

第2辑



试题 调研

高考意见领袖

丛书主编：杜志建

高考真题 360°全解密 (下)

命题专家告诉你

从真题解密到高效备考
从最新原创探 2010 高考

数 学

— 理 科 —

新疆青少年出版社

第2辑

试题 调研

高考意见领袖

高考真题360°全解密 (下)

丛书主编：杜志建

丛书编委：谢友明 曹保顺 董凯群 高春生 韩海涛 侯代泉 刘金华

王寿延 魏名宝 周传福 丁益祥 王献新 白春华 孙海峰

张杰 叶仁杰 王志勇 段永华 管亚娟

本册主编：丁益祥 王献新 白春华 孙海峰 张杰 叶仁杰

数学

— 理科 —

新疆青少年出版社

图书在版编目(CIP)数据

试题调研. 第2辑. 数学. 理科/杜志建主编. —乌鲁木齐:
新疆青少年出版社, 2450. 1

ISBN 978 - 7 - 5371 - 7338 - 4

I. 试... II. 杜... III. 数学课 - 高中 - 解题 - 升学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 113945 号

出 版 人:徐 江
策 划:王启全
责任编辑:郑 琴、多艳萍
责任校对:刘 娜
封面设计:天星美工室

《试题调研》第2辑·数学(理科)

丛书主编:杜志建

出 版:新疆青少年出版社
社 址:乌鲁木齐市胜利路二巷1号 邮政编码:830049
电 话:0991-2301401(编辑部)
网 址:<http://www.qingshao.net>

发 行:新疆青少年出版社营销中心 电 话:0991-2880892 027-85577487
经 销:各地新华书店 法律顾问:钟 麟 13201203567
印 刷:郑州文华印务有限公司

开 本:890mm × 1240mm 1/32 版 次:2009年8月第1版
印 张:4.0 印 次:2009年8月第1次印刷
字 数:161千字
书 号:ISBN 978 - 7 - 5371 - 7338 - 4
定 价:6元

前言

微笑，让天空变得多姿多彩

微笑，就是将一颗善良的心写在面容上，然后告诉生活：我爱你。

微笑，就是让一个美丽的梦现在神态上，然后告诉生命：我幸运。

人生最宝贵的是微笑。春夏秋冬，朝去暮至，人的一生经历多少风雨，遭遇多少坎坷，这是无法预测的；但只要活着，前边就有路，只要有路，就必须走下去。纵然前面充满荆棘，也要总想花儿正在绽放；而一想到那芬芳的花朵，微笑就会自然流露出来。

微笑，能够证明你懂得珍惜青春，不虚度一分一秒，用有限的生命，去创造无限的财富；微笑，能够证明你对未来充满信心，眼前的困难是暂时的，它很快就会被跨过去，这有什么可畏惧的呢？微笑，能够证明你的意志无比坚强，确定了目标就去奋斗，就去实现，一切的阻挠都显得可笑和无力，丝毫也不能让你停顿半步。微笑，可以显现出你对这个世界浓浓的情感，有了微笑，所有的寒冷与淡漠都会消失。微笑的人生才是温暖的人生，微笑的人生才是昂扬的人生，我们有什么理由不微笑着面对周围的一切呢？

人生最神奇的是微笑，因为微笑具有无穷无尽的力量。当遭遇艰难困苦的时候，微笑就是那一道横跨天堑的桥梁，使你跨越险恶的激流漩涡，行进在通向未来的征途上；当步入黑暗长夜的时候，微笑就是那照亮天空的火炬，与北斗星交相辉映，使你的眼前永远闪耀着光明与希望；当灰心失意的时候，微笑就是那来自生命的激情与活力，催你奋进；当面临困惑迷茫时，微笑就是一把智慧的利剑，可以斩断所有缠绕身心的羁绊与枷锁，使你轻装前进。

