高等数学(二)习题解答

第一分册 线性代数
第二分册 概率统计

(含全国统一考试试题详解)

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

刘冠樱 滕桂兰 郭洪芝/主编

(公共课程)

海洋出版社

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

高等数学（二）线性代数 概率统计

习题解答

（含全国统一考试试题详解）

海洋出版社

2002年·北京

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)习题解答/刘冠樱,滕桂兰,郭洪芝主编.—北京:海洋出版社,2002.7(2003.3 重印)
全国高等教育自学考试指定教材辅导用书
ISBN 7-5027-5708-2

Ⅰ.高… Ⅱ.①刘…②滕…③郭 Ⅲ.高等数学—高等教育—自学考试—自学参考资料 Ⅳ.013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 049864 号

责任编辑 陈泽卿
特约编辑 何景阳
责任校对 郑美联
责任印制 刘志恒
海洋出版社 出版发行
http://www.oceanpress.com.cn
(100081 北京市海淀区大慧寺路 8 号)
北京市高岭印刷厂印刷 新华书店发行所经销
2002 年 7 月第 1 版 2003 年 3 月北京第 2 次印刷
开本:880×1230 1/32 印张:14.5
字数:407 千字
定价:20.00 元

说　明

本书是全国高等教育自学考试指导委员会组编的指定教材《高等数学（二）第一分册线性代数》（姚慕生、高汝熹主编，武汉大学出版社出版）和《高等数学（二）第二分册概率统计》（唐国兴主编，武汉大学出版社出版）的配套用书。

本书的特点：

1. 本书完全依照指定教材的结构，对每一章节的所有习题逐一做出了详细的解答，且解答的思路清晰开阔，方法简便直接，个别地方还加了注解给予说明，易于为广大读者理解和掌握。

2. 本书最后附有 1998 ~ 2001 年的统一考试试题，按考试题型和考核内容归纳分类，解题过程详细，并有解题思路的分析，对选择题还给了选与不选的理由。

本书旨在帮助应试者全面掌握本课程的内容，熟悉相关知识的统考题型，掌握应试中所必需的技巧，从而取得理想的应试效果。

本书的编写者多年来一直在一线从事自考教学辅导工作，并做了大量的考试研究，积累了一整套行之有效的教学经验和教学方法，所辅导考生的通过率远远高出同行平均水平。相信本书的出版，对广大考生学习本课程具有切实的指导意义，从而帮助考生为顺利通过考试打下良好的基础。

一分耕耘，一分收获，祝广大考生在考试中取得优异的成绩。

编　者

2002 年 7 月

目　录

第一分册　线性代数

第二分册　概率统计

附录：

第一分册　线性代数

第一章　行　列　式

习　题　1.1

（见教材第 23、24 页）

1. 求下列行列式中元素 a_{12}, a_{31}, a_{33} 的余子式及代数余子式：

（ⅰ）$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$；

解　a_{12} 的余子式为

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$$

同理，a_{31}, a_{33} 的余子式分别为

$$M_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad M_{33} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

a_{12} 的代数余子式 $A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12}$

a_{31} 的代数余子式 $A_{31} = (-1)^{3+1} M_{31} = M_{31}$

a_{33} 的代数余子式 $A_{33} = (-1)^{3+3} M_{33} = M_{33}$

（ⅱ）$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

解　由定义，a_{12}, a_{31}, a_{33} 的余子式分别为

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}, M_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

$$M_{33}=\begin{vmatrix}3&-1&7\\1&0&5\\0&0&-2\end{vmatrix}.$$

a_{12} 的代数余子式 $A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-M_{12}$

a_{31} 的代数余子式 $A_{31}=(-1)^{3+1}M_{31}=M_{31}$

a_{33} 的代数余子式 $A_{33}=(-1)^{3+3}M_{33}=M_{33}$

2. 用定义计算行列式：

(ⅰ) $\begin{vmatrix}1&2&3\\3&1&2\\2&3&1\end{vmatrix}$；

解　由行列式的定义，有

$$\begin{vmatrix}1&2&3\\3&1&2\\2&3&1\end{vmatrix}=1\times\begin{vmatrix}1&2\\3&1\end{vmatrix}-3\times\begin{vmatrix}2&3\\3&1\end{vmatrix}+2\times\begin{vmatrix}2&3\\1&2\end{vmatrix}$$

