

【库量精选，练一会十，高效学习必备】



2010 新编

高考题库

杜志建 主编

数 学

数列、极限、不等式



上网登陆 增值服务

延边教育出版社

【库量精选，练一会的，高效学习必备】



2010 新编

高考题库

杜志建 主编

数 学

数列、极限、不等式

延边教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

新编高考题库. 数学. 数列、极限、不等式/杜志建
主编. —延吉:延边教育出版社,2009.6
ISBN 978-7-5437-7916-7

I. 新… II. 杜… III. 代数课—高中—习题—升学参考
资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 099650 号

新编高考题库

主 编:杜志建
责任编辑:严今石
出版发行:延边教育出版社
社 址:吉林省延吉市友谊路 363 号
邮 编:133000
网 址:<http://www.ybep.com.cn>
电 话:0433—2913940
0371—68698015
传 真:0433—2913964
印 刷:河南省瑞光印务股份有限公司
开 本:890 毫米×1240 毫米 1/16
印 张:10.0
字 数:180 千字
版 次:2009 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
书 号:ISBN 978-7-5437-7916-7
定 价:13.80 元
法律顾问:北京陈鹰律师事务所(010-64970501)

延边教育出版社图书,版权所有,侵权必究。印装问题可随时退换。

眼睛盯在目标上

丰子恺写过这样的故事：要装船运走即将被屠宰的羊，却很难把它们赶上船去。这时，有人拉住一头老羊走上甲板，别的羊便蜂拥上了船。

与此类似，有人做过一项实验，把许多毛毛虫摆在花盆沿上，在盆底放着食物。可是，这些毛毛虫在第一只毛毛虫的带领下，绕着盆沿不停地兜圈子，一圈又一圈地爬行，直至力竭而死。

不要以为动物可笑，自诩为万物之灵的我们，是否能脱离领头羊和绕开那盆沿呢？是否对生活有着清醒的判断呢？是否真正成为了自己的主人呢？

其实，盲从体现了一种迷茫的心态：没有目标或者目标模糊，心灵如飘忽不定的浮萍，行动如随风起舞的柳絮，不知道该坚守什么、放弃什么……

当盲从成为一种习惯时，就等于把人生交给了别人。

如果不想这样，不妨从羊群中跑出来，从盆沿上溜下去。别人的精彩未必适合自己，你永远无法复制别人的人生。

春天来临，每一片叶子都萌发出自己的清新，每一朵花都绽放出自己的美丽。因为坚守自己，才活出了独一无二的精彩。

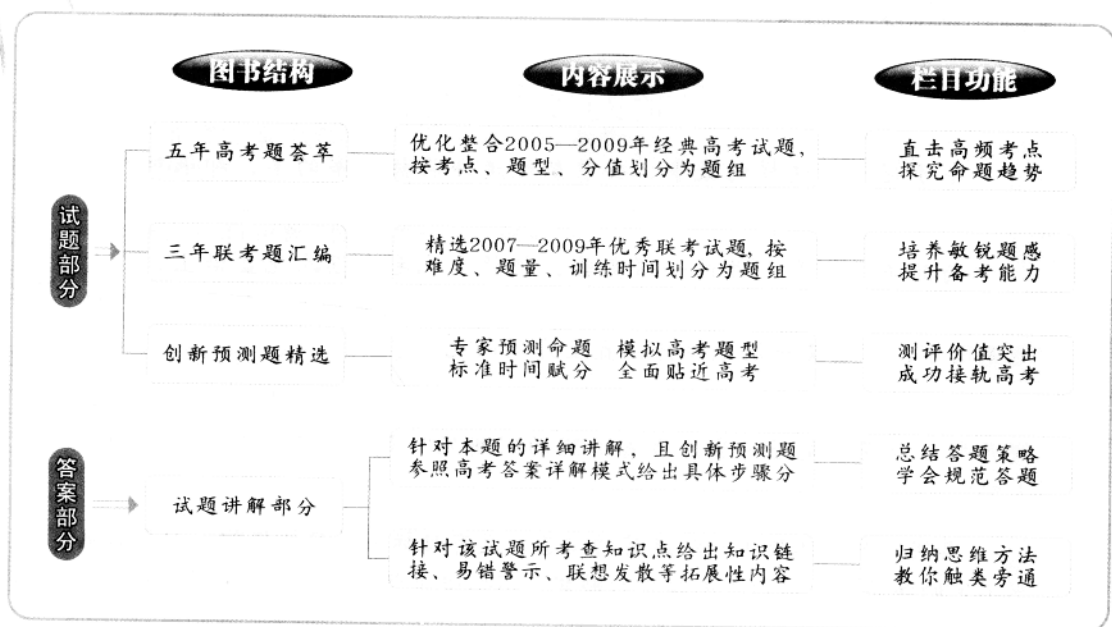
做人贵在有自知之明，做人难得有主见。选自己的目标，走自己的路，你才是自己的主人。眼睛盯在目标上，无论遇到多少暴风骤雨，你都会像矫健的雄鹰一样，永远不会迷失方向，更不会无所适从。