人生最不可少的是微笑。微笑是健康的标志，是成熟的标志，是坚忍的标志。微笑与哭泣抗争，与悲现角斗，与怯懦拼搏。微笑可以使你任看云卷云舒，潮起潮落；微笑可以使你胸怀乾坤，志驭宇宙；微笑可以使你轻视得失，静观浮沉。微笑，就是让你为草绿而喜，但不必为草枯而悲；微笑，就是让你为成功而欣慰，但不必为失败而沮丧。已经逝去的，就不要再惋惜；手里拥有的，要懂得善待。学会微笑，就是学会把握自己；学会微笑，就是学会好好生活。

人生短暂，微笑着走过，你就会拥有无尽的幸福；天地无际，微笑着前行，你就能享受永恒的快乐。

我们生存的空间，本来是单调的，是你的微笑让它变得多姿多彩；我们生活的方式，本来是枯燥的，是你的微笑让它变得生动活泼。

那么，就让我们生命充满微笑。微笑，是我们生命中最亮丽的符号。

《试题调研》—— 高考真题发源地

命中2009高考500分!

2009年高考刚结束,一位考生的电话让《试题调研》的所有编辑老师都沉浸在一件喜悦中。这位考生兴奋地告诉我们:《试题调研》命中了高考题。其实每年的高考,很多真题都来源于《试题调研》,它们在材料选取、设题角度、解题思路等方面与高考题完全相同或极其相似,这与《试题调研》高考命题专家团队的精心创作密不可分:坚持高考原创之路,精心编制每一道试题。我们希望《试题调研》在2010年高考中能为广大考生带来更多惊喜。

部分押中题目展示:

2009年高考题示例	《试题调研》图书示例
湖北卷(100%命中) 三、(9分,每小题3分) 阅读下面的文言文,完成10-12题。 孟德传 孟德者,神勇之退卒也。少而好山林。既为兵,不获如志。嘉祐中,戍秦州。秦中多名山,德逃至华山下,以其衣易一刀十饼,携以入山。自念:“吾禁军也,今至此,擒亦死,无食亦死,遇虎狼毒蛇亦死。此三死者,吾不复恤矣。”惟山之深者往焉……	语文第2辑 孟德传 苏辙 孟德者,神勇之退卒也。少而好山林;既为兵,不获如志。嘉祐中,戍秦州,秦中多名山。德出其妻,以其子与人,而逃至华山下,以其衣易一刀十饼,携以入山。自念:“吾禁军也,今至此,擒亦死,无食亦死,遇虎狼毒蛇亦死。此三死者,吾不复恤矣,惟山之深者往焉。”……
福建卷(100%命中) (乙)实用类文本阅读(15分) 阅读下面的文字,完成12—14题。 寂静钱钟书 周劼人 12月19日,寂寥的寒夜,清华园日暮旁,烛光隐隐。小提琴哀婉的曲调飘散在清冷的夜空,人们伫立无语,鞠躬,献上白菊。 偶有路人好奇:“这是在祭奠谁?” 有人低声答语:“今天是钱钟书先生辞世10周年。” 10年前,钱钟书安详离世。遵钱先生遗愿,“一切从简”,连在八宝山的告别仪式也只有短短的20分钟。“如此寂静。”钱先生的一位生前好友说。那日,清华的南北主干道上飘起了一千只纸鹤,学生们用这种方式,静静地送别他们的老学长。 ……	语文第8辑 寂静钱钟书 周劼人 12月19日,寂寥的寒夜,清华园日暮旁,一片烛光隐隐。人们伫立无语,只有小提琴哀婉的曲调在清冷的夜空飘散。清华大学的几十名师生,在这里追思10年前去世的老学长——钱钟书先生。他们冒着严寒自发前来,手捧蜡烛在钱先生相片前围成“心”型图案,并井然有序地在先生相片前鞠躬后献上白菊。 10年,没有隆重的纪念仪式,没有热闹的宣传活动,钱先生的10周年忌就这样在一片寂静中过去。 10年前,钱钟书先生安详离世,那日,清华的南北主干道上飘起了一千只纸鹤,学生们用这种方式,静静地送别他们的老学长……
福建卷(100%命中) 某英语报社拟成立“微笑俱乐部”,现向全球招募会员。要求申请者提交一篇题为“I Want to Smile”的英语短文。请你以申请者的身份,根据以下思路图的提示用英语写一篇短文。	英语第5辑 某英语杂志社“中学生专栏”在举办英语征文比赛。假设你是一位中学生,请你以“Learn to smile”为题,用英语给某英语杂志社“中学生专栏”写一篇征文稿,参加比赛。

