




中等职业教育课程改革国家规划新教材  
全国中等职业教育教材审定委员会审定

# 数 学

(基础模块)

上 册

主编 李广全 李尚志

 高等教育出版社



中等职业教育课程改革国家规划新教材  
全国中等职业教育教材审定委员会审定

# 数 学

(基础模块)

上 册

主编 李广全 李尚志  
主审 李 忠 李大矛

## 内容提要

本套教材是中等职业教育课程改革国家规划新教材,根据教育部2009年颁布的《中等职业学校数学教学大纲》(简称“教学大纲”)编写,经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。教材坚持“教学大纲”对“课程教学目标”的定位,内容的选取严格遵循“教学大纲”对认知要求和技能与能力要求的规定。

根据“教学大纲”对教材内容结构的规定,本套教材共5本,分为基础模块(上、下册),职业模块(分为“工科类”和“财经商贸与服务类”两种)和拓展模块。本书是基础模块上册,主要内容包括:集合,不等式,函数,指数函数与对数函数,三角函数。书后附有“预备知识”和“教材使用的部分数学符号”两个附录。基础模块下册内容包括:数列,平面向量,直线和圆的方程,立体几何,概率与统计。本书努力体现中等职业教育“以服务为宗旨,以就业为导向”的办学方针;基本概念和原理叙述准确,科学事实与社会现象描述清楚,引用的数据、图表等材料可靠;具有较好的教学适用性、知识实用性、结构合理性和使用灵活性。

教材同步配备教学参考书、供学生使用的学习与训练用书和丰富的数字化教学资源,其中数字化教学资源主要包括电子教案、演示文稿、教学课件、优秀教学案例、说课录像、网络课程、作业系统、中职生学业评价与监测系统。这些资源依照职业教育的教学规律精心设计,可供各学校选择使用。

按照本书最后一页“郑重声明”下方的学习卡账号使用说明,登录 <http://sve.hep.com.cn>,可以上网学习,下载数字化教学资源。

本教材可供中等职业学校的教师和学生使用。

## 图书在版编目(CIP)数据

数学:基础模块.上册/李广全,李尚志主编. —北京:  
高等教育出版社,2009.6

ISBN 978-7-04-027769-2

I. 数… II. ①李…②李… III. 数学课-专业学校-  
教材 IV. G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第094201号

策划编辑	邵勇 薛春玲	责任编辑	薛春玲	封面设计	刘晓翔	责任绘图	黄建英
版式设计	赵阳	责任校对	杨凤玲	责任印制	朱学忠		

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120  
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司  
印 刷 山东鸿杰印务集团有限公司

开 本 787×1092 1/16  
印 张 10  
字 数 210 000

购书热线 010-58581118  
咨询电话 400-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2009年6月第1版  
印 次 2009年6月第1次印刷  
定 价 15.80元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 27769-00

# 中等职业教育课程改革国家规划新教材 出版说明

为贯彻《国务院关于大力发展职业教育的决定》(国发[2005]35号)精神,落实《教育部关于进一步深化中等职业教育教学改革的若干意见》(教职成[2008]8号)关于“加强中等职业教育教材建设,保证教学资源基本质量”的要求,确保新一轮中等职业教育教学改革顺利进行,全面提高教育教学质量,保证高质量教材进课堂,教育部对中等职业学校德育课、文化基础课等必修课程和部分大类专业基础课教材进行了统一规划并组织编写,从2009年秋季学期起,国家规划新教材将陆续提供给全国中等职业学校选用。

国家规划新教材是根据教育部最新发布的德育课程、文化基础课程和部分大类专业基础课程的教学大纲编写,并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过的。新教材紧紧围绕中等职业教育的培养目标,遵循职业教育教学规律,从满足经济社会发展对高素质劳动者和技能型人才的需要出发,在课程结构、教学内容、教学方法等方面进行新的探索与改革创新,对于提高新时期中等职业学校学生的思想道德水平、科学文化素养和职业能力,促进中等职业教育深化教学改革,提高教育教学质量将起到积极的推动作用。

希望各地、各中等职业学校积极推广和选用国家规划新教材,并在使用过程中,注意总结经验,及时提出修改意见和建议,使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

