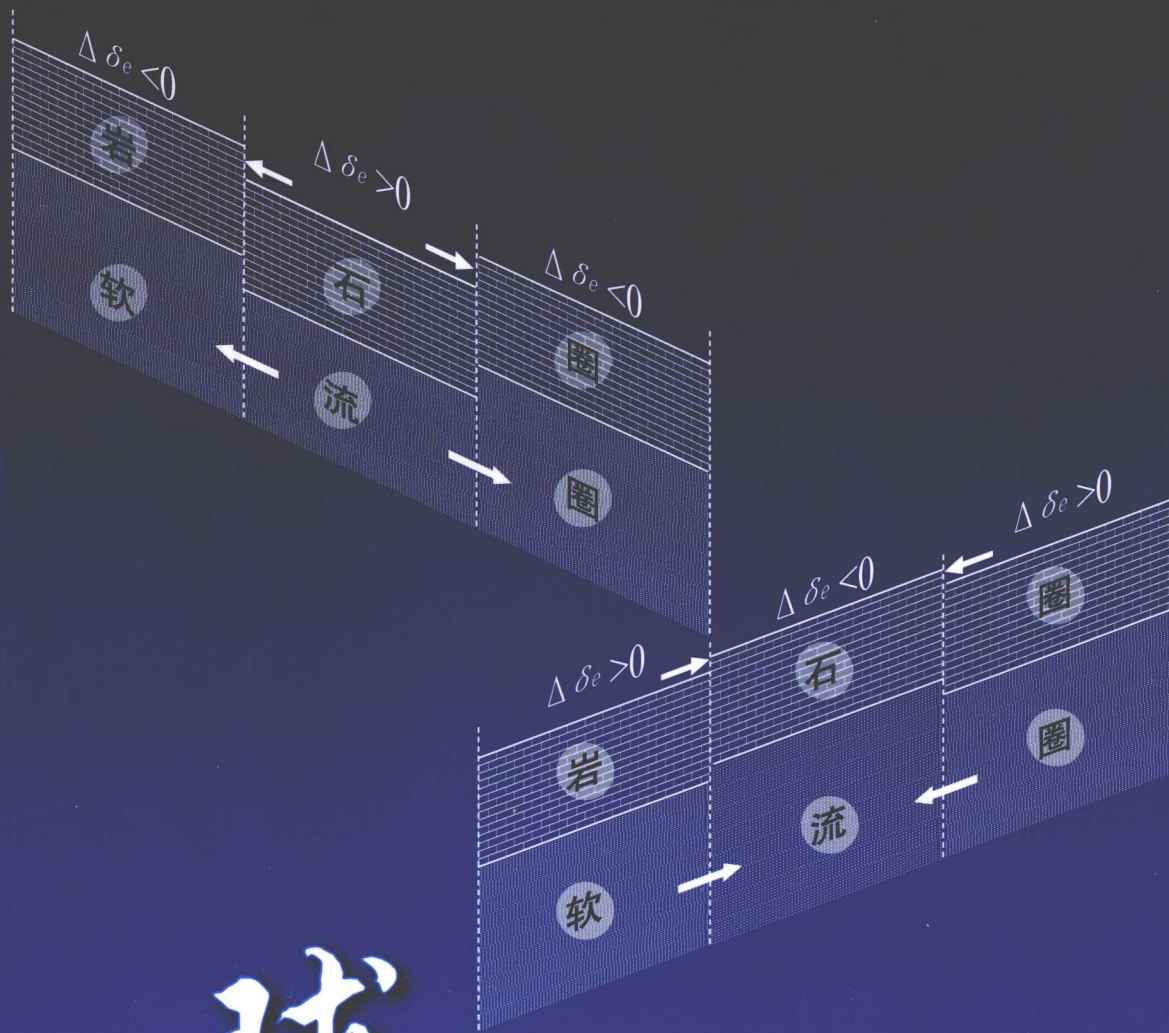




地球正常密度假说

Hypothesis of the earth's normal density

重力学的参数椭球与纬向密度理论

The gravity theory of parameter spheroid and latitudinal density

郝晓光 方剑 刘根友 胡小刚 著

测绘出版社

地球正常密度假说

——重力学的参数椭球与纬向密度理论

Hypothesis of the Earth's Normal Density

—— The gravity theory of parameter spheroid and latitudinal density

郝晓光 方剑 刘根友 胡小刚 著

测绘出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

地球正常密度假说:重力学的参数椭球与纬向密度理论/郝晓光等著. - 北京:测绘出版社,2009.7

ISBN 978-7-5030-1923-4

I. 地… II. 郝… III. 重力学 IV. P312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 109215 号

责任编辑 田 力 封面设计 占 燕 责任校对 董玉珍 李 艳 责任印制 金 君

出版发行 测绘出版社

社 址 北京西城区三里河路 50 号

电 话 010-68531160(市场营销)

电子信箱 smp@sinomaps.com

印 刷 北京华正印刷有限公司

成品规格 169mm × 239mm

印 张 8

版 次 2009 年 7 月第 1 版

印 数 0001-1000

邮政编码 100045

010-83543974 68512386(发行部)

网 址 www.sinomaps.com

经 销 新华书店

字 数 180 千字

印 次 2009 年 7 月第 1 次印刷

定 价 26.00 元

书 号 ISBN 978-7-5030-1923-4/P · 432

审 图 号 GS(2009)1126 号

如有印装质量问题,请与我社发行部联系

前 言

