高等教育自学考试指定教材配套辅导

GAO DENG JIAO YU ZI XUE KAO SHI ZHI DING JIAO CAI PEI TAO FU DAO

高数(二)(概率统计)

主编 王 瑗

中国人事出版社

高等教育自学考试指定教材配套辅导

总主编:王才安　魏清源　程宝山

高等数学(二)

第二分册　概率论与数理统计

中国人事出版社

责任编辑： 戴宗济
责任设计： 董现仓
责任校对： 董国良
封面设计： 肖　红

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二) /王瑗主编. - 北京： 中国人事出版社，1998.12
(全国高等教育自学考试指定教材配套辅导/王才安主编)
ISBN 7 - 80139 - 312 - 0
Ⅰ.高… Ⅱ.王… Ⅲ.高等数学 - 高等教育 - 自学考试 - 自学参考资料 Ⅳ.013
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 28151 号

高等教育自学考试指定教材配套辅导
王才安　魏清源　程宝山 主编
高等数学(二)(概率论与数理统计)
王　瑗　主编
中国人事出版社出版
(100028 北京朝阳区西坝河南里 17 号楼)
新华书店经销
东方制图印刷有限公司印刷
*
1999 年 2 月　第 1 版　1999 年 2 月第 1 次印刷
开本：850×1168 毫米 1/32　　印张：56.375
字数： 1230 千字　　印数：1 - 5000 册
总 6 册　定价：75 元
本册售价：12 元

寄语考生

高等教育自学考试已走过了十几个春秋。十几年来，她为我国的现代化建设培养了大批合格的人才。随着改革的深化、社会的发展，高教自考方兴未艾，正向更高层次迈进。

经过十几年的实践，自学考试正逐渐走向成熟，我们对其规律也逐渐掌握。自学考试以自学为主，考生年龄、层次相差甚远，绝大部分考生是在工作学习之余参加考试的，这就增加了学习应试的难度。不少考生考了几年仍不能全部过关，影响很多考生的分配、评职、晋升等切身利益，更影响考生进一步深造。

为了帮助考生参加自考，我们特组织有长期自考辅导、评卷、出题经验的教师编写了这套辅导丛书。我们的初衷是：(一)让考生真正学到知识。(二)让考生顺利通过考试。

本套辅导丛书有以下几个特点：

(一)严格按照国家自考委颁布的大纲和指定教材的内容同步编写。

(二)着重于基础训练和应试知识的结合，把教材的知识点以题型的形式编写出来，使学生容易掌握和把握。

(三)书后附有模拟试题、学习方法、应试技巧，使学生一方面自测，另一方面掌握学习方法、答题技巧，起到事半功倍的效果。

愿这套辅导丛书能够帮助您顺利通过自考难关，早日实现美好的理想。

《高等教育自学考试指定教材配套辅导》编委会

前言

《高等数学(二)》是高教自考所有科目中最难的课程之一，许多考生交谈起来，说最怕的就是这门课，甚至因该课程屡试不过而放弃毕业的学生也为数不少。

《高等数学(二)》是在《高等数学(一)》的基础上开设的又一门高等数学课程，它除具有数学学科本身的严密性和逻辑性之外，又特别具有高度的抽象性(如“线性代数”)和研究方法的特殊性(如“概率统计”)。要学好这门课必须对该课程理论有深刻的理解，同时要理论联系实际，做好各类习题。

本书编排从“帮助考生”这一主导思想出发。在内容部分，按章排列，各章分四个部分。第一部分为“目的要求”，它是按国家教委统一规定的教学大纲要求，简明扼要的告诉学生对该章应掌握什么，理解什么。第二部分为“重点内容”，它是从指定的教材中提炼出来的纲领性知识，平时学习时应注意对这些知识点的掌握，在复习时更要抓住这些内容进行记忆。第三部分是“典型例题分析”，它包括精选出来的既注意代表性，又注意对知识的复盖面，同时注意难易层次的各类例题，在对例题进行解答的同时，通过加“注意”的方式，帮助学生正确理解概念，掌握方法。第四部分是“重点习题解答”，它给出教材中的大部分习题的正确解答，而这些习题的筛选，也是从“面对考试”的目的出发。(《概率统计》分册第一章和第四章没有这一部分，是为了减轻考生负担，也为了压缩篇幅。)