2009年5月

本套教材是中等职业教育课程改革国家规划新教材,根据教育部 2009 年颁布的《中等职业学校数学教学大纲》(以下简称“教学大纲”)编写。教材坚持“教学大纲”对“课程教学目标”的定位。根据“教学大纲”中“基础模块”、“职业模块”、“拓展模块”的教学内容结构划分,本套教材相应的分成《数学》(基础模块)(上、下册)、《数学》(职业模块)(分为“工科类”和“财经、商贸与服务类”两种)和《数学》(拓展模块)。每册教材都配备了教学参考书、学习与训练(供学生使用)、助教光盘和助学光盘。教材内容的选取严格按照“教学大纲”规定的“教学内容与要求”,遵循“教学大纲”对认知要求和技能与能力要求的规定。

本书是《数学(基础模块)上册》,主要体现了以下编写特色:

1. 突出基础性。在保证科学性的基础上,不刻意追求学科体系的完整性,降低教材难度,减轻学生负担。

2. 突出职业性。选择与生产岗位相关的素材,与职业岗位的数学实际应用相结合体现数学知识在职业中的应用。

3. 体现普及性教育的特征。从学生实际状况出发,做好与九年制义务教育阶段的衔接,从学生学过的知识中,提出问题,通过引申、拓展来讲解新知识。

4. 体现分层教学的思想。考虑到学生基础的差异性,教材在部分章节中,安排了标有“\*”的例题,并在章复习题和节习题中安排了 A、B 两组题目,以适应不同层次学生的需求。

5. 体现时代特征。一方面,落实“教学大纲”对计算器使用的要求,相关知识点要与计算器的使用相整合;另一方面,落实“教学大纲”对计算机软件的使用要求,在教材中把教学内容与常用计算机教学软件有机地结合起来,利用软件的强大功能,方便教师的教学,提升学生对数学的理解。

6. 紧密结合学生生活中的实际问题。一方面,从生活中的实际问题引入数学概念;另一方面,利用数学知识解决生活中的实际问题,体验数学知识的应用。

7. 根据中等职业学校学生的年龄特征和心理特点,教材依照“[实例]、[观察]、[问题]、[知识回顾]、[实验]、[新知识]、[知识巩固]、[知识应用]、[想一想]、[试一试]、[计算器使用]、[软件链接]、[实际操作]”等版块组织教学内容,同时在边白中增加“[小资料]、[小知识]、[小提示]、[名人名言]”等生动活泼的附加板块,以增加教材的趣味性,激发学生的学习兴趣。每章后面设置了“阅读与

欣赏”栏目,介绍数学科学史、知识应用案例等内容,拓宽视野,引起学生兴趣。

8. 语言文字简洁、准确、流畅,通俗易懂。数学符号的使用严格执行国家有关的技术标准和规定。

9. 全套教材的编写注重基础模块与职业模块、拓展模块之间的衔接,并体现不同模块之间的差异性。

教材主要编写人员为教育部2009年“教学大纲”制定专家组负责人,在教材编写中,将当前教学改革的精神以及“教学大纲”提出的教学内容要求与学校实际教学情况相结合,努力体现中等职业教育“以服务为宗旨,以就业为导向”的办学方针;基本概念和原理叙述准确,科学事实与社会现象描述清楚,引用的数据、图表等材料可靠;具有较好的教学适用性、知识实用性、结构合理性和使用灵活性。

根据“教学大纲”中“现代教育技术的应用建议”的要求,我们精心设计并开发了可以满足不同教学需求的多种数字化教学资源。围绕本教材主要知识点,开发如下数字化教学资源:

- 教师备课资料:优秀电子教案和教学课件(以演示文稿、FLASH、VB, AUTHORWARE等多种形式呈现),作图工具;贴近生活、生产的引入实例,与工作岗位贴近的实际应用案例;优秀教学实案,示范课录像,说课录像等
- 学生学习资料:包括知识回顾,习题解惑、释难解疑、自我测试等
- 课后复习资料:试题库、作业系统、自测系统等
- 知识拓展:趣味数学、阅读材料等
- 试卷库:各种类型的试卷
- 中职生学业评价与监测系统:包括题库及以题库和多种教育评价技术为基础的评价与监测系统