山东卷(文理)第3题(100%命中)

将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 再向上平移1个单位, 所得图象的函数解析式是

A. $y = \cos 2x$ B. $y = 2\cos^2 x$

C. $y = 1 + \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ D. $y = 2\sin^2 x$

安徽卷第22题(100%命中)

在2008年北京残奥会开幕式上, 运动员手拉绳索向上攀登, 最终点燃了主火炬, 体现了残疾运动员坚忍不拔的意志和自强不息的精神。为了探求上升过程中运动员与绳索和吊椅间的作用, 可将过程简化。一根不可伸缩的轻绳跨过轻质的定滑轮, 一端挂一吊椅, 另一端被坐在吊椅上的运动员拉住, 如图所示。设运动员的质量为65 kg, 吊椅的质量为15 kg, 不计定滑轮与绳子间的摩擦, 重力加速度取 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。当运动员与吊椅一起正以加速度 $a = 1 \text{ m/s}^2$ 上升时, 试求

(1) 运动员竖直向下拉绳的力;

(2) 运动员对吊椅的压力。

广东政治卷第5题(100%命中)

2008年7月30日国务院决定, 从2008年秋季学期开始, 在全国范围内全部免除____义务教育阶段学生学杂费。

- A. 城市 B. 农村
C. 东部地区 D. 西部地区

江苏地理卷第18题(100%命中)

若现阶段大量使用清洁能源乙醇作为汽车燃料, 将会产生的影响是()

- A. 缓解土地荒漠化
B. 加剧粮食供应紧张局面
C. 减轻耕地压力
D. 增加二氧化碳排放量

海南历史卷第13题(100%命中)

2009年2月, 佳士得拍卖公司在巴黎拍卖圆明园十二生肖铜兽首中的兔首、鼠首。这两件中国文物被掠夺于

- A. 鸦片战争时期
B. 第二次鸦片战争时期
C. 甲午战争时期
D. 八国联军侵华时期

数学第6辑

先将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 再向上平移1个单位, 则所得函数图象对应的解析式为

A. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$ B. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 1$

C. $y = \sin(2x + \frac{2\pi}{3}) + 1$ D. $y = \sin(2x - \frac{2\pi}{3}) + 1$

物理第9辑

如图4-5-8所示, 跨过定滑轮的细绳的一端挂一吊板, 另一端被吊板上的人拉住, 已知人的质量为70 kg, 吊板的质量为10 kg, 绳及定滑轮的质量、滑轮的摩擦均可不计, 取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。当人以440 N的力拉绳时, 人与吊板的加速度 a 和人对吊板的压力 F 分别为多少?

政治专辑

2008年9月1日, 我国实现____免除学杂费, 将惠及2 800万中小学生。

- A. 全国农村义务教育全部
B. 西部地区农村义务教育全部
C. 全国城镇义务教育全部
D. 城乡义务教育全部

地理第8辑

乙醇汽油是否是绿色燃料, 人们看法不同, 试评价大量使用乙醇汽油对经济和环境产生的影响。

历史第8辑

2009年2月23日至25日, 世界拍卖业的巨头佳士得公司, 要拍卖流失海外多年的圆明园12兽首当中的鼠首和兔首。估价高达两亿元人民币。这些文物是在何时流失海外的

- A. 第二次鸦片战争时期
B. 甲午战争时期
C. 八国联军侵华时期
D. 鸦片战争时期

互动空间



十七八岁的我们，如初生的朝阳，满怀憧憬，充满着鲲鹏万里的希望，步入了高三的殿堂。2010，“互动空间”以全新的面貌与你相约，用新颖的方式为你呈现高中生活的点点滴滴，加入我们，展示自己。



· 心契之约 ·

一个可以敞开心扉的栏目，一个可以抒发情感的园地，拿起笔来，把你高三生活中的感悟、快乐、忧愁、痛苦告诉心契姐姐，让心契姐姐体会你的感悟，分享你的快乐，分担你的忧愁，排遣你的痛苦。