研究地球的形状和密度,是地球重力学的两项基本任务。在地球重力学中,研究地球形状的理论与方法已得到充分发展,而关于地球密度的理论与方法的研究则显得较为薄弱。经典的斯托克斯(G. G. Stokes)理论与莫洛坚斯基(M. S. Molodensky)理论都是以回避地球密度分布为数学前提来研究地球形状的。随着空间大地测量技术的迅速发展和地球形状学理论的不断完善,地球形状不应该是地球重力学永远不变的主题,而对于地球整体密度分布方式的板块运动、地幔物质流动、海底扩张等新问题的不断出现,也要求地球重力学的研究重点从地球形状转移到地球密度上来。

特别是大陆漂移及板块运动的动力问题,自1901年休斯(E. Suess)在其名著《地球的面貌》中首次提出大陆漂移的概念到现在为止,这个问题已困扰了地球科学界达一百年之久,堪称地球科学的世纪之谜。虽然板块运动最有可能的动力是来自地幔的观点已被大多数地球科学家所共识,但由于地幔物质流动的成因至今尚未查明,使得现代板块构造学说的研究仍然处于“板块运动模型”阶段,而没有进入“板块动力模型”阶段。

按照地球重力学的基本范畴,现有研究“地球密度问题”的方法有三种:“平衡形状理论”、“等位椭球理论”和“内部边值理论”。前两种理论在《地球形状——理论大地测量学和地球内部物理学》(莫里茨,测绘出版社1992年版,陈俊勇、左传惠译)中、第三种理论在《地球重力场与内部物理——理论大地测量学若干问题的研究》(黄金水,中国科学院测量与地球物理研究所博士论文,1996)中,已作了详细的介绍,本书不再重复。

实际上,本书的旨趣并不在于对前人的工作进行总结和补充(总结和补充当然也是非常重要的),而在于尝试一种新的思路去追求地球重力学内在的逻辑美。正是在这种精神的指导下,本书提出了地球重力学研究地球密度问题的“参数椭球理论”、“纬向密度理论”、“地球正常密度假说”和“板块运动重力学机制”等基本观点。不言而喻,这种立意对于作者来说不仅是力不从心的而且是相当冒险的,故本书研究的内容和得到的结果也只能是泥沙俱下。但愿这种理性的冲动能够为地球重力学的理论研究注入新的活力,起到抛砖引玉的作用。

本书的出版得到国家自然科学基金(90814009)、中国科学院方向项目(KZCX2-YW-143)、国家自然科学基金(40774011)和中国科学院动力大地测量学重点实验室资助。

本书的基本内容来自第一作者的博士论文和博士后报告,感谢导师许厚泽院士和刘大杰教授;贾民育研究员和张赤军研究员审阅了本书的初稿,田力同志为本书的编辑出版付出了辛勤劳动,在此一并致谢。