成功的人生，既不随波逐流，也不自以为是。最简单的衡量方法是：自己对社会、对他人是否有益？在挑战的过程中，你是否收获了快乐？偶尔的失败不代表什么，我有我的优点，我有我的自信，我有我的准则。

其实，世界上最难攀登的山还是自己。往上走，即便一小步，也有新高度。别让茫然蛀蚀了信心，做自己的主人，做最好的自己。

图书使用指南

TUSHUSHIYONGZHINAN



适用范围

- 1 高三有劣势科目的学生(可以针对自己的劣势科目选择相应分册)
- 2 想让自己优势学科更优秀的学生
- 3 高一、高二学有余力的学生
- 4 想通过做题提高应试能力的学生

使用方法(建议如下使用)

- 1 根据自己的学习情况,每天做1—2个题组,加深对该知识点的记忆。
- 2 根据自己的复习情况,每天做1个题组,对自己进行测试,明白自己有哪些知识没有掌握好及做题速度是否符合高考要求。
- 3 根据自己做题组的情况来总结自己的易错点,结合答案中给出的详解详析及知识链接、方法技巧等及时查漏补缺,将知识与做题有效结合。
- 4 根据高考题分值,了解相关知识点在高考中所占比重,让学习和复习更有针对性。

预期结果

- 1 分考点分板块各个击破
- 2 让优势学科更优秀,成为自己高考中的强项
- 3 迅速提升劣势学科,突破高考瓶颈

目录 CONTENTS

第一章 数列	1	(答案 77)
第一节 等差数列	1	(答案 77)
第一部分 五年高考题荟萃	1	(答案 77)
第二部分 三年联考题汇编	4	(答案 79)
第三部分 创新预测题精选	7	(答案 81)
第二节 等比数列	8	(答案 82)
第一部分 五年高考题荟萃	8	(答案 82)
第二部分 三年联考题汇编	15	(答案 88)
第三部分 创新预测题精选	18	(答案 90)
第三节 数列的综合应用	19	(答案 91)
第一部分 五年高考题荟萃	19	(答案 91)
第二部分 三年联考题汇编	29	(答案 104)
第三部分 创新预测题精选	41	(答案 115)
第二章 极限(理科专用)	47	(答案 122)
第一节 数学归纳法	47	(答案 122)
第一部分 五年高考题荟萃	47	(答案 122)
第二部分 三年联考题汇编	49	(答案 124)
第三部分 创新预测题精选	51	(答案 125)



CONTENTS

第二节 极限	52	(答案 126)
第一部分 五年高考题荟萃	52	(答案 126)
第二部分 三年联考题汇编	54	(答案 128)
第三部分 创新预测题精选	56	(答案 129)
第三章 不等式	57	(答案 131)
第一节 不等式的性质与证明	57	(答案 131)
第一部分 五年高考题荟萃	57	(答案 131)
第二部分 三年联考题汇编	61	(答案 134)
第三部分 创新预测题精选	63	(答案 136)
第二节 不等式的解法	64	(答案 137)
第一部分 五年高考题荟萃	64	(答案 137)
第二部分 三年联考题汇编	66	(答案 138)
第三部分 创新预测题精选	70	(答案 141)
第三节 不等式的应用	71	(答案 142)
第一部分 五年高考题荟萃	71	(答案 142)
第二部分 三年联考题汇编	74	(答案 144)
第三部分 创新预测题精选	76	(答案 145)



第一章 数列

第一节 等差数列

第一部分 五年高考题荟萃

2009年高考题

考点题组一 等差数列的通项公式

1. (陕西, 4分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_6 = S_3 = 12$, 则 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n =$ _____.

考点题组二 等差数列的前 n 项和

2. (四川, 5分) 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为零, 首项 $a_1 = 1$, a_2 是 a_1 和 a_5 的等比中项, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项之和是
A. 90 B. 100 C. 145 D. 190
3. (江西, 5分) 公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 a_4 是 a_3 与 a_7 的等比中项, $S_8 = 32$, 则 S_{10} 等于
A. 18 B. 24 C. 60 D. 90
4. (湖南, 5分) 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $a_2 = 3$, $a_6 = 11$, 则 S_7 等于
A. 13 B. 35 C. 49 D. 63
5. (全国 II, 5分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_5 = 5a_3$, 则 $\frac{S_6}{S_3} =$ _____.
6. (全国 II, 10分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 a_7 = -16$, $a_4 + a_6 = 0$, 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