· 天星智力快车 ·

每辑一道智力题，开拓你的思维，增加你学习的兴趣，给你一个展示自己智慧的平台，让我们体会解题的快乐，感受成功的喜悦。

· 谈笑风生 ·

秉承“学习娱乐两不误”的宗旨，每辑一个热门话题，邀你共同参与，你一言，我一语，讨论社会、生活、学习上的有趣话题。

· 瞎折腾 ·

枯燥的学习过程、单调的高三生活中会不时穿插着善意的玩笑、滑稽的瞬间，拿起你的笔，将发生在你身边的趣闻趣事讲给我们听，让自己重温那些快乐时光，让大家分享你的愉快心情。（要求：100字以内）

倾听你的心声
解答你的疑惑

分享你的心得
成为你的朋友

欢迎
来信



来信地址：河南省郑州市伏牛南路209号金帝大厦18层

天星教育《试题调研》编辑部数学研究室

心契姐姐（收）（信封注明“互动空间”）

邮编：450006

邮箱：txstdy@126.com

电话：0371-68698033（文） 0371-68698027（理）

目录

Contents

百家讲堂

1

特级教师丁益祥带你全面剖析2009年高考试题，详细解密高考命题“玄机”，同时给出科学的备考策略，让你轻松应对高考。

真题 360° 全解密

7

空间向量与立体几何	7	解析几何	24
排列、组合与二项式定理	48	概率与统计	63
复数	89		

分考点研究高考真题，把高考真题分析透，分析“厚”，使高考具体、形象。该部分主要有以下亮点：

一是突出研究性，传递最新高考信息。多位名师深入研究真题，对最新高考真题进行360°全解密，内容原创，让你全方位了解最新高考真题，消除高考的神秘感和你对高考的恐惧感。

二是突出实用性，针对性地指导学生复习备考。一线名师从课本探源、命题探新、方法技巧、发散思维、误点警示、阅卷报告、如何采点得分、如何有效组织答案等方面对高考真题进行360°全解密，以帮助你明确高考命题思路和趋势、提高应试能力、扫清知识死角、科学规范地答题。

前沿热点

92

热点1 向量法求解立体几何探索性问题的策略	92
热点2 悄然而来的热点——高考中圆的相关问题	95
热点3 一个常考常新的热点——概率与统计	102

展现高考前沿题型，分析高考热点问题，让你时刻把握高考动向，触摸高考脉搏。

高考大预测

107

深入研究最新高考命题规律，精选原创好题，覆盖高考热点，为你的阶段性复习提供权威检测试题。

本辑考点一览



空间向量与立体几何

◆考点1 空间线面位置关系与充要条件	7
◆考点2 空间位置关系的证明与计算	9
◆考点3 空间线面关系的综合问题	13
◆考点4 综合法与空间向量法在立体几何中的应用	16

解析几何

◆考点5 直线与方程	24
◆考点6 圆与方程	26
◆考点7 椭圆	29
◆考点8 双曲线	35
◆考点9 抛物线	39
◆考点10 以圆锥曲线为中心的综合性问题	43

排列、组合与二项式定理

◆考点11 两个基本原理	48
◆考点12 排列	49
◆考点13 组合	50
◆考点14 排列、组合综合问题	53
◆考点15 二项展开式的通项公式的应用	57
◆考点16 二项展开式中的系数和差问题	59

概率与统计

◆考点17 抽样方法	63
◆考点18 频数、频率的计算与概率的估计	64
◆考点19 特征数的计算	65
◆考点20 统计综合解答题	65
◆考点21 利用排列、组合计算等可能性事件的概率	68
◆考点22 相互独立事件的概率与独立重复试验	73
◆考点23 离散型随机变量的期望与方差	80
◆考点24 回归分析	88