作 者
2009 年 1 月

目 录

第 1 章 匀质椭球与水准椭球	(1)
§ 1.1 重力和重力位	(2)
§ 1.2 匀质椭球表面的重力	(3)
§ 1.3 水准椭球表面的重力	(5)
第 2 章 麦克劳林椭球与皮泽蒂椭球	(8)
§ 2.1 麦克劳林椭球的密度	(9)
§ 2.2 旋转椭球质面的引力位	(10)
§ 2.3 皮泽蒂椭球表面的重力	(11)
第 3 章 参数椭球表面的重力	(14)
§ 3.1 参数椭球概念	(15)
§ 3.2 匀质椭球外部的引力	(15)
§ 3.3 参数椭球表面的重力公式	(17)
§ 3.4 关于 c 和 e''	(20)
第 4 章 重力聚点	(21)
§ 4.1 三种椭球表面的重力	(22)
§ 4.2 密度分布定理与物质流动定理	(23)
§ 4.3 重力聚点与重力聚点定理	(25)
§ 4.4 参数椭球的物质扰动	(27)
第 5 章 参数椭球的数学性质	(28)
§ 5.1 参数椭球表面的引力位	(29)
§ 5.2 极点与赤道的重力等位条件	(30)
§ 5.3 极点与赤道重力等位条件下的界面扩张	(32)
§ 5.4 参数椭球与麦克劳林椭球的数学关系	(34)

第 6 章 参数椭球的准等位条件	(35)
§ 6.1 准等位条件一	(36)
§ 6.2 准等位条件二	(37)
§ 6.3 等位条件一	(38)
§ 6.4 等位条件二	(39)
§ 6.5 准等位条件的极限内密度	(41)
§ 6.6 准等位条件的密度分布	(42)
第 7 章 地球纬向正常密度函数	(44)
§ 7.1 由几何扁率到密度扁率的联想	(45)
§ 7.2 纬向密度概念	(46)
§ 7.3 极点重力纬向密度积分公式	(47)
§ 7.4 赤道重力纬向密度积分公式	(48)
§ 7.5 待定常数的求解与地球的密度扁率	(50)
§ 7.6 椭球质量检核	(51)
第 8 章 地幔纬向正常密度函数	(53)
§ 8.1 匀质地核椭球在赤道与极点的引力	(54)
§ 8.2 地幔纬向正常密度函数	(55)
§ 8.3 地幔极点重力纬向密度积分公式	(56)
§ 8.4 地幔赤道重力纬向密度积分公式	(58)
§ 8.5 待定常数的求解与地幔密度扁率	(60)
§ 8.6 “剩余重力扁率”与密度扁率的数量关系	(61)
第 9 章 似水准椭球	(63)
§ 9.1 “匀质分层”模式的似水准椭球	(64)
§ 9.2 “整体纬向”模式的似水准椭球	(65)
§ 9.3 “内匀外纬”模式的似水准椭球	(66)
§ 9.4 “内匀外纬-似水准椭球”与皮泽蒂椭球和杰弗里斯-布伦模型 的比较	(68)
第 10 章 地球正常密度假说	(70)
§ 10.1 地球正常密度概念	(71)

§ 10.2	地球正常密度假说的基本观点	(71)
§ 10.3	地幔水平重力模式	(72)
§ 10.4	理想地幔的正常重力位	(73)
§ 10.5	对钱氏极限的相关思考	(75)
第 11 章	板块运动重力学机制	(77)
§ 11.1	板块运动模型	(78)
§ 11.2	从大陆漂移假说到板块构造学说的发展	(79)
§ 11.3	板块运动重力学机制的基本观点	(81)
§ 11.4	盆山耦合现象	(83)
§ 11.5	软流圈板块概念	(84)
第 12 章	重力微分公式	(85)
§ 12.1	相对于深度参数的微分公式	(86)
§ 12.2	相对于密度参数的微分公式	(88)
§ 12.3	相对于地幔密度异常的微分公式	(89)
第 13 章	正常密度假说与均衡假说及内波假说的比较	(92)
§ 13.1	密度分布与补偿作用	(93)
§ 13.2	构造形态与运动方式	(93)
§ 13.3	力学性质与演变机制	(94)
§ 13.4	正常密度假说与内波假说的比较	(94)
第 14 章	基于新编《系列世界地图》的全球板块分布图	(97)
§ 14.1	世界地图的“双经双纬”概念	(98)
§ 14.2	“纬向世界地图”的投影方法	(98)
§ 14.3	研究板块动力问题的图形工具	(99)
第 15 章	存在问题与研究方向	(103)
§ 15.1	地球密度扁率与纬向密度函数	(104)
§ 15.2	正常密度分布的唯一性问题	(104)
§ 15.3	分层纬向正常密度函数	(105)
§ 15.4	重力异常解算密度异常的方法	(105)