上述资源将根据教与学的需求,分别以助教光盘、助学光盘和网络平台的形式呈现,供教师与学生使用。按照本书最后一页“郑重声明”下方的学习卡账号使用说明,登录<http://sve.hep.com.cn>上网学习,下载数字化教学资源。

本书是基础模块上册,内容包括:集合,不等式,函数,指数函数与对数函数,三角函数;书后附有“预备知识”和“教材使用的部分数学符号”两个附录。完成本书内容需要64学时,学时分配见下表:

学时分配表

章内容	学时数	章内容	学时数
第1章 集合	10	第4章 指数函数与对数函数	12
第2章 不等式	8	第5章 三角函数	18
第3章 函数	12	机动学时	4

基础模块下册内容包括:数列,平面向量,直线和圆的方程,立体几何,概率与统计。

本册教材由李广全和李尚志任主编,副主编为:王夏、谢幼平、王秋颖。参加教材编写的有:李广全、周小娟、王夏、谢幼平、裴善仁、王秋颖。

编者衷心感谢上海科技管理学校丁百平老师,中央广播电视大学张进军副研究员,福建省职业技术教育中心刘春佳主任,他们在本书的编写过程中提出了宝贵的修改意见。

本书经全国中等职业教育教材审定委员会审定,由李忠教授和李大矛教授审稿,他们对本书的初稿提出了宝贵的修改意见。

高等教育出版社对本套教材的编写、出版给予了很大的支持。王军伟、张东英、邵勇、薛春玲同志为本套教材的出版付出了大量的劳动,在此一并表示感谢!

由于编者的学术水平有限,时间仓促,书中难免存在不足之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议,意见反馈可发邮件至 [zz\\_dzyj@pub.hep.cn](mailto:zz_dzyj@pub.hep.cn)。

编者

二〇〇九年四月

# Contents

# 目 录

第 1 章 集合 .....	1
1.1 集合的概念 / 2	
1.2 集合之间的关系 / 7	
1.3 集合的运算 / 10	
1.4 充要条件 / 15	
复习题 1 / 17	
阅读与欣赏 康托尔与集合论 / 18	
第 2 章 不等式 .....	21
2.1 不等式的基本性质 / 22	
2.2 区间 / 26	
2.3 一元二次不等式 / 29	
2.4 含绝对值的不等式 / 34	
复习题 2 / 36	
阅读与欣赏 数学家华罗庚 / 38	
第 3 章 函数 .....	39
3.1 函数的概念及表示法 / 40	
3.2 函数的性质 / 46	
3.3 函数的实际应用举例 / 54	
复习题 3 / 57	
阅读与欣赏 个人所得税计算方法解析 / 59	
第 4 章 指数函数与对数函数 .....	63
4.1 实数指数幂 / 64	



4.2	指数函数 / 72	
4.3	对数 / 78	
4.4	对数函数 / 83	
	复习题 4 / 87	
	阅读与欣赏 声音的计量及噪音 / 89	
第 5 章 三角函数 .....		91
5.1	角的概念推广 / 92	
5.2	弧度制 / 97	
5.3	任意角的正弦函数、余弦函数和正切函数 / 102	
5.4	同角三角函数的基本关系 / 107	
5.5	诱导公式 / 110	
5.6	三角函数的图像和性质 / 116	
5.7	已知三角函数值求角 / 123	
	复习题 5 / 126	
	阅读与欣赏 光周期现象及其应用 / 127	
附录 1 预备知识 .....		129
附录 2 教材使用的部分数学符号 .....		147

# 第 1 章

## 集 合

缤纷多彩的世界，众多繁杂的现象，需要我们去认识。将对象进行分类，加强对其属性的认识，是解决复杂问题的重要手段之一。例如，按照使用功能分类存放物品，在取用时就十分方便。

集合是基本的数学语言，充要条件是逻辑知识的基本概念。学习运用这些知识，可以准确地对客观世界中的对象进行描述并对其进行分类研究，抓住它们的特征性质，从而提高应用数学语言来刻画现实世界、进行交流的能力。