复数

◆考点25 复数的运算	89
-------------------	----



分析试题特点 把握备考方向

北京陈经纶中学特级教师 丁益祥

一、2009 年高考数学试题的特点

2009 年高考数学,无论是教育部考试中心命制的试题还是其他省市自主命制的试题,无论是大纲版试题还是课标版试题(以下简称“试题”或“2009 年数学试题”),都严格坚持“考查基础知识的同时,注重考查能力”的原则,遵循以能力立意命题的指导思想,将知识、能力与素质融为一体,全面检测考生的数学素养.试题注意了数学学科的特点,突出了知识的基础性和综合性,以主干知识为主体,注意在知识网络交汇处设计试题,着力体现概念性、思辨性和应用的广泛性,在数学思想、理性思维以及数学潜能方面作了比较深入的考查.试题总体难度与近两年的基本相当,除了个别试题较难外,大部分试题平和稳定,似曾相识,但也稳中有变,推陈出新,发挥了数学作为基础学科应有的作用,既考查了中学数学的知识和方法,又考查了考生进入高校继续学习的潜能.概括起来,主要有如下七大特点:

1. 考查双基与突出重点相结合

2009 年《考试大纲》中指出:对数学基础知识的考查,既要全面又要突出重点,对于支撑学科知识体系的重点内容,要占有较大的比例,构成数学试题的主体.2009 年数学试题很好地注意了《考试大纲》的这一要求:一方面对高中数学各章节所涉及的概念、性质、公式、法则、定理等都作了较为全面的考查,知识点覆盖面约占所有知识点的 70%;另一方面突出了重点知识重点考查的命题要求.纵观全国各地试题,大纲版试题突出考查了函数、数列、三角函数、平面向量、不等式、圆锥曲线方程、简单几何体、概率与统计、导数九大重点章节的知识.

2. 关注学科特点与发展思维相结合

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学,是刻画自然规律和社会规律的科学语言 and 有效工具.高度的抽象性、思维的灵活性是数学的基本特点.高考中对双基和能力的考查应体现数学学科的上述特点,反映在试题中,则表现为概念性强,思辨味浓,量化突出,解法多样.2009 年的数学试题较好地关注了上述学科特点.以北京卷为例,第 18 题涉及了幂函数的导数、指数函数的导数、复合函数的导数、导数的运算法则、函数在某点处的函数值、导数的几何意义、曲线在某点处的切线、函数单

调性的判断、函数在某区间内单调递增的意义、不等式的求解等众多概念. 尽管这些都是课本中原有的已经学过的概念, 然而, 只要其中有一个概念未能很好地理解, 就不可能使问题得到圆满解决. 又如, 第 8 题中关于“ $\mathcal{N}$ 点”的定义以及第 20 题中关于“数集具有性质”的定义, 这些都是课本中没有的概念. 要解决这类问题, 必须读懂并领悟这些全新的概念. 由此看出, 无论是对原有概念还是全新概念的理解和掌握, 都是解决问题的关键. 这类试题的命制, 既考查了概念的深刻性, 又考查了思辨的逻辑性.

3. 强化数学思想与坚持通性通法相结合

数学思想方法蕴涵在数学基础知识之中, 它与数学知识的形成同步发展. 它是数学知识的精髓, 是知识转化为能力的催化剂. 历年的数学高考都注意了对数学思想的考查, 2009 年高考也是如此. 以全国卷 I 为例, 第 6、10、21、22 题考查了数形结合的思想, 第 12、18 题考查了化归与转化的思想, 第 21、22 考查了函数与方程的思想, 第 3、6 题考查了特殊与一般的思想, 第 5 题考查了分类与整合的思想. 事实上, 其他省市的试卷中也有不少试题涉及了对数学思想的考查. 提炼问题本身所蕴涵的数学思想, 并能运用它们解决问题, 常能简化解题过程. 值得指出的是, 全国卷 I 第 18、19、21、22 题这样的解答题, 对数学思想的考查, 是作为通性通法意义下整个解题过程的一部分来呈现的, 充分体现了两者的有机结合.