§ 15.5	密度异常与重力异常的比较	(106)
§ 15.6	青藏高原隆起与大陆动力学研究	(106)
§ 15.7	环太平洋地震带的形成机理	(107)
§ 15.8	汶川大地震及青藏高原“物质东流”成因研究	(107)
§ 15.9	“华北克拉通破坏”的机制研究	(107)
参考文献		(109)
后记		(115)

CONTENTS

CHAPTER 1 Homogeneous Spheroid and Level Spheroid	(1)
§ 1.1 Gravity and Geopotential	(2)
§ 1.2 Gravity on Homogeneous Spheroid	(3)
§ 1.3 Gravity on Level Spheroid	(5)
CHAPTER 2 Maclaurin Spheroid and Pizzetti Spheroid	(8)
§ 2.1 Density of Maclaurin Spheroid	(9)
§ 2.2 Gravitation Potential of Spheroid' Shell	(10)
§ 2.3 Gravity on Pizzetti Spheroid	(11)
CHAPTER 3 Gravity on Parameter Spheroid	(14)
§ 3.1 Concept of Parameter Spheroid	(15)
§ 3.2 Gravitation Outside Homogeneous Spheroid	(15)
§ 3.3 Gravity Formula of Parameter Spheroid	(17)
§ 3.4 c and e_c''	(20)
CHAPTER 4 Gravity Assembly Point	(21)
§ 4.1 Gravity on the Three Spheroids	(22)
§ 4.2 Theorem of Density Distribution and Theorem of Matter Flow	(23)
§ 4.3 Theorem of Gravity Assembly Point	(25)
§ 4.4 Matter Disturbance of Parameter Spheroid	(27)
CHAPTER 5 Mathematical Property of Parameter Spheroid	(28)
§ 5.1 Gravitation Potential on Parameter Spheroid	(29)
§ 5.2 Condition of Gravity Potential Equality for Pole and Equator	(30)
§ 5.3 Boundary Expand under Condition of Gravity Potential Equality for Pole and Equator	(32)
§ 5.4 Mathematical Relation between Parameter Spheroid and Maclaurin Spheroid	(34)

CHAPTER 6	Quasi Level Condition of Parameter Spheroid	(35)
§ 6.1	The First Quasi Level Condition	(36)
§ 6.2	The Second Quasi Level Condition	(37)
§ 6.3	The First Level Condition	(38)
§ 6.4	The Second Level Condition	(39)
§ 6.5	The Limit of Inner Density at the Condition of Quasi Level	(41)
§ 6.6	The Density Distribution at the Condition of Quasi Level	(42)
CHAPTER 7	Latitudinal Normal Density Function of the Earth	(44)
§ 7.1	Association from Geometry Flattening to Density Flattening	(45)
§ 7.2	Concept of Latitudinal Density	(46)
§ 7.3	Pole Gravity Integral Formula of Latitudinal Density	(47)
§ 7.4	Equator Gravity Integral Formula of Latitudinal Density	(48)
§ 7.5	Calculation of Undetermined Constants and the Earth's Density Flattening	(50)
§ 7.6	Examination of Spheroid's Mass	(51)
CHAPTER 8	Latitudinal Normal Density Function of Mantle	(53)
§ 8.1	Gravitation of Homogeneous Core Spheroid at Equator and Pole	(54)
§ 8.2	Latitudinal Normal Density Function of Mantle	(55)
§ 8.3	Mantle Pole Gravity Integral Formula of Latitudinal Density	(56)
§ 8.4	Mantle Equator Gravity Integral Formula of Latitudinal Density	(58)
§ 8.5	Calculation of Undetermined Constants and Mantle's Density Flattening	(60)
§ 8.6	Relation of Remain Gravity Flattening and Density Flattening	(61)
CHAPTER 9	Quasi Level Spheroid	(63)
§ 9.1	Quasi Level Spheroid with Uniform Density Layered	(64)
§ 9.2	Quasi Level Spheroid with Entirely Latitudinal Density	(65)
§ 9.3	Quasi Level Spheroid with Uniform Density Inside and Latitudinal Density Outside	(66)
§ 9.4	Comparison of Quasi Level Spheroid with Pizzetti Spheroid and Jeffreys-Bullen Model	(68)