本章主要学习集合与充要条件的知识。这些知识及其蕴涵的数学思想方法，渗透到生活和职业中的各个领域，是学生基本数学素质的重要组成部分。

## 1.1 集合的概念

### 1.1.1 集合与元素

#### 实例

图 1-1 给出了学生常用的五种文具：铅笔、小刀、橡皮、学生用尺、水笔。这时，我们就说，铅笔、小刀、橡皮、学生用尺、水笔组成了学生常用文具的集合，铅笔、小刀、橡皮、学生用尺、水笔都是这个集合的元素。

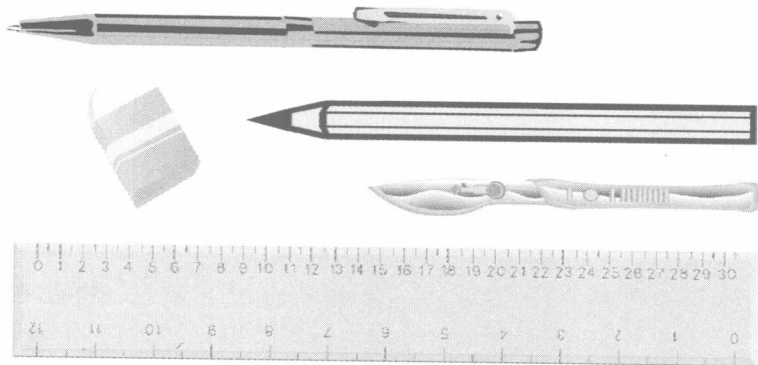
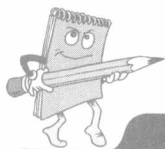


图 1-1



我们每个人手里都有一把自学成才的钥匙，这就是：理想、勤奋、毅力、虚心和科学方法。

——华罗庚

#### 新知识

由某些确定的对象组成的整体叫做集合，简称集。组成集合的对象叫做这个集合的元素。

一般采用大写英文字母  $A, B, C, \dots$  表示集合，小写英文字母  $a, b, c, \dots$  表示集合的元素。

如果  $a$  是集合  $A$  的元素，就说  $a$  属于  $A$ ，记作  $a \in A$ 。如果  $a$  不是集合  $A$  的元素，就说  $a$  不属于  $A$ ，记作  $a \notin A$ 。

#### 知识巩固

例 1 下列对象能否组成集合？

- (1) 所有小于 10 的自然数；
- (2) 某班个子高的同学；



一门科学，只有当它成功地运用数学时，才能达到真正完善的地步。

——马克思

(3) 方程  $x^2 - 1 = 0$  的所有解;

(4) 不等式  $x - 2 > 0$  的所有解.

**解** (1) 由于小于 10 的自然数包括 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 十个数, 它们是确定的对象, 所以它们可以组成集合.

(2) 由于个子高没有具体的标准, 对象是不确定的, 因此不能组成集合.

(3) 方程  $x^2 - 1 = 0$  的解是 -1 和 1, 它们是确定的对象, 所以可以组成集合.

(4) 解不等式  $x - 2 > 0$ , 得  $x > 2$ , 它们是确定的对象, 所以可以组成集合.

**注** 组成集合的对象是确定的. 对于任何一个对象, 或者属于这个集合, 或者不属于这个集合, 二者必居其一.



### 新知识

例 1(1) 中, 集合的元素是小于 10 的十个自然数. 像这样, 由数组成的集合, 叫做**数集**.

例 1(3) 中, 集合的元素是 -1 和 1, 它们都是方程  $x^2 - 1 = 0$  的解. 像这样, 由方程的所有解组成的集合叫做这个方程的**解集**.

例 1(4) 中, 集合的元素是大于 2 的实数, 它们都是不等式  $x - 2 > 0$  的解. 像这样, 由不等式的所有解组成的集合叫做这个不等式的**解集**.

显然方程的解集与不等式的解集都是数集.

我们用如下特定的大写英文字母表示常用的几个数集:

所有自然数组成的集合叫做**自然数集**, 记作  $\mathbf{N}$ .

所有正整数组成的集合叫做**正整数集**, 记作  $\mathbf{N}^*$ .

所有整数组成的集合叫做**整数集**, 记作  $\mathbf{Z}$ .

所有有理数组成的集合叫做**有理数集**, 记作  $\mathbf{Q}$ .

所有实数组成的集合叫做**实数集**, 记作  $\mathbf{R}$ .

