$

$$= 2 - 1 = 1$$

再按第二列展开, 即  $j = 2$ ,

则  $A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12}$ ,  $A_{22} = (-1)^{2+2} M_{22} = M_{22}$ ,  
 $A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = -M_{32}$ , 所以

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 0 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ = (-1)(1 - 0) + (2 - 0) = -1 + 2 = 1$$

可见按第一列展开与按第二列展开结果相同;同样,按第三列展开,结果也相同.

$$(iii) \begin{vmatrix} -1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} - 0 \times \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

解 由行列式的定义,有

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (-1) \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-1) \times [3 \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 4 \times \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}] \\ &= -[3 \times (3 + 1) - 4 \times 6 + 1 \times (-2)] \\ &= -(12 - 24 - 2) = 14 \end{aligned}$$

再按第二列展开,即  $j = 2$ ,

则  $A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12}$ ,  $A_{22} = (-1)^{2+2} M_{22} = M_{22}$ ,  $A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = -M_{32}$ ,  $A_{42} = (-1)^{4+2} M_{42} = M_{42}$ , 所以

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-2) \times \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} \\ - 4 \times \begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 M &= 0 + 3 \times (-1) \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 4 \times (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \\
 &\quad + (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\
 &= 0 - 3(3+1) + 4 \times (6-0) - (-2-0) \\
 &= -12 + 24 + 2 = 14
 \end{aligned}$$

可见按第一列展开与按第二列展开结果相同；同样，按第三列展开，结果也相同。

4. 用定义计算下列行列式：

$$(i) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & -9 & 6 \\ 11 & 7 & 5 \end{vmatrix};$$

解 由行列式的定义，有

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & -9 & 6 \\ 11 & 7 & 5 \end{vmatrix} &= 1 \times \begin{vmatrix} -9 & 6 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} - (-3) \times \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} \\
 &= [0 \times 1 + 11 \times \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}] - [(-9) \times 1] \\
 &= (-45 - 42) + 3 \times (15 + 14) + 11 \times (18 - 18) \\
 &= -87 + 87 + 0 = 0
 \end{aligned}$$

$$(ii) \begin{vmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

解 由行列式的定义，有

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} &= 2 \times \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times (5 - 0) = 10
 \end{aligned}$$

$$(iii) \begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix};$$

解 由行列式的定义，有

$$\begin{aligned}
\left| \begin{array}{ccc} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{array} \right| &= a \times \left| \begin{array}{cc} b^2 & b^3 \\ c^2 & c^3 \end{array} \right| - b \times \left| \begin{array}{cc} a^2 & a^3 \\ c^2 & c^3 \end{array} \right| + c \times \left| \begin{array}{cc} a^2 & a^3 \\ b^2 & b^3 \end{array} \right| \\
&= a(b^2c^3 - b^3c^2) - b(a^2c^3 - a^3c^2) + c(a^2b^3 - a^3b^2) \\
&= abc(bc^2 - b^2c - ac^2 + a^2c + ab^2 - a^2b) \\
&= abc[c^2(b-a) - c(b+a)(b-a) + ab(b-a)] \\
&= abc(b-a)[c(c-b) - a(c-b)] \\
&= abc(c-a)(c-b)(b-a)
\end{aligned}$$

(IV)  $\left| \begin{array}{ccc} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{array} \right|$

解 由行列式的定义,有

$$\begin{aligned}
\left| \begin{array}{ccc} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{array} \right| &= 1 \times \left| \begin{array}{cc} b & b^2 \\ c & c^2 \end{array} \right| - 1 \times \left| \begin{array}{cc} a & a^2 \\ c & c^2 \end{array} \right| + 1 \times \left| \begin{array}{cc} a & a^2 \\ b & b^2 \end{array} \right| \\
&= (bc^2 - b^2c) - (ac^2 - a^2c) + (ab^2 - a^2b) \\
&= c^2(b-a) - c(b+a)(b-a) + ab(b-a) \\
&= (b-a)[c(c-b) - a(c-b)] \\
&= (c-a)(c-b)(b-a)
\end{aligned}$$

## 习题 1.2

(见教材第 32 页)

1. 试用行列式定义将这一节各例子中的行列式分别计算出来,从而具体验证行列式的 6 条基本性质.

例 1 若  $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1-\sqrt{2} & -1 \end{vmatrix}$ , 则  $A' = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix}$

性质 1 行列式转置后的值不变, 即  $A = A'$

证 由行列式的定义,有

$$A = 1 \times \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} - (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (0 - 1) + (2\sqrt{2} - 3) = 2\sqrt{2} - 4$$

$$A' = 1 \times \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (0 - 1) - 2(-\sqrt{2} - 0) + 3(-1 - 0) = 2\sqrt{2} - 4$$

∴  $A = A'$ , 得证.

例 2 若  $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ , 则  $\begin{vmatrix} -2 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -2A$ ,

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 12 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 4A$$

证 由行列式的定义,有

$$A = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (1 - 0) - 3(0 - 4) + (0 + 2) = 15$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (-2) \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -2(1 - 0) - 3(0 + 8) + (0 - 4)$$

$$= -30 = -2A$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 12 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 4 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 12 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$+ 4 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 4 \times (1 - 0) - 12(0 - 4) + 4(0 + 2)$$

$$= 60 = 4A$$