CHAPTER 10 The Earth's Normal Density Hypothesis	(70)
§ 10.1 Concept of the Earth's Normal Density	(71)
§ 10.2 Standpoint for the Earth's Normal Density Hypothesis	(71)
§ 10.3 Pattern of Horizontal Gravity in Mantle	(72)
§ 10.4 Normal Geopotential of Ideal Mantle	(73)
§ 10.5 Consideration of Chandrasekhar' Utmost	(75)
CHAPTER 11 Gravity Mechanism of Plate Movement	(77)
§ 11.1 Plate Movement Model	(78)
§ 11.2 Development from Continental Drift Hypothesis to Plate Tectonics Theory	(79)
§ 11.3 Standpoint for Gravity Mechanism of Plate Movement	(81)
§ 11.4 Coupling of Basin and Mountain	(83)
§ 11.5 Concept of Asthenosphere Plate	(84)
CHAPTER 12 Formula of Gravity Differential Coefficient	(85)
§ 12.1 Differential Coefficient Formula for Interface Depth Parameter	(86)
§ 12.2 Differential Coefficient Formula for Density Parameter	(88)
§ 12.3 Differential Coefficient Formula for Density Anomaly of Mantle	(89)
CHAPTER 13 Comparison of Normal Density Hypothesis with Isostatics and Internal Wave Hypothesis	(92)
§ 13.1 Density Distribution and Compensation	(93)
§ 13.2 Constitution and Movement	(93)
§ 13.3 Dynamical Property and Evolution Mechanism	(94)
§ 13.4 Comparison of Normal Density Hypothesis with Internal Wave Hypothesis	(94)
CHAPTER 14 Global Plate Map Based on New Series World Map	(97)
§ 14.1 Concept of Twin Longitude and Twin Latitude for World Map	(98)
§ 14.2 Projection Method of Latitudinal World Map	(98)
§ 14.3 New Map Tool for Research on Mechanism of Plate Movement	(99)

CHAPTER 15 Problems and Research	(103)
§ 15.1 The Earth's density Flattening and Latitudinal Density Function	(104)
§ 15.2 Problem of Unique Normal Density	(104)
§ 15.3 Layered Latitudinal Normal Density Function	(105)
§ 15.4 Calculate Method of Density Anomaly From Gravity Anomaly	(105)
§ 15.5 Comparison Between Density Anomaly and Gravity Anomaly ...	(106)
§ 15.6 Research on Uplift of Tibetan Plateau and Continental Dynamics	(106)
§ 15.7 Mechanism of Seismic Belt around the Pacific	(107)
§ 15.8 Research on Mechanism of Wenchuan Earthquake and Eastward Mass Flow of Tibetan Plateau	(107)
§ 15.9 Research on Mechanism of the North China Craton Destruction	(107)
References	(109)
Postscript	(115)

第 1 章 匀质椭球与水准椭球

CHAPTER 1 Homogeneous Spheroid and Level Spheroid

Abstract: The normal gravity model of the Earth is the level spheroid, or the normal equipotential spheroid. Constraining by equipotential condition, the level spheroid is not a homogeneous spheroid. The surface gravity of the level spheroid can be calculated by using Stokes Law without needing to consider the inner density distributions of the spheroid. It means that the inner density distributions of the normal gravity model of the Earth are unknown. In this Chapter, we study the non-homogeneous effects of level spheroid on surface gravity by comparing the gravity on the level spheroid with that on the homogeneous spheroid. we first deduce a formula for calculating surface gravity of homogeneous spheroid, and then we get the gravity difference between homogeneous spheroid and the level spheroid. Both models are built based on the four basic parameters (a, b, GM, ω) from Geodetic Reference System 1980. Our results show that non-homogeneous of the level spheroid causes the gravity difference at 1.135402 Gal.