考点题组三 等差数列的性质及应用

7. (全国 I, 5分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $S_9 = 72$, 则 $a_2 + a_4 + a_6 =$ _____.
8. (湖南, 5分) 将正 $\triangle ABC$ 分割成 n^2 ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$) 个全等的小正三角形 (图 1, 图 2 分别给出了 $n=2, 3$ 的情形). 在每个三角形的顶点各放置一个数, 使位于 $\triangle ABC$ 的三边及平行于某边的任一直线上的数 (当数的个数不少于 3 时) 都分别依次成等差数列. 若顶点 A, B, C 处的三个数互不相同且和为 1, 记所有顶点上的数之和为 $f(n)$, 则有 $f(2) = 2, f(3) =$ _____, $\dots, f(n) =$ _____.

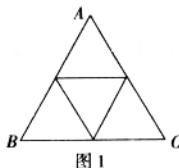


图 1

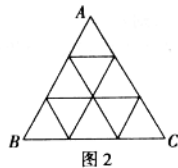


图 2

9. (北京, 13分) 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = pn + q$ ($n \in \mathbf{N}^*, p > 0$). 数列 $\{b_m\}$ 定义如下: 对于正整数 m , b_m 是使得不等式 $a_n \geq m$ 成立的所有 n 中的最小值.
- (1) 若 $p = \frac{1}{2}, q = -\frac{1}{3}$, 求 b_3 ;
- (2) 若 $p = 2, q = -1$, 求数列 $\{b_m\}$ 的前 $2m$ 项和的公式;
- (3) 是否存在 p 和 q , 使得 $b_m = 3m + 2$ ($m \in \mathbf{N}^*$)? 如果存在, 求 p 和 q 的取值范围; 如果不存在, 请说明理由.

▣ (答案详见 77 页)

2005—2008年高考试题

考点题组一 等差数列基本量的运算

1. (2008 广东, 5 分)(文) 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $S_2 = 4, S_4 = 20$, 则该数列的公差 $d =$
A. 7 B. 6 C. 3 D. 2
2. (2007 四川, 5 分)(文) 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_3 + a_5 = 14$, 其前 n 项和 $S_n = 100$, 则 $n =$
A. 9 B. 10 C. 11 D. 12
3. (2007 宁夏、海南, 5 分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_{10} = 10$, 其前 10 项和 $S_{10} = 70$, 则公差 $d =$
A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
4. (2007 天津, 5 分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 不为 0, $a_1 = 9d$. 若 a_k 是 a_1 与 a_{2k} 的等比中项, 则 $k =$
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

考点题组二 等差数列的通项公式

5. (2008 天津, 5 分)(文) 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和 $S_5 = 25$, 且 $a_2 = 3$, 则 $a_7 =$
A. 12 B. 13 C. 14 D. 15
6. (2006 全国 I, 5 分)(理) 设 $\{a_n\}$ 是公差为正数的等差数列, 若 $a_1 + a_2 + a_3 = 15, a_1 a_2 a_3 = 80$, 则 $a_{11} + a_{12} + a_{13} =$
A. 120 B. 105 C. 90 D. 75
7. (2008 宁夏、海南, 5 分)(文) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_3 + a_8 = 22, a_6 = 7$, 则 $a_5 =$ _____.
8. (2008 四川, 4 分)(文) 设数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + n + 1$, 则通项 $a_n =$ _____.
9. (2007 北京, 5 分)(理) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 10n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 则此数列的通项公式为 _____; 数列 $\{na_n\}$ 中数值最小的项是第 _____ 项.
10. (2006 北京, 14 分)(文) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 及公差 d 都为整数, 前 n 项和为 S_n .
(I) 若 $a_{11} = 0, S_{14} = 98$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(II) 若 $a_1 \geq 6, a_{11} > 0, S_{14} \leq 77$, 求所有可能的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

考点题组三 等差数列的前 n 项和

11. (2008 北京, 5 分)(文) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 6, a_5 = 15$. 若 $b_n = a_{2n}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 5 项和等于
A. 30 B. 45 C. 90 D. 186
12. (2008 广东, 5 分)(理) 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = \frac{1}{2}, S_4 = 20$, 则 $S_6 =$
A. 16 B. 24 C. 36 D. 48
13. (2007 安徽, 5 分)(文) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_{12} = 1, a_3 = 3$, 则 $S_4 =$
A. 12 B. 10 C. 8 D. 6
14. (2006 全国 II, 5 分)(文) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 7, a_4 = 15$, 则前 10 项和 $S_{10} =$
A. 100 B. 210 C. 380 D. 400
15. (2008 重庆, 4 分)(理) 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_{12} = -8, S_9 = -9$, 则 $S_{16} =$ _____.
16. (2007 全国 II, 5 分)(文) 已知数列的通项 $a_n = -5n + 2$, 则其前 n 项和 $S_n =$ _____.
17. (2008 陕西, 5 分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 + a_2 = 4, a_7 + a_8 = 28$, 则该数列的前 10 项和 S_{10} 等于
A. 64 B. 100 C. 110 D. 120
18. (2008 全国 II, 12 分)(文) 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 = 10$, 且 a_3, a_6, a_{10} 成等比数列, 求数列 $\{a_n\}$ 前 20 项和 S_{20} .