像方程  $x^2 - 1 = 0$  的解集那样, 含有有限个元素的集合叫做**有限集**; 像自然数集那样, 含有无限个元素的集合叫做**无限集**.

不含任何元素的集合叫做**空集**, 记作  $\emptyset$ . 例如, 由大于 3 并且小于 2 的数组成的数集就是空集.



### 练习 1.1.1

1. 用符号 " $\in$ " 或 " $\notin$ " 填空:

(1)  $-3$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ,  $0.5$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ,  $3$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ;

(2)  $1.5$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ,  $-5$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ,  $3$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;

(3)  $-0.2$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ,  $\pi$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ,  $7.21$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ;

(4)  $1.5$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ ,  $-1.2$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ ,  $\pi$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ .

2. 指出下列各集合中, 哪些集合是空集?

(1) 方程  $x^2 + 1 = 0$  的解集; (2) 方程  $x + 2 = 2$  的解集.

## 1.1.2 集合的表示法

### 1. 列举法

#### 实例

2008年北京奥运会,中国乒乓球队取得大满贯的骄人成绩.参赛成员有:张怡宁、郭跃、王楠、王励勤、王皓、马琳(如图1-2).



图 1-2

#### 新知识

中国乒乓球队参赛成员集合可以表示为

$\{\text{张怡宁, 郭跃, 王楠, 王励勤, 王皓, 马琳}\}$ .

这种表示集合的方法叫做**列举法**.具体方法是:将元素一一列出,用逗号分隔,用花括号括为一个整体.例如方程  $x^2 - 1 = 0$  的解集,用列举法可表示为  $\{-1, 1\}$ .

当集合为元素很多的有限集或为无限集时,可以在花括号内只写出几个元素,其他元素用省略号表示.需要注意,写出的元素必须要让人明白省略号表示了哪些元素.例如,由小于 100 的自然数组成的集合可以表示为  $\{0, 1, 2, \dots, 99\}$ ,正偶数集可以表示为  $\{2, 4, 6, \dots\}$ .

**注意:**用列举法表示集合时,不必考虑元素的排列顺序,如集合  $\{1, -1\}$  与集合  $\{-1, 1\}$  表示的是同一个集合.集合中的元素是不重复的,如不能用  $\{1, -1, 1\}$  表示集合  $\{1, -1\}$ .



#### 想一想

集合  $\{0\}$  是空集吗?

#### 知识巩固

**例 2** 用列举法表示下列各集合:

(1) 大于 -4 且小于 12 的所有偶数组成的集合;

(2) 方程  $x^2 - 5x - 6 = 0$  的解集.

**分析** 这两个集合都是有限集. 第(1)题的元素可以直接列举出来; 第(2)题的元素需要解方程  $x^2 - 5x - 6 = 0$  才能得到.

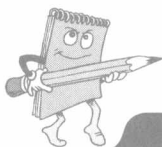
**解** (1)  $\{-2, 0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ;

(2) 解方程  $x^2 - 5x - 6 = 0$  得  $x_1 = -1, x_2 = 6$ , 故方程的解集为  $\{-1, 6\}$ .



**注意**

0 是偶数.



在数学的领域中, 提出问题的艺术比解答问题的艺术更为重要.

——康托尔

## 2. 描述法



### 问题

怎样表示“由小于5的所有实数组成的集合”呢?



### 新知识

显然小于5的实数有无穷多个, 而且无法一一列举出来, 因此这个集合要采用一种新的方法来表示.

容易看出, 这个集合的元素具有如下的特征性质:

(1) 集合的元素都是实数; (2) 集合的元素都小于5.

利用元素所具有的特征性质, 可以明确地表示这个集合. 将其表示为

$$\{x | x < 5, x \in \mathbf{R}\}.$$

像这样, 利用元素特征性质来表示集合的方法叫做**描述法**. 具体方法是: 在括号内写出代表元素, 然后画一条竖线, 竖线的右侧写出元素所具有的特征性质.

如果从上下文能够明显看出集合的元素为实数, 那么可以将  $x \in \mathbf{R}$  省略不写. 上述集合可以表示为

$$\{x | x < 5\}.$$



### 知识巩固

**例3** 用描述法表示下列各集合:

- (1) 不等式  $2x + 1 \leq 0$  的解集;
- (2) 所有奇数组成的集合;
- (3) 由第一象限所有的点组成的集合.