在复习了各章内容之后，请认真做完本书后面的“总复习题”，并参考给出的正确答案，检验自己的学习情况。该部分按自学考

试的题型安排，列出了大量习题，尤其是其中包含 92 年以来的历届考试试题，它对学生熟悉考试题型、了解考试难度有极重要的作用。

为了帮助考生，笔者特根据多年的阅卷经验，编写了“自考应试技巧”。仔细阅读这一部分，可帮助考生更好地发挥自己的水平，有效地提高考试成绩，起到“事半功倍”的效果。

本书附有两套《模拟试题》及参考答案。

本书最主要是为参加高等教育自学考试的学生编写的，但对于其他各类学习这门课的学生都大有裨益，可作为学习《线性代数》和《概率统计》的参考书。

本书由王媛副教授任主编，刘泮振、苏白云、张建立任副主编，参加此书编写的人员还有：常智业、艾明要、石永生和胡明灿。

书中不妥之处，望广大读者赐教。

1998 年 9 月

目　录

第一章　描述统计

(一)目的要求

统计是对数据进行搜集、整理、分析和推断，从而得出结论的一门科学。描述统计是统计学的一个组成部分。通过对本章的学习，要求在收集数据之后，能熟练地将数据整理成表格、图形形式，并用平均数、中位数和众数这三种位置特征值及极差、平均绝对偏差和标准差这三种变异特征值来概括、显示统计数据的特性。

(二)重点内容

1. 描述统计

统计由描述统计和推断统计两部分组成。描述统计由图形描述和特征值描述两大类，前者用直观的图形而后者用一些“数值”来反映统计数据的全貌及特征。

2. 图形描述

(1)资料的整理与分组：

将收集到的数据资料按数值从小到大的顺序排列，记最小值为 a，最大值为 b。在区间$[a,b]$(或比它略微放大一些的区间)插入分点 a_0(取区间的左端点值)、a_1、a_2、…… a_m(取区间的右端点值)，$a_0 < a_1 < a_2 < \cdots\cdots < a_m$，得到 m 个半开区间$[a_0、a_1)$，$[a_1$、

$a_2)\cdots\cdots[a_{m-1}、a_m)$，计算落在每个区间中的数据个数（称为频数），这样就把全部数据分成 m 组。通常采用组距相等的分法。组数应适当，m 一般取 7～15。

（2）频数直方图

频数直方图是以垂直条形代表频数分布的一种图形。条形的高度表示各组的频数或相对频数（频数与总数据个数之比），条形的宽度表示组距。

（3）累积频数图和多边形

小于某一值的累积频数就是小于该值的各组的频数的累计。以累积频数为高所得的直方图为累积频数图，连结区间左端点及各矩形顶端右端点所得的多边形称为累积频数多边形。

（4）帕莱托图和 *ABC* 分析

少数富人掌握国家的大部分财富，而众多的人口占有少量的收入，类似这种分布的规律称为帕莱托定律，而将这种分布画出的累积频数多边形称为帕莱托图。

在物资管理工作中，将物资按占用资金量分成 A、B、C 三类，对各类物资实行不同的管理方法，这种分类法称为 *ABC* 分析。

（5）洛伦茨曲线

调查家庭收入所得到累积频数多边形称为洛伦茨曲线，若此多边形的最低点为 0，最高点为 P，则曲线越接近直线 OP 说明收入越平均。

3. 位置特征

（1）平均数

n 个数据 $x_1、x_2\cdots\cdots x_n$ 的平均数为 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

假如 n 个数据分成 m 组，各组的中点是 $x_1^{(1)}、x_2^{(1)}\cdots\cdots x_m^{(1)}$，

相应的频数是 f_1、f_2、……f_m，则平均数 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}x_i^{(1)}f_i$

(2)中位数

n 个数从小到大依次排列为 x_1^*、x_2^*、……x_n^*，称位于最中间的数为中位数，记为 Md。

$$Md=\begin{cases} x_k^*,\left(k=\frac{n+1}{2}\right) & n\text{ 为奇数} \\ \frac{1}{2}(x_k^*+x_{k+1}^*),\left(k=\frac{n}{2}\right) & n\text{ 为偶数} \end{cases}$$

(3)众数

频数最大的数称为众数，记为 M_o，众数可能不唯一。

(4)平均数、中位数和众数的比较

当频数分布呈单峰对称时，三者是一致的。当频数分布不对称时，如为正(向右)偏斜，则众数最小，中位数次之，平均数最大；如为负(向右)偏斜，则平均数最小，中位数次之，众数为最大。