考点题组四 等差数列的性质及应用

19. (2005 全国 II, 5 分) (文) 如果数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则
 A. $a_1 + a_8 < a_4 + a_5$ B. $a_1 + a_8 = a_4 + a_5$
 C. $a_1 + a_8 > a_4 + a_5$ D. $a_1 a_8 = a_4 a_5$
20. (2008 重庆, 5 分) (文) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_2 + a_8 = 12$, 则 a_5 等于
 A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
21. (2008 福建, 5 分) (文) 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $a_2 = 3, a_7 = 13$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 8 项和为
 A. 128 B. 80 C. 64 D. 56
22. (2008 四川, 4 分) (理) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_2 \geq 10, S_5 \leq 15$, 则 a_4 的最大值为 _____.
23. (2007 江西, 4 分) (文) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{12} = 21$, 则 $a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} =$ _____.
24. (2008 江西, 5 分) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + \ln(1 + \frac{1}{n})$, 则 $a_n =$
 A. $2 + \ln n$ B. $2 + (n-1)\ln n$
 C. $2 + n \ln n$ D. $1 + n + \ln n$
25. (2007 湖北, 5 分) (理) 已知两个等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 A_n 和 B_n , 且 $\frac{A_n}{B_n} = \frac{7n+45}{n+3}$, 则使得 $\frac{a_n}{b_n}$ 为整数的正整数 n 的个数是
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
26. (2006 全国 II, 5 分) (理) 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{S_6}{S_{12}} =$
 A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{9}$
27. (2005 全国 II, 5 分) (理) 如果 a_1, a_2, \dots, a_8 为各项都大于零的等差数列, 公差 $d \neq 0$, 则
 A. $a_1 a_8 > a_4 a_5$ B. $a_1 a_8 < a_4 a_5$
 C. $a_1 + a_8 > a_4 + a_5$ D. $a_1 a_8 = a_4 a_5$
28. (2008 江苏, 5 分) 将全体正整数排成一个三角形数阵:
- | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|--|--|--|
| | | | | 1 | | | | | |
| | | | 2 | 3 | | | | | |
| | | 4 | 5 | 6 | | | | | |
| | 7 | 8 | 9 | 10 | | | | | |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | | | | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | | | | |
- 根据以上排列规律, 数阵中第 $n(n \geq 3)$ 行从左至右的第 3 个数是 _____.
29. (2008 宁夏、海南, 12 分) (理) 已知 $\{a_n\}$ 是一个等差数列, 且 $a_2 = 1, a_5 = -5$.
 (I) 求 $\{a_n\}$ 的通项 a_n ;
 (II) 求 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n 的最大值.
30. (2007 福建, 12 分) (理) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1 = 1 + \sqrt{2}, S_3 = 9 + 3\sqrt{2}$.
 (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n 与前 n 项和 S_n ;
 (II) 设 $b_n = \frac{S_n}{n} (n \in \mathbf{N}^*)$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 中任意不同的三项都不可能成为等比数列.

☞ (答案详见 77 页)

第二部分 三年联考题汇编

2009年联考题

训练题组

难度:★★★★

时间:60分钟

训练日:

1. (石家庄第一次质检)等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = -3, a_8 = 2$,则 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12} =$
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
2. (西安八校第二次联考)若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3 + a_{11} = 24, a_4 = 3$,则数列 $\{a_n\}$ 的公差为
A. 1 B. 3 C. 5 D. 6
3. (华中师大附中期中)在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $3(a_3 + a_5) + 2(a_7 + a_{10} + a_{13}) = 24$,则此数列前13项的和是
A. 13 B. 26 C. 52 D. 56
4. (北京海淀区期末)已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+1) = f(x - \frac{1}{2}) + 2$ 恒成立,又 $f(\frac{1}{2}) = 1$,则 $f(62)$ 等于
A. 1 B. 62 C. 64 D. 83
5. (湖北第二次联考)等差数列 $\{a_n\}$ 共有 $2m$ 项,其中奇数项之和为90,偶数项之和为72,且 $a_{2m} - a_1 = -33$,则该数列的公差为
A. -1 B. -2 C. -3 D. 3
6. (成都第一次诊断)已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^+)$,且 $S_3 = -3, S_7 = 7$,那么数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d =$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
7. (重庆第一次诊断)设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若满足 $a_n = a_{n-1} + 2 (n \geq 2)$,且 $S_3 = 9$,则 $a_1 =$
A. 5 B. 3 C. 1 D. -1
8. (西安八校第一次联考)已知 $\{\theta_n\}$ 为等差数列,且 $\theta_1 + \theta_8 + \theta_{15} = 2\pi$,则 $\tan(\theta_2 + \theta_{14})$ 的值是
A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
9. (南昌调研)已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_4 = 4, a_3 + a_5 = 10$,则它的前10项和 S_{10} 等于
A. 23 B. 95 C. 135 D. 138
10. (南昌第一次调研)已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $S_2 = 10, S_5 = 55$,则过点 $P(n, a_n)$ 和 $Q(n+2, a_{n+2}) (n \in \mathbf{N}^+)$ 的直线的一个方向向量的坐标可以是
A. (2, 4) B. $(-\frac{1}{3}, -\frac{4}{3})$
C. $(-\frac{1}{2}, -1)$ D. (-1, -1)
11. (东北三校第一次联考)设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $a_2 + a_8 = 15 - a_5$,则 S_9 等于
A. 60 B. 45 C. 36 D. 18
12. (北京海淀区期中)已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2n - 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$,记 $T_1 = a_1, T_n =$
$$\begin{cases} T_{n-1} + a_{\frac{n+1}{2}}, & n \text{ 为奇数} \\ T_{n-1} + a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}, & n \text{ 为偶数} \end{cases} (n = 2, 3, \dots)$$
,那么 $T_{2n} =$
A. $2^n + 1$ B. $\frac{11}{2}n - 6$
C. $\begin{cases} 5, & n = 1 \\ 4n^2 - 3n + 6, & n \neq 1 \end{cases}$ D. $3n^2 + 2n$
13. (北京海淀区期中)已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 $S_1 = 1, S_{19} = 95$,则 $a_{19} =$ _____, $S_{10} =$ _____.
14. (郑州第一次质检)等差数列 $\{a_n\}$ 的前10项和为10,前20项和为30,则其前30项和等于_____.
15. (黄冈3月质检)若数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = d (n \in \mathbf{N}^+, d \text{ 为常数})$,则称数列 $\{a_n\}$ 为“调和数列”.已知数列 $\{\frac{1}{x_n}\}$ 为“调和数列”,且 $x_1 + x_2 + \dots + x_{20} = 200$,则 $x_3 x_{18}$ 的最大值是_____.
16. (石家庄第一次质检)已知等差数列 $\{a_n\}$ 中,公差 $d > 0$,前 n 项和为 $S_n, a_2 \cdot a_3 = 45, a_1 + a_5 = 18$.
(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2)令 $b_n = \frac{S_n}{n+c} (n \in \mathbf{N}^+)$,是否存在一个非零常数 c ,使数列 $\{b_n\}$ 也为等差数列?若存在,求出 c 的值;若不存在,请说明理由.
17. (西安八校第二次联考)已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前6项和为60,且 a_6 是 a_1 和 a_{21} 的等比中项.
(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2)若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1} = a_n + b_n (n \in \mathbf{N}^+)$,且 $b_1 = 3$,求数列 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 的前 n 项和 T_n .

☞(答案详见79页)

训练
总结

2007—2008年联考题

训练题组

难度:★★★★

时间:90分钟

训练日:

1. (2008 北京海淀区期中) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 3, a_2 + a_3 = 15$, 则 $a_4 + a_5 + a_6$ 等于
A. 45 B. 43 C. 42 D. 40
2. (2008 绵阳第一次诊断) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $2a_8 = 6 + a_{11}$, 则 $S_9 =$
A. 54 B. 45 C. 36 D. 27
3. (2008 北京海淀区期末) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 + a_7 + a_{13} + a_{12} = 12$, 则此数列的前 13 项和为
A. 39 B. 52 C. 78 D. 104
4. (2008 成都第一次诊断) (理) 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_1 + a_7 + a_{13} = 4\pi$, 则 $\tan(a_2 + a_{12})$ 的值为
A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\pm\sqrt{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
(文) 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_5 + a_9 = \frac{8\pi}{3}$, 则 $\tan(a_2 + a_{12})$ 的值为
A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\pm\sqrt{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
5. (2008 武汉 2 月调研) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 9, a_9 = 3$, 则 $a_{12} =$
A. 0 B. 3 C. 6 D. -3
6. (2008 重庆第一次诊断) 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为其前 n 项和, 且 $a_1 - a_2 = 4, S_5 = 9$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$
A. n B. $n+2$ C. $2n-1$ D. $2n+1$
7. (2008 唐山质检) 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项和, 且 $S_5 < S_6 = S_7 > S_8$, 则下列结论错误的是
A. $d < 0$ B. $a_7 = 0$
C. $S_6 > S_5$ D. S_6 与 S_7 均为 S_n 的最大值
8. (2007 湖北联考) 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_3 = -6, a_7 = 6, S_n$ 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则
A. $S_4 > S_6$ B. $S_4 = S_6$ C. $S_6 < S_4$ D. $S_6 = S_4$
9. (2007 启东期中) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 + a_7 + a_{11}$ 为一个确定的常数, 则下列各数中也是常数的是
A. S_6 B. S_{11} C. S_{12} D. S_{13}
10. (2007 北京海淀区期中) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 + a_2 = 3, a_3 + a_4 = 5$, 则 $a_7 + a_8$ 的值为
A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
11. (2007 武汉 2 月调研) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_6 = 12, a_4 = 7$, 则 $a_9 =$
A. 10 B. 19 C. 11 D. 17
12. (2007 黄冈 2 月质检) 若 $\{a_n\}$ 为等差数列, a_3, a_9 是方程 $3x^2 - 6x - 1 = 0$ 的两根, 则 $a_1 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{11} =$
A. -8 B. 8 C. 5 D. 7
13. (2007 北京东城区目标检测) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 如果前 5 项的和为 $S_5 = 20$, 那么 a_3 等于
A. -2 B. 2 C. -4 D. 4
14. (2007 郑州第一次质检) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 + a_5 + a_9 = 18$, 则 S_5 等于
A. 45 B. 36 C. 54 D. 60
15. (2007 皖南八校第二次联考) 已知数列 $\{-2n + 25\}$, 其前 n 项和 S_n 达到最大值时, n 为
A. 10 B. 11 C. 12 D. 13
16. (2008 皖南八校第二次联考) 一同学在电脑上打出如下若干个圆: $\bigcirc \bullet \bigcirc \bigcirc \bullet \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bullet \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bullet \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bullet \dots$, 若以此规律继续下去, 得到一系列的圆, 则在前 2 007 个圆中共有 \bullet 的个数是
A. 61 B. 62 C. 63 D. 64
17. (2008 杭州第一次质检) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 + \dots + a_{50} = 200, a_{51} + a_{52} + \dots + a_{100} = 2\ 700$, 则 a_1 为
A. -20 B. -20.5
C. -21.5 D. -22.5
18. (2008 南昌第一次调研) 如果数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_2 = 1$, 且 $\frac{a_{n-1} - a_n}{a_n a_{n-1}} = \frac{a_n - a_{n+1}}{a_n a_{n+1}}$ ($n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}^+$), 则此数列的第 12 项为
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{2^{11}}$ D. $\frac{1}{2^{12}}$
19. (2008 江西九校联考) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, S_6 = -36, S_{13} = -104$, 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_5 = a_5, b_7 = a_7$, 则 b_6 的值为
A. $4\sqrt{2}$ B. $-4\sqrt{2}$
C. $\pm 4\sqrt{2}$ D. 无法确定
20. (2008 东北三校第一次联考) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n = -2n + 1$, 则数列 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 的前 11 项和为
A. -45 B. -50 C. -55 D. -66
21. (2007 重庆第一次诊断) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 M, N, P 三点共线, O 为坐标原点, 且 $\overrightarrow{ON} = a_3 \overrightarrow{OM} + a_2 \overrightarrow{OP}$ (直线 MP 不过点 O), 则 S_{32} 等于
A. 15 B. 16 C. 31 D. 32
22. (2008 北京海淀区期中) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 81$ 且 $a_6 + a_7 + \dots + a_{14} = 171$, 则 $a_5 =$ _____, 公差 $d =$ _____.
23. (2008 北京西城区抽样) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 1$, 其中 $n = 1, 2, 3, \dots$, 那么 $a_5 =$ _____.
24. (2008 郑州第一次质检) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_{1003} + a_{1004} + a_{1005} + a_{1006} = 2$, 则该数列的前 2 008 项和为 _____.
25. (2008 重庆第一次诊断) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $S_9 = 18, S_n = 160, a_{n-4} = 30$ ($n \geq 5$ 且 $n \in \mathbf{N}^+$), 则 $n =$ _____.
26. (2008 杭州第一次质检) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + n$, 则 $a_3 =$ _____.
27. (2008 石家庄第一次质检) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项的

和为 100, $a_8 = 0$, 那么 $a_1 =$ _____.

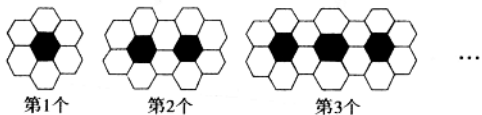
28. (2007 重庆第一次诊断) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 + a_{10} = 14$, 则 S_{12} 等于 _____.