【典例 1】(2009 · 全国卷 I) 设 a, b, c 是单位向量, 且 $a \cdot b = 0$, 则 $(a - c) \cdot (b - c)$ 的最小值为

A. -2

B. $\sqrt{2} - 2$

C. -1

D. $1 - \sqrt{2}$

【规范解答】解法一 对于这个题目, 根据 a, b 是单位向量和 $a \cdot b = 0$, 这说明向量 a, b 的位置相对固定, 所要解决的问题中只有向量 c 是个相对向量 a, b 变化的向量, 可以采用特殊化的方法, 即令 $a = (1, 0), b = (0, 1), c = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ 而不改变问题的本质, 这样就可以如下解答这个题目:

$$(a - c) \cdot (b - c) = (1 - \cos \alpha, -\sin \alpha) \cdot (-\cos \alpha, 1 - \sin \alpha) = 1 - \cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \sqrt{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) \geq 1 - \sqrt{2}. \text{ 故选 D.}$$

解法二 由于 $(a - c) \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c - c \cdot b + c^2 = -(a + b) \cdot c + 1$, 因此问题等价于求 $(a + b) \cdot c$ 的最大值, 这个最大值只有当向量 $a + b$ 与向量 c 同向共线时取得. 由于 $a \cdot b = 0, a \perp b$, 如图 1-1 所示, $|a + b| = \sqrt{2}, |c| = 1$, 当 $\theta = 0$ 时, $(a + b) \cdot c$ 取最大值 $\sqrt{2}$, 故所求的最小值为 $1 - \sqrt{2}$.

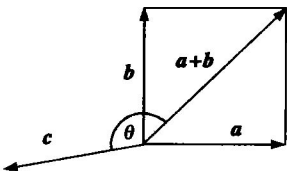


图 1-1

【点评】 本题第一个思路是一般与特殊的思想在解决数学问题中的具体应用,一般与特殊的思想用于解题的原则是特殊下而不改变问题的本质;第二个思路是数形结合思想在解题中的应用,数学中处处充满着数与形可以相互建立联系的契机,由于平面向量兼具数与形的双重特性,平面向量中数与形建立联系的契机更为普遍.本题只是一个在试卷中位置靠前的选择题,但在考查数学基础知识的同时,把对数学思想的考查纳入其中,试题设计在平凡的外表下含着深刻的内涵,可圈可点.

4. 注重知识交汇与提高综合能力相结合

2009年《考试大纲》明确要求,数学命题要从学科的整体高度和思维价值的高度考虑问题,在知识网络交汇点设计试题,使对数学基础知识的考查达到必要的深度.根据这一要求,2009年数学试题既注意了章内知识的纵向发展,又注意了不同章节知识之间的相互交汇.例如,全国卷Ⅱ第22题,涉及了函数、导数与不等式的交汇,广东卷第18题涉及了空间图形与平面图形、空间向量的交汇,湖北卷第19题涉及了数列与不等式、数学归纳法、二项式定理的交汇,四川卷第18题涉及了概率与统计、两个计数原理的交汇等.所有这些,足以说明2009年数学试题较好地坚持了“在知识网络交汇点设计试题”的命题要求,以此考查考生综合处理数学问题的能力.综合解答题如此,选择题、填空题也不例外,下面看一道选择题:

【典例2】 (2009·安徽卷) 设函数 $f(x) = \frac{\sin \theta}{3} x^3 + \frac{\sqrt{3} \cos \theta}{2} x^2 + \tan \theta$, 其中 $\theta \in [0, \frac{5\pi}{12}]$, 则导数 $f'(1)$ 的取值范围是

A. $[-2, 2]$ B. $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ C. $[\sqrt{3}, 2]$ D. $[\sqrt{2}, 2]$

【规范解答】 首先求出 $f'(1) = (\sin \theta \cdot x^2 + \sqrt{3} \cos \theta \cdot x)|_{x=1} = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$, 根

据三角恒等变换将其化为 $2\sin(\theta + \frac{\pi}{3})$, 再根据三角函数的性质和角 θ 的取值范围解决.

$\because \theta \in [0, \frac{5\pi}{12}], \theta + \frac{\pi}{3} \in [\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}], \therefore \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) \in [\frac{\sqrt{2}}{2}, 1], \therefore f'(1) \in [\sqrt{2}, 2]$, 故选 D.