$$=(1-6)-3(2-9)+2(4-3)$$

$$=-5+21+2=18$$

(ⅱ) $\begin{vmatrix}1&-1&2\\0&3&-1\\-2&2&-4\end{vmatrix}$；

解　由行列式的定义，有

$$\begin{vmatrix}1&-1&2\\0&3&-1\\-2&2&-4\end{vmatrix}=1\times\begin{vmatrix}3&-1\\2&-4\end{vmatrix}-0\times\begin{vmatrix}-1&2\\2&-4\end{vmatrix}$$

$$+(-2)\times\begin{vmatrix}-1&2\\3&-1\end{vmatrix}$$

$$=(-12+2)+(-2)(1-6)$$

$$=-10+10=0$$

(ⅲ) $\begin{vmatrix}1&2&3&-1\\1&-1&0&2\\0&1&0&1\\0&0&-1&2\end{vmatrix}$；

解　由行列式的定义,有

$$\begin{vmatrix}1&2&3&-1\\1&-1&0&2\\0&1&0&1\\0&0&-1&2\end{vmatrix}=1\times\begin{vmatrix}-1&0&2\\1&0&1\\0&-1&2\end{vmatrix}-1\times\begin{vmatrix}2&3&-1\\1&0&1\\0&-1&2\end{vmatrix}$$

$$+0\times\begin{vmatrix}2&3&-1\\-1&0&2\\0&-1&2\end{vmatrix}-0\times\begin{vmatrix}2&3&-1\\-1&0&2\\1&0&1\end{vmatrix}$$

$$=(-1)\times\begin{vmatrix}0&1\\-1&2\end{vmatrix}-1\times\begin{vmatrix}0&2\\-1&2\end{vmatrix}+0$$

$$\times\begin{vmatrix}0&2\\0&1\end{vmatrix}-2\times\begin{vmatrix}0&1\\-1&2\end{vmatrix}+1\times\begin{vmatrix}3&-1\\-1&2\end{vmatrix}$$

$$-0\times\begin{vmatrix}3&-1\\0&1\end{vmatrix}$$

$$=-(0+1)-(0+2)-2\times(0+1)+(6-1)$$

$$=-1-2-2+5=0$$

(ⅳ) $\begin{vmatrix}1&0&1&2\\4&0&3&4\\0&0&-1&2\\5&1&2&3\end{vmatrix}$.

解　由行列式的定义,有

$$\begin{vmatrix}1&0&1&2\\4&0&3&4\\0&0&-1&2\\5&1&2&3\end{vmatrix}=1\times\begin{vmatrix}0&3&4\\0&-1&2\\1&2&3\end{vmatrix}-4\times\begin{vmatrix}0&1&2\\0&-1&2\\1&2&3\end{vmatrix}$$

$$-5\times\begin{vmatrix}0&1&2\\0&3&4\\0&-1&2\end{vmatrix}$$

$$=1\times\begin{vmatrix}3&4\\-1&2\end{vmatrix}-4\times1\times\begin{vmatrix}1&2\\-1&2\end{vmatrix}$$

$$=(6+4)-4(2+2)=10-16=-6$$

3. 用定义计算下列行列式，再按第二列或第三列展开，比较所得到的值是否相同．

（ⅰ）$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$；

解 由行列式的定义，有

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)\times\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + (-1)\times\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)(1-2)-(4-3)$$

$$= 1-1 = 0$$

再按第二列展开，即 $j=2$，

则 $A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-M_{12}$，$A_{22}=(-1)^{2+2}M_{22}=M_{22}$，$A_{32}=(-1)^{3+2}M_{32}=-M_{32}$，所以

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\times(-1)\times\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 1\times\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 1\times\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-2)(0+2)+(-1+3)-(-2)$$

$$= -4+2+2 = 0$$

可见按第一列展开与按第二列展开结果相同；同样，按第三列展开，结果也相同．

（ⅱ）$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$；

解 由行列式的定义，有

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2\times\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 1\times\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2(1-0)-1\times(1-0)$$

$$= 2-1 = 1$$

再按第二列展开，即 $j=2$，

则 $A_{12} = (-1)^{1+2}M_{12} = -M_{12}$， $A_{22} = (-1)^{2+2}M_{22} = M_{22}$，$A_{32} = (-1)^{3+2}M_{32} = -M_{32}$，所以