地球正常重力是水准椭球定义的,重力异常是实测重力与正常重力之差。有文献称实测重力减去正常重力为重力测量的“纬度改正”,这样说很容易使人产生误解,因为“纬度改正”听起来好像纯粹是由地球形状引起的“几何改正”。产生这种误解并不奇怪,因为斯托克斯(G. G. Stokes)定理的基本精神就是“研究地球形状无需了解地球密度”。然而,如果将这一基本精神超常发挥,就会产生“研究地球重力学无需了解地球密度”、“水准椭球的密度分布无关紧要”、“水准椭球与匀质椭球没有多大区别”等一系列的想法。由于水准椭球的密度为非均匀分布,非均匀密度分布对水准椭球表面重力产生影响,使得经“纬度改正”后的重力异常含有非均匀的密度因素,故不能认为采用水准椭球表面重力进行的“纬度改正”是一种“纯几何改正”。受斯托克斯定理支撑,用这种受到未知非匀质密度影响的重力异常来研究地球形状是不成问题的。但是,采用受到未知非匀质密度影响的重力异常来研究地球密度则就不合适了。水准椭球的密度分布是未知的,但水准椭球表面重力是已知的,这就使我们有可能通过研究匀质椭球表面重力与水准椭球表面重力的差别,来研究水准椭球密度分布与匀质椭球密度分布的差别。

本章首先推导了匀质椭球表面重力的封闭公式,然后,基于1980大地参考系统四基本常数(a, b, GM, ω),计算出匀质椭球表面重力与水准椭球表面重力的差别,明确了水准椭球非匀质密度的重力总效应为 $1.135\,402$ 伽(cm/s^2)^{*}。

§1.1 重力和重力位

根据牛顿的万有引力定律,空间两个质点 m 和 m' 之间的距离为 r 时,则其间的引力为

$$F = G \frac{mm'}{r^2}$$

式中, G 为万有引力常数,单位为 $\text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2}$,其值为

$$G = 6.67 \times 10^{-8}$$

若 m 为吸引质量, m' 为被吸引质量,当被吸引质量为单位质点时,则

$$F = G \frac{m}{r^2} \quad (1-1)$$

若被吸引点的坐标为(x', y', z'),吸引点坐标为(x, y, z),则

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

* “伽”是厘米每二次方秒的专门名称,用于重力加速度(简称重力),常见于地球物理学与大地测量学中,符号为Gal。国际计量局将它列为暂时与国际单位制并用的计量单位。 $1\text{Gal} = 10^{-2} \text{m/s}^2 = 1 \text{cm/s}^2$,可冠以词头,如常用的mGal(毫伽)等。

因此,引力在 x, y, z 方向的分量分别为

$$X = Gm \frac{x' - x}{r^3}, \quad Y = Gm \frac{y' - y}{r^3}, \quad Z = Gm \frac{z' - z}{r^3} \quad (1-2)$$

总引力为

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

若吸引质量不是一个质点,则式(1-2)变为

$$X = G \int_{\tau} \delta \frac{x' - x}{r^3} d\tau, \quad Y = G \int_{\tau} \delta \frac{y' - y}{r^3} d\tau, \quad Z = G \int_{\tau} \delta \frac{z' - z}{r^3} d\tau \quad (1-3)$$

式中, δ 为密度分布函数。

由式(1-2)和式(1-3)可以看出,引力是一个函数对坐标 x', y', z' 的偏导数。设这个函数为引力位 V , 则

$$V(x', y', z') = -\frac{Gm}{r} \text{ 或 } V(x', y', z') = -G \int_{\tau} \frac{\delta d\tau}{r} \quad (1-4)$$

$$X = \frac{\partial V}{\partial x'}, \quad Y = \frac{\partial V}{\partial y'}, \quad Z = \frac{\partial V}{\partial z'} \quad (1-5)$$