【点评】 本题从三次函数的导数到两角和的正弦公式、再到三角函数的性质, 试题跨度是教材上的三章(如人教A版是: 导数及其应用、三角恒等变换、三角函数), 涉及三个重要知识点, 一个选择题的设计也充分显示了高考在“知识网络的交汇处设计试题”的命题思想.

5. 考查数学应用与提高实践能力相结合

数学应用问题的考查由来已久, 除了排列、组合问题以外, 近年来应用问题大多考查概率与统计模型. 2009年在保持这一考法的基础上, 又关注了对其他数学模型

对数学概念重新认识, 深刻理解其内涵与外延, 区分容易混淆的概念; **数学备考** 3

(转下)

应用问题的考查.例如,辽宁卷第17题、宁夏、海南卷第17题、福建卷第18题、湖北卷第13题都是三角模型问题;山东卷第21题、江苏卷第19题、湖南卷第19题、浙江卷第14题都涉及了函数模型或不等式模型或导数模型;湖北卷第8题、四川卷第10题都是线性规划模型问题;福建卷第15题都是数列模型问题;广东卷第8题是位移问题;上海卷第13题是格点行程问题.很明显,数学应用问题所涉及的数学模型越来越多,通过应用问题的解答,考查考生实践能力的导向跃然纸上.

【典例3】(2009·浙江卷)某地区居民生活用电分为高峰和低谷两个时间段进行分时计价.该地区的电网销售电价表如下:

高峰时间段用电价格表	
高峰月用电量 (单位:千瓦时)	高峰电价 (单位:元/千瓦时)
50 及以下的部分	0.568
超过 50 至 200 的部分	0.598
超过 200 的部分	0.668

低谷时间段用电价格表	
低谷月用电量 (单位:千瓦时)	低谷电价 (单位:元/千瓦时)
50 及以下的部分	0.288
超过 50 至 200 的部分	0.318
超过 200 的部分	0.388

若某家庭5月份的高峰时间段用电量为200千瓦时,低谷时间段用电量为100千瓦时,则按这种计费方式该家庭本月应付的电费为_____元(用数字作答).

【规范解答】 根据给出的计费标准分别计算.对于应付的电费应由两部分构成:高峰部分为 $50 \times 0.568 + 150 \times 0.598 = 118.1$ (元);低谷部分为 $50 \times 0.288 + 50 \times 0.318 = 30.3$ (元),两部分之和为 148.4 (元).故填 148.4.

【点评】 本题为一道实际应用问题,试题没有用常规的方式直接给出分段函数,而是用表格的形式设计了两个分段函数,其主要目的是考查考生对实际问题的理解能力及用数学知识解决实际问题的能力.

6. 适度创新与开发潜能相结合

2009年《考试大纲》指出,对创新意识的考查,是对高层次理性思维的考查.在试题命制中要创设比较新颖的问题情境,构造有一定深度和广度的问题,要注重问题的

4 **数学备考** 进一步加深对定理、公式的理解与掌握,注意每个定理、公式的运用条件和范围;掌握典型例题所体现的思想与方法.

多样性,体现思维的发散性.精心设计考查数学主体内容,体现数学素质的题目;反映数、形运动变化的题目;研究型、探索型、开放型的试题.2009年数学试题中有不少设计新颖的试题.除了上面提及的北京卷第8题中关于“ $\mathcal{N}$ 点”的定义以及第20题中关于“数集具有性质”的定义十分新颖以外,宁夏、海南卷第17题中“测量方案的设计问题”、湖南卷第15题中“三角形分割以及数列递推问题”、四川卷第16题中“关于平面上的线性变换问题”、上海卷第13题中“格点行程问题”、第22题中“关于函数满足‘和性质’、‘积性质’的定义”、湖北卷第10题中关于“三角形数与正方形数问题”、江西卷第11题中“关于封闭图形的‘周率’问题”也都很有新意.这些试题的命制,有效地检测了考生潜在的能力.