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1)\times\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 1\times\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 0\times\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)(1-0) + (2-0) = -1 + 2 = 1$$

可见按第一列展开与按第二列展开结果相同；同样，按第三列展开，结果也相同．

(ⅲ) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

解　由行列式的定义，有

$$原式 = (-1)\times\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= -\left[3\times\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 4\times\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 1\times\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}\right]$$

$$= -[3\times(3+1) - 4\times 6 + 1\times(-2)]$$

$$= -(12 - 24 - 2) = 14$$

再按第二列展开，即 $j = 2$，

则 $A_{12} = (-1)^{1+2}M_{12} = -M_{12}$，$A_{22} = (-1)^{2+2}M_{22} = M_{22}$，$A_{32} = (-1)^{3+2}M_{32} = -M_{32}$，$A_{42} = (-1)^{4+2}M_{42} = M_{42}$，所以

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-2)\times\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} + 3\times\begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$-4\times\begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 0 + 3 \times (-1) \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 4 \times (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$+ (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 0 - 3(3+1) + 4 \times (6-0) - (-2-0)$$

$$= -12 + 24 + 2 = 14$$

可见按第一列展开与按第二列展开结果相同;同样,按第三列展开,结果也相同.

4. 用定义计算下列行列式:

(ⅰ) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & -9 & 6 \\ 11 & 7 & 5 \end{vmatrix}$;

解 由行列式的定义,有

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & -9 & 6 \\ 11 & 7 & 5 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} -9 & 6 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} - (-3) \times \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$$

$$+ 11 \times \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -9 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= (-45-42) + 3 \times (15+14) + 11 \times (18-18)$$

$$= -87 + 87 + 0 = 0$$

(ⅱ) $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$;

解 由行列式的定义,有

$$\begin{vmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times (5-0) = 10$$

(ⅲ) $\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix}$;

解 由行列式的定义,有

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix} = a \times \begin{vmatrix} b^2 & b^3 \\ c^2 & c^3 \end{vmatrix} - b \times \begin{vmatrix} a^2 & a^3 \\ c^2 & c^3 \end{vmatrix} + c \times \begin{vmatrix} a^2 & a^3 \\ b^2 & b^3 \end{vmatrix}$$

$$= a(b^2c^3 - b^3c^2) - b(a^2c^3 - a^3c^2) + c(a^2b^3 - a^3b^2)$$

$$= abc(bc^2 - b^2c - ac^2 + a^2c + ab^2 - a^2b)$$

$$= abc[c^2(b-a) - c(b+a)(b-a) + ab(b-a)]$$

$$= abc(b-a)[c(c-b) - a(c-b)]$$

$$= abc(c-a)(c-b)(b-a)$$

(ⅳ) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$.

解　由行列式的定义,有

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} b & b^2 \\ c & c^2 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} a & a^2 \\ c & c^2 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} a & a^2 \\ b & b^2 \end{vmatrix}$$

$$= (bc^2 - b^2c) - (ac^2 - a^2c) + (ab^2 - a^2b)$$

$$= c^2(b-a) - c(b+a)(b-a) + ab(b-a)$$

$$= (b-a)[c(c-b) - a(c-b)]$$

$$= (c-a)(c-b)(b-a)$$

习　题　1.2

（见教材第 32 页）

1. 试用行列式定义将这一节各例子中的行列式分别计算出来,从而具体验证行列式的 6 条基本性质．

例 1　若 $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix}$,则 $A' = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix}$

性质 1　行列式转置后的值不变,即 $A = A'$

证 由行列式的定义,有

$$A = 1 \times \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} - (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (0-1) + (2\sqrt{2}-3) = 2\sqrt{2}-4$$

$$A' = 1 \times \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (0-1) - 2(-\sqrt{2}-0) + 3(-1-0) = 2\sqrt{2}-4$$

$\therefore \quad A = A'$,得证.

例2 若 $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$,则 $\begin{vmatrix} -2 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -2A$,

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 12 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 4A$$

证 由行列式的定义,有

$$A = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (1-0) - 3(0-4) + (0+2) = 15$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (-2) \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -2(1-0) - 3(0+8) + (0-4)$$

$$= -30 = -2A$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 12 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 4 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 12 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$+ 4 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 4 \times (1-0) - 12(0-4) + 4(0+2)$$

$$= 60 = 4A$$