29. (2007 石家庄第一次质检) 在数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 中, b_n 是 a_n 与 a_{n+1} 的等差中项, $a_1 = 2$ 且对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 都有 $3a_{n+1} - a_n = 0$, 则数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 _____.

30. (2007 湖北八校第一次联考) 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 2, a_7 = 1$, 且数列 $\{\frac{1}{a_n + 1}\}$ 是等差数列, 则 $a_{11} =$ _____.

31. (2007 湖北第二次联考) 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_4 = 5$, 则 $S_7 =$ _____.

32. (2007 西安八校联考) 黑、白两种颜色的正六边形地板砖按如图所示的规律拼成若干个图案:



则第 n 个图案中有白色地板砖 _____ 块.

33. (2008 江西九校联考) 已知首项不为零的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若对任意的 $r, t \in \mathbf{N}^*$ 都有 $\frac{S_r}{S_t} = (\frac{r}{t})^2$.

(1) 判断 $\{a_n\}$ 是否为等差数列, 并证明你的结论;

(2) 若 $a_1 = 1, b_1 = 3$, 数列 $\{b_n\}$ 的第 n 项 b_n 是数列 $\{a_n\}$ 的第 b_{n-1} 项 ($n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}^*$), 求 b_n ;

(3) 求和: $T_n = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$.

34. (2008 福建第一次质检) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + c$ (c 为常数, $n \in \mathbf{N}^*$), 且 a_1, a_2, a_3 成公比不为 1 的等比数列.

(1) 求 c 的值;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

35. (2007 杭州第一次质检) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n(2n - 1)$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 证明数列 $\{a_n\}$ 为等差数列;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = S_1 + \frac{S_2}{2} + \frac{S_3}{3} + \dots + \frac{S_n}{n}$ ($n \in \mathbf{N}^*$),

试判定: 是否存在自然数 n , 使得 $b_n = 900$. 若存在, 求出 n 的值; 若不存在, 请说明理由.

(答案详见 80 页)



第三部分 创新预测题精选

测评题组

时间:45分钟 得分:

测评日:

一、选择题 (本题共5小题,每小题5分)

 1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = An^2$ ($n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n \geq 2$), $a_1 = 0$, 则 $a_n =$

A. $2n - 2$

B. $n - 1$

C. $\begin{cases} 0 & (n=1) \\ 2n-1 & (n \geq 2 \text{ 且 } n \in \mathbf{N}^*) \end{cases}$

D. $\begin{cases} 0 & (n=1) \\ n-1 & (n \geq 2 \text{ 且 } n \in \mathbf{N}^*) \end{cases}$

 2. (理) 已知递增数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, 2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$, 且 a_1, a_2, a_4 成等比数列, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项与前 n 项和 S_n 分别为

A. $a_n = 2n - 1, S_n = n^2$

B. $a_n = n, S_n = \frac{n^2 + n}{2}$

C. $a_n = n - 1, S_n = \frac{n^2 - n}{2}$

D. $a_n = n, S_n = \frac{n^2 - n}{2}$

 (文) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, 公差 $d > 0, a_2 \cdot a_3 = 45, a_1 + a_4 = 14$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项与前 n 项和 S_n 分别为

A. $a_n = 4n - 1, S_n = 2n - n$

B. $a_n = 4n - 3, S_n = 2n^2 - n$

C. $a_n = 4n - 3, S_n = 2n^2 + n$

D. $a_n = 4n + 3, S_n = 2n^2 + n$

 3. 等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_4 = 10, a_2 + a_5 = 12$, 则 $a_4 + a_7 =$

A. 16

B. 18

C. 20

D. 22

 4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是正项等差数列, 给出下列判断:

① $a_2 + a_8 = a_3 + a_6$; ② $a_4 \cdot a_6 \geq a_2 \cdot a_8$; ③ $a_5^2 \leq a_4 \cdot a_6$; ④ $a_2 + a_8 \geq 2\sqrt{a_4 \cdot a_6}$. 其中有可能正确的是

A. ①④

B. ①②④

C. ①③

D. ①②③

 5. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 > 0, S_8 = S_{13}, S_k = 0$, 则 k 的值为

A. 18

B. 19

C. 20

D. 21

二、填空题 (本题5分)

 6. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 > 0$, 若存在自然数 $p \geq 10$, 使得 $a_p = S_p$, 则 $n > p$ 时, S_n, a_n 的大小关系是_____.

三、解答题

7. (本小题满分12分)

 已知数列 $\{a_n\}, a_1 = \frac{1}{2}, S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n, n \in \mathbf{N}^*$, 并且

$$\lg(1 - S_n) + \lg(1 - S_{n-1}) = \lg a_n (n \geq 2).$$

 (1) 求证: $\left\{\frac{1}{S_n - 1}\right\}$ 为等差数列;

 (2) 求 S_n .