**分析** 用描述法表示集合的关键是找出元素的特征性质. 第(1)题, 通过解不等式可以得到元素的特征性质; 第(2)题, 奇数的特征性质是“元素都能写成  $2k + 1 (k \in \mathbf{Z})$  的形式”; 第(3)题, 元素是第一象限的点, 其特征性质是这些点的横坐标与纵坐标都为正数.

**解** (1) 解不等式  $2x + 1 \leq 0$  得  $x \leq -\frac{1}{2}$ , 所以不等式  $2x + 1 \leq 0$  的解集为



## 说明

第(3)题中的集合是由平面中的一些点组成的集合,我们把这样的集合叫做平面点集,其代表元素为点,其坐标用有序实数对  $(x, y)$  表示,其中  $x$  表示点的横坐标,  $y$  表示点的纵坐标.

$$\left\{x \mid x \leq -\frac{1}{2}\right\}.$$

(2) 所有奇数组成的集合为

$$\{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}.$$

(3) 由第一象限所有的点组成的集合为

$$\{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}.$$

为了简便起见,在使用描述法表示某些集合时,可以省略竖线及其左边的代表元素,用描述性语言来叙述集合的特征性质.例如所有正奇数组成的集合可以表示为

$$\{\text{正奇数}\}.$$

用“列举法”表示集合,可以明确看到集合的元素;用“描述法”表示集合,可以清晰地反映出元素的特征性质.在具体问题中,要灵活选用适当的方法来表示集合.

### 练习 1.1.2

1. 用列举法表示下列各集合:

- (1) 方程  $x^2 - 3x - 4 = 0$  的解集;      (2) 方程  $4x + 3 = 0$  的解集;  
 (3) 由数 1, 4, 9, 16, 25 组成的集合;      (4) 所有正奇数组成的集合.

2. 用描述法表示下列各集合:

- (1) 大于 3 的所有实数组成的集合;      (2) 方程  $x^2 - 4 = 0$  的解集;  
 (3) 大于 5 的所有偶数组成的集合;      (4) 不等式  $2x - 5 > 3$  的解集.

### 习题 1.1

#### A 组

1. 指出下列各集合中,哪些是空集? 哪些是有限集? 哪些是无限集?

- (1)  $\{x \mid x + 1 = 0\}$ ;      (2)  $\{x \mid x^2 + 1 = 0\}$ ;  
 (3)  $\{(x, y) \mid x = y\}$ ;      (4)  $\{x \mid -5 \leq x < 0\}$ .

2. 用列举法表示下列各集合:

- (1) 所有小于 5 的正整数组成的集合;  
 (2) 绝对值小于 4 的所有整数组成的集合;  
 (3) 方程  $3x - 5 = 1$  的解集;  
 (4) 方程  $x^2 + 3x - 4 = 0$  的解集.

3. 用描述法表示下列各集合:

- (1) 绝对值小于 4 的所有实数组成的集合;  
 (2)  $y$  轴上的所有点组成的集合.

#### B 组

1. 用列举法表示下列各集合:

(1)  $\left\{x \mid -\frac{2}{3} < x < 4, x \in \mathbf{Z}\right\}$ ;

(2)  $\{x \mid x = 4k - 1, -2 < k < 2, k \in \mathbf{Z}\}$ .

2. 选用适当的方法表示下列各集合:

(1) 被4除余数为1的所有自然数组成的集合;

(2) 大于-4且小于8的所有整数组成的集合.

## 1.2 集合之间的关系

### 1.2.1 子集

#### 问题

设集合  $M = \{\text{数学, 语文, 英语, 计算机应用基础, 体育与健康, 物理, 化学}\}$ ,  $N = \{\text{数学, 语文, 英语, 计算机应用基础, 体育与健康}\}$ , 那么集合  $M$  与  $N$  之间存在什么关系呢?

可以发现, 集合  $N$  的元素都是集合  $M$  的元素.

#### 新知识

一般地, 如果集合  $B$  的元素都是集合  $A$  的元素, 那么把集合  $B$  叫做集合  $A$  的子集, 记作  $B \subseteq A$  (或  $A \supseteq B$ ), 读作“ $B$  包含于  $A$ ” (或“ $A$  包含  $B$ ”).