4.变异特征

变异特征反映了观测数据的离散程度。

(1)极差

又称为全距，记为 R，它是一组数据中最大值与最小值之差。

$$R=\max_{1\le i\le n}\{x_i\}-\min_{1\le i\le n}\{x_i\}$$

(2)平均绝对偏差

设 n 个数据为 x_1、x_2……x_n，用 MD 表示平均绝对偏差，其计算公式为

$$MD=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i-Md| \qquad \text{(以中位数为基准)}$$

或 $MD=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i-\bar{x}|$ （以平均数为基准）

(3)样本方差和标准差

样本方差为 $S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_1 - \bar{x})^2$

样本标准差为 $S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_1 - x)^2}$

(三)典型例题分析

例 1　一男子篮球队有 12 名队员,其身高(单位:厘米)为:192、197、210、215、187、186、194、195、188、196、205、206,求该队队员的平均身高。并求此组数据的中位数。

解:(1)$\bar{x} = \frac{1}{12}(192 + 197 + 210 + 215 + 187 + 186 + 194 + 195 + 188 + 196 + 205 + 206) = 197.58$(厘米)

(说明:12 个数每个都减去 185,再求平均数

$$x^* = \frac{1}{12}(7 + 12 + 25 + 30 + 2 + 1 + 9 + 10 + 3 + 11 + 20 + 21)$$
$$= 12.58\text{(厘米)}$$

则 $\bar{x} = 185 + 12.58 = 197.58$(厘米)

这是一种较简单的计算方法,适合于手工计算)

(2)将 12 个数从小到大排列为

186、187、188、192、194、195、196、197、205、206、210、215

中位数 $Md = \frac{1}{2}(195 + 196) = 195.5$

例 2　10 个数据分别为 1、1、1、2、3、3、4、4、4、5,求众数。

解:$M_0 = 1$ 和 4

例 3　某人加工的 6 只零件外径尺寸(单位:厘米)分别为 1.74、1.75、1.70、1.78、1.80、1.73,求他加工的零件的极差,平均绝对偏差和标准差。

解:　极差 $R = 1.80 - 1.70 = 0.10$(厘米)

平均数　$\bar{x} = \frac{1}{6}(1.74 + 1.75 + 1.70 + 14.78 + 1.80 + 1.73)$

$= 1.75$

平均绝对偏差　$MD = \frac{1}{6}[\,|1.74 - 1.75| + |1.75 - 1.75|$

$+ |1.70 - 1.75| + |1.78 - 175|$

$+ |1.80 - 1.75| + |1.73 - 1.75|\,]$

≈ 0.027

样本方差　$S^2 = \frac{1}{6}[(1.74 - 1.75)^2 + (1.75 - 1.75)^2$

$+ (1.70 - 1.75)^2 + (1.78 - 1.75)^2$

$+ (1.80 - 1.75)^2 + (1.73 - 1.75)^2]$

≈ 0.00107

标准差　$S = \sqrt{0.00107} \approx 0.0327$

第二章　概率的基本概念

(一)目的要求

本章是概率论中最基本的内容之一。通过对本章的学习,要求掌握随机事件、事件的概率、条件概率、独立性等基本概念,了解概率的三条基本性质和两个概率模型(古典概型和独立试验模型),并能熟悉和运用事件与概率的有关运算。

(二)重点内容

1.事件及其概率

(1)随机试验

具有下述三个特性的试验称为随机试验:

①可以在相同的条件下重复地进行;

②每次试验的可能结果不止一个,在试验之前能明确试验的所有可能结果;

③进行一次试验之前不能确定将出现哪一个结果。

(2)随机事件与样本空间

在一次试验中可能出现也可能不出现的事情称为随机事件,简称为事件。随机试验中每一个基本结果称为基本事件,也称为样本点。对一个试验 E,其全体样本点的集合称为样本空间,记为 Ω。

作为随机事件的两个特例,称在每次试验中一定发生的事件为必然事件,仍用Ω表示,称在每次试验中一定不发生的事件为不可能事件,记作 Φ。

随机事件又可表述为样本空间中样本点的某个集合,则样本空间是必然事件,空集是不可能事件。

(3)事件之间的关系和运算

①事件之间的关系

1°.包含关系:A、B 为二事件,如果 A 出现必然导致 B 出现,则称事件 B 包含事件 A,或称 A 包含在 B 中,记作 $B \supset A$ 或 $A \subset B$,(图 2-1)。