在以 ω 为角速度的旋转坐标系中,被吸引点受到的离心力为

$$P = \omega^2 \sqrt{x'^2 + y'^2} \quad (1-6)$$

离心力位为

$$Q = \frac{\omega^2}{2}(x^2 + y^2) \quad (1-7)$$

重力为引力与离心力之矢量和,重力位为引力位与离心力位之和,即

$$\mathbf{g} = \mathbf{F} + \mathbf{P}, \quad W = V + Q \quad (1-8)$$

§1.2 匀质椭球表面的重力

球表面的重力比较容易求解,但求解椭球表面的重力则比较复杂,若旋转椭球表面的方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{\rho^2 \sin^2 \theta}{a^2} + \frac{\rho^2 \cos^2 \theta}{b^2} = 1$$

式中, a 为旋转椭球的长半轴; b 为短半轴。球坐标与直角坐标的换算公式为

$$x = \rho \sin \theta \cos \lambda = \frac{a^2 \cos B \cos \lambda}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}},$$

$$y = \rho \sin \theta \sin \lambda = \frac{a^2 \cos B \sin \lambda}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}, \quad z = \rho \cos \theta = \frac{b^2 \sin B}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}},$$

$$\cos \theta = \frac{b^2 \sin B}{\rho \sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}, \quad \sin \theta = \frac{a^2 \cos B}{\rho \sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}$$

式中, θ 为极距; λ 为经度; B 为椭球地理纬度。

由引力位理论可知, 匀质旋转椭球体内部点的引力分量为

$$F_{x'} = G\delta_0 \int_{\tau} \frac{\xi - x'}{r^3} d\tau, \quad F_{y'} = G\delta_0 \int_{\tau} \frac{\eta - y'}{r^3} d\tau, \quad F_{z'} = G\delta_0 \int_{\tau} \frac{\zeta - z'}{r^3} d\tau$$

式中, (x', y', z') 为椭球内部任意点坐标; (ξ, η, ζ) 为椭球内积分流动点坐标。

对上式积分, 可得^[1]

$$F_{x'} = Px', \quad F_{y'} = Py', \quad F_{z'} = Qz'$$

$$P = 2\pi G\delta_0 \frac{1 + e'^2}{e'^3} \left(\arctane' - \frac{e'}{1 + e'^2} \right), \quad Q = 4\pi G\delta_0 \frac{1 + e'^2}{e'^3} (e' - \arctane')$$
(1-9)

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}, \quad \delta_0 = \frac{3M}{4\pi a^2 b}$$

注意, 式中的 Q 不要和离心力位混淆。将匀质密度 δ_0 代入式(1-9), 得

$$\begin{cases} P = \frac{3GM}{2e'^3 b^3} \left(\arctane' - \frac{e'}{1 + e'^2} \right) \\ Q = \frac{3GM}{e'^3 b^3} (e' - \arctane') \end{cases}$$
(1-10)

于是, 匀质椭球的内部重力为

$$\mathbf{g}_i = (P - \omega^2)x'i + (P - \omega^2)y'j + Qz'k$$

因质体引力位及其一阶导数为连续函数, 故内部重力公式也适用于表面重力。

于是, 匀质椭球的表面重力为

$$\mathbf{g}_0 = (P - \omega^2)x\mathbf{i} + (P - \omega^2)y\mathbf{j} + Qz\mathbf{k}$$
(1-11)

式中, (x, y, z) 为椭球表面点的坐标。

对式(1-11)取模, 得

$$g_0 = |\mathbf{g}_0| = \sqrt{(P - \omega^2)^2 x^2 + (P - \omega^2)^2 y^2 + Q^2 z^2}$$

即

$$g_0 = \frac{\sqrt{(P - \omega^2)^2 a^4 \cos^2 B + Q^2 b^4 \sin^2 B}}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}$$
(1-12)

分别令 $B = 0^\circ$ 、 $B = 90^\circ$, 则匀质椭球的赤道重力 g_e 和极点重力 g_p 为

$$g_e = (P - \omega^2)a, \quad g_p = Qb$$
(1-13)

将 g_e 和 g_p 代入式(1-12), 得匀质椭球表面重力的封闭公式为^[2]

$$g_0 = \frac{\sqrt{a^2 g_e^2 \cos^2 B + b^2 g_p^2 \sin^2 B}}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}$$
(1-14)

将 P 、 Q 的表达式代入 g_e 、 g_p 的表达式后, 得