集合  $B$  是集合  $A$  的子集, 可以用图 1-3 所示的图形直观地表示, 其中两个封闭曲线的内部分别表示集合  $A$ 、 $B$ .

由子集的定义可知, 任何一个集合都是它自身的子集, 即  $A \subseteq A$ .

规定: 空集是任何集合的子集, 即  $\emptyset \subseteq A$ .

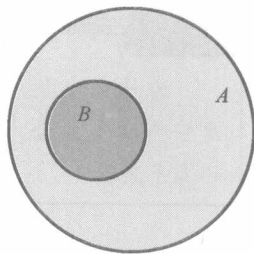


图 1-3

#### 知识巩固

例 1 用符号“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”、“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1)  $\{a, b, c, d\}$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{a, b\}$ ; (2)  $\emptyset$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{1, 2, 3\}$ ;

(3)  $\mathbf{N}$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{Q}$ ; (4)  $0$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\mathbf{R}$ ;

(5)  $d$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{a, b, c\}$ ; (6)  $\{x \mid 3 < x < 5\}$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\{x \mid 0 \leq x < 6\}$ .

分析 “ $\subseteq$ ”和“ $\supseteq$ ”是用来表示集合与集合之间关系的符号, 本题中的



(1)、(2)、(3)、(6) 研究的是集合与集合之间的关系;而“ $\in$ ”和“ $\notin$ ”是用来表示元素与集合之间关系的符号,本题中的(4)、(5)研究的是元素与集合之间的关系.

解 (1) 集合  $\{a,b\}$  的元素都是集合  $\{a,b,c,d\}$  的元素,因此

$$\{a,b,c,d\} \supseteq \{a,b\};$$

(2) 空集是任何集合的子集,因此  $\emptyset \subseteq \{1,2,3\}$ ;

(3) 自然数都是有理数,因此  $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Q}$ ;

(4) 0 是实数,因此  $0 \in \mathbf{R}$ ;

(5)  $d$  不是集合  $\{a,b,c\}$  的元素,因此  $d \notin \{a,b,c\}$ ;

(6) 集合  $\{x|3 < x < 5\}$  的元素都是集合  $\{x|0 \leq x < 6\}$  的元素,因此

$$\{x|3 < x < 5\} \subseteq \{x|0 \leq x < 6\}.$$

### 练习 1.2.1

用符号“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”、“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1)  $\mathbf{N}^* \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$ ; (2)  $\{0\} \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$ ;

(3)  $a \underline{\hspace{1cm}} \{a,b,c\}$ ; (4)  $\{2,3\} \underline{\hspace{1cm}} \{2\}$ ;

(5)  $0 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$ ; (6)  $\{x|1 < x \leq 2\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|-1 < x < 4\}$ .

## 1.2.2 真子集

### 观察

集合  $M = \{1,2,3,4,5\}$ ,  $N = \{1,3,5,2,4\}$ ,  $P = \{1,2,3\}$ .  $N$  中的元素都是  $M$  中的元素,  $P$  中的元素也都是  $M$  中的元素,所以  $N \subseteq M$ ,  $P \subseteq M$ . 但是,  $M$  与  $N$  的元素完全相同,而  $M$  中的元素 4 和 5 不是集合  $P$  的元素.

### 新知识

如果集合  $B$  是集合  $A$  的子集,并且  $A$  中至少有一个元素不属于  $B$ ,那么把  $B$  叫做  $A$  的**真子集**,记作  $B \subsetneq A$  (或  $A \supsetneq B$ ),读作“ $B$  真包含于  $A$ ”(或“ $A$  真包含  $B$ ”).

显然,空集是任何非空集合的真子集.

### 知识巩固

例 2 设集合  $M = \{0,1,2\}$ ,试写出  $M$  的所有子集,并指出其中的真子集.

分析 集合  $M$  中有 3 个元素,其子集可以是空集、含 1 个元素的集合、含 2 个元素的集合和含 3 个元素的集合.

想一想

为什么空集是任何非空集合的真子集?

想一想

“子集”和“真子集”两个概念之间有什么区别与联系?