8. (本小题满分12分)

 已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = a, a_2 = 2$, 且数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n

$$= \frac{n(a_n - a_1)}{2} (n \in \mathbf{N}^*).$$

 (1) 求 a 的值;

 (2) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 并求其通项公式.

(答案详见81页)

第二节 等比数列

第一部分 五年高考题荟萃

2009年高考题

考点题组一 等比数列的通项公式

- (全国 II, 5 分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1$, $S_6 = 4S_3$, 则 $a_3 =$ _____.
- (重庆, 5 分) 设 $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{2}{a_n + 1}, b_n = \left| \frac{a_n + 2}{a_n - 1} \right|, n \in \mathbf{N}^+$, 则数列 $\{b_n\}$ 的通项 $b_n =$ _____.
- (陕西, 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = \frac{a_n + a_{n+1}}{2}, n \in \mathbf{N}^+$.
(I) 令 $b_n = a_{n+1} - a_n$, 证明: $\{b_n\}$ 是等比数列;
(II) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

考点题组二 等比数列的前 n 项和

- (北京, 5 分) 若数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n (n \in \mathbf{N}^+)$, 则 $a_5 =$ _____; 前 8 项的和 $S_8 =$ _____ (用数字作答)
- (辽宁, 5 分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_6}{S_3} = 3$, 则 $\frac{S_9}{S_6} =$ _____
A. 2 B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. 3
- (浙江, 4 分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = \frac{1}{2}$, 前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_4}{a_4} =$ _____.
- (宁夏, 海南, 5 分) 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 0$, 已知 $a_2 = 1, a_{n+2} + a_{n+1} = 6a_n$, 则 $\{a_n\}$ 的前 4 项和 $S_4 =$ _____.
- (辽宁, 10 分) 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 已知 S_1, S_3, S_2 成等差数列.
(I) 求 $\{a_n\}$ 的公比 q ;
(II) 若 $a_1 - a_3 = 3$, 求 S_n .

9. (山东,12分)等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,已知对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$,点 (n, S_n) 均在函数 $y = b^x + r$ ($b > 0$ 且 $b \neq 1, b, r$ 均为常数)的图象上.

(I)求 r 的值;

(II)当 $b = 2$ 时,记 $b_n = \frac{n+1}{4a_n}$ ($n \in \mathbf{N}^*$),求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

考点题组三 等比数列的性质及应用

10. (广东,5分)已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n > 0, n = 1, 2, \dots$,且 $a_5 \cdot a_{2n-5} = 2^{2n}$ ($n \geq 3$),则当 $n \geq 1$ 时, $\log_2 a_1 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{2n-1} =$

- A. $n(2n-1)$ B. $(n+1)^2$
C. n^2 D. $(n-1)^2$

11. (全国I,12分)在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} = (1 + \frac{1}{n})a_n + \frac{n+1}{2^n}$.

(I)设 $b_n = \frac{a_n}{n}$,求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II)求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

2005—2008年高考题

考点题组一 等比数列基本量的运算

1. (2008 浙江, 5 分)(文) 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2 = 2, a_3 = \frac{1}{4}$, 则公比 $q =$
 A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. 2 D. $\frac{1}{2}$
2. (2007 重庆, 5 分)(文) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 8, a_4 = 64$, 则公比 q 为
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 8

考点题组二 等比数列的通项公式

3. (2008 全国 I, 5 分)(文) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 3, a_2 + a_3 = 6$, 则 $a_7 =$
 A. 64 B. 81 C. 128 D. 243
4. (2006 重庆, 4 分)(理) 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3 (n \geq 1)$, 则该数列的通项 $a_n =$ _____.
5. (2008 全国 II, 12 分)(理) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 已知 $a_1 = a, a_{n+1} = S_n + 3^n, n \in \mathbf{N}^*$.
 (I) 设 $b_n = S_n - 3^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
 (II) 若 $a_{n+1} \geq a_n, n \in \mathbf{N}^*$, 求 a 的取值范围.
6. (2008 四川, 12 分)(文) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n - 2^n$.
 (I) 求 a_3, a_4 ;
 (II) 证明: $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ 是等比数列;
 (III) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.
7. (2007 全国 II, 12 分)(文) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q < 1$, 前 n 项和为 S_n . 已知 $a_3 = 2, S_4 = 5S_2$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.
8. (2006 全国 I, 12 分)(文) 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_3 = 2, a_2 + a_4 = \frac{20}{3}$. 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.
9. (2006 全国 II, 12 分)(文) 记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 已知 $S_4 = 1, S_8 = 17$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.