2°.相等关系:A、B 为二事件,如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$,则称事件 A 与 B 相等或等价,记作 $A = B$。

图 2-1

3°.互不相容(互斥):如果二事件 A、B 同时出现是不可能的,则称 A、B 二事件互不相容或互斥,互不相容的二事件不可能有共同的样本点(图 2-2)。

4°.互逆关系:如果二事件 A、B 互不相容,而且在任何一次试验中,A、B 必然有一个出现,则称 A、B 互逆,或互为对立事件,记 $A = \bar{B}$,$B = \bar{A}$,(图 2-3)。

图 2-2

注意:A、B 互逆 $\Rightarrow$ A、B 互不相容 $\Leftrightarrow$ $AB = \Phi$

A、B 互不相容 $\nRightarrow$ A、B 互逆。

②事件的运算

1°.事件的和(并):“二事件 A、B 中至少有一个出现”是一个事件,称此事件为 A 与 B 的和或并,记作 $A + B$ 或 $A \cup B$。

“n 个事件 A_1、A_2……A_n 中至少有一个出

图 2-3

现”是一个事件，称此事件为 A_1、A_2……A_n 的和或并，记作 $A_1+A_2+\cdots\cdots+A_n=\sum_{i=1}^{n}A_i$ 或 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cdots\cup A_n=\bigcup_{i=1}^{n}A_i$

2°. 事件的积（交）：“二事件 A、B 同时出现”是一个事件，称此事件为 A 与 B 的积或交，记作 AB 或 $A\cap B$，“n 个事件 A_1、A_2……A_n 同时出现”是一个事件，称此事件为 A_1、A_2……A_n 的积或交，记作 $A_1A_2\cdots\cdots A_n=\prod_{i=1}^{n}A_i$ 或 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cdots\cap A_n=\bigcap_{i=1}^{n}A_i$

3°. 事件的差：“A 出现而 B 不出现”是一个事件，称此事件为 A 与 B 的差，记作 $A-B$。

注意：$A-B=A\bar{B}$

③事件的运算法则：

1°. 交换律　$A+B=B+A$　　$AB=BA$

2°. 结合律　$A+B+C=(A+B)+C=A+(B+C)$

$ABC=(AB)C=A(BC)$

3°. 分配律　$(A+B)C=AC+BC$

$A+BC=(A+B)(A+C)$

或写作　$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

4°. 德莫根定律（对偶律）　$\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$

$\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$

(4)频率与概率

①频率：对于随机事件 A，若在 n 次试验中出现了 μ 次，则称 $F_n(A)=\frac{\mu}{n}$ 为事件 A 在这 n 次试验中出现的频率。

②概率：称能反映事件 A 在一次试验中发生的可能性大小的数值为事件 A 的概率。

概率的统计定义：设随机事件 A 在 n 次重复试验中出现的频率为 $\frac{\mu}{n}$，如果 n 很大时，$\frac{\mu}{n}$ 稳定在某一数值 p 的附近摆动，而且一

般说来随着试验次数 n 的增加,其摆动的幅度越来越小,则称 P 为随机事件 A 的概率,记作 $P(A)=p$。

2.古典概型

(1)古典概型的特征

①试验 E 的样本空间Ω只含有限个样本点;

②每个样本点(基本事件)的发生是等可能的。

(2)概率的古典定义

设 E 为古典概型,A 是一事件,若样本空间Ω所含的基本事件总数为 n,而 A 所含基本事件个数为 r,则

$$P(A)=\frac{r}{n}$$

3.概率的基本性质及其推论

(1)基本性质:

① $P(A)\geqslant 0$,(称为概率的非负性);

② $P(\Omega)=1$,(称为概率的规范性);

③若事件 A 与 B 互不相容,即 $AB=\Phi$,则

$P(A+B)=P(A)+P(B)$,(称为概率的有限可加性)。

(2)推论

① $0\leqslant P(A)\leqslant 1$

② $P(\Phi)=0$

③若 A_1、A_2、$\cdots A_n$ 两两互不相容,则

$$P(\sum_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)$$

④$P(\bar{A})=1-P(A)$

⑤若 $A\supset B$,则 $P(A-B)=P(A)-P(B)$

⑥$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

⑦$P(A+B)\leqslant P(A)+P(B)$