7. 依托课本与适当延展相结合

由于高考试题所涉及的知识内容大多来源于课本,因此数学高考命题历来有“依据课本,但不拘泥于课本”的要求.2009年数学试题很好地贯彻了这一精神,许多试题都出自于课本.以北京卷为例,第1、2、4、7、9、10、11、15、17、18、19题都可以在课本中找到它的原型,这些试题有的与课本中的原题相仿,有的是课本中几个习题包括例题的整合或延伸,因而给考生以似曾相识的感觉.这对于高考复习重视依托课本,发挥教材功能,遏制题海战术,不搞高度加深,真正减轻考生负担都具有十分积极的导向作用.

【典例4】(2009·北京卷)若 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $\tan \theta > 0$, 则 $\cos \theta =$ _____.

【规范解答】 根据 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $\tan \theta > 0$ 可以知道 θ 是第三象限角,只要清楚第

三象限余弦函数的符号,根据同角三角函数关系即可解决,答案为 $-\frac{3}{5}$. 故填 $-\frac{3}{5}$.

【点评】 本题可以说是教材题目的直接翻版,各个版本的教材上都会有类似题目,如人教A版必修4第一章1.2.2同角三角函数关系中练习题的第1题“已知 $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, 且 α 为第三象限角,求 $\sin \alpha, \tan \alpha$ 的值.”

二、2010年高考数学复习的宏观策略

分析2009年全国各地数学试题的特点,在新一轮高考数学复习中,建议重视以下四点:

1. 双基与重点同步

无论是使用大纲版教材还是使用新课标版教材,高三复习都必须全面落实双基.这是因为,尽管高考有许多综合性试题,但综合的根基是基础.只有基础知识落实全面,基本技能训练到位,才能较好地解决综合问题.在此基础上,必须突出重点内容.这是因为,重点内容是高考数学试题的主体,只有抓住了重点,才算真正把握了主体.

上好课 同学们学习的主阵地是课堂,课堂的学习质量是影响学习成绩的最关键的一环.

2. 思想与能力并举

从数学学科的特点出发,近年来高考数学更加突出了对数学思想以及数学能力的考查.随着新课程改革的逐步深入,数学思想以及学科能力的范畴也在发生变化.从2005年开始,教育部考试中心要求对数学思想的考查由四种增加到七种,新一轮高三数学复习应当充分注意这些变化.由于数学思想蕴涵在代数、几何、概率与统计等知识内容之中,因此,在高三数学复习中,对数学思想应用的训练,应当和数学内容的复习同步进行.善于从数学问题本身挖掘和提炼数学思想,发展理性思维,逐步培养考生的各种数学能力.

3. 思维与交汇相融

数学是一门思维科学.提高考生的思维能力,发展考生的思维水平,是数学教育的重要任务之一.为此高考数学必然要考查考生的思维水平.由于在“知识网络交汇点处”设计的试题具有综合性强、思维量大、思维层次多的特点,因此,这些试题自然成了考查考生思维水平的好题.

“在知识网络交汇点处设计试题,使对数学基础知识的考查达到必要的深度”是近几年《考试大纲》对高考数学试题特别是对综合性试题的命题要求.目前,大纲版试题和课标版试题共同关注的知识交汇点是:数列与函数、不等式;平面向量与三角函数;解析几何与平面几何、平面向量;空间向量与空间图形、平面图形;概率统计与排列、组合、二项式定理;导数、函数、方程与不等式.一般说来,六个解答题基本上是围绕上述六个知识网络交汇点命制的.这些试题的解答,需要认真把握相关模块或章节知识之间的联系,选择恰当的方法逐一解决,各个击破.显然,这对于思维策略和思维水平具有较高的要求.因此,高三数学复习中,必须认真把握好这六个知识交汇板块的复习,做到思维与交汇并举.

4. 教辅与课本互补

中学数学教育界一贯倡导高考数学要注意发挥课本的教育功能.近年来,全国各地数学试题都较好地注意了这一点,许多试题源于课本.这为有效遏制题海战术、减轻过重负担起到了十分积极的作用.然而,高三复习中重教辅轻教材者仍不乏其人,这显然是不可取的.事实上,高三复习只重视教材不行,只重视教辅也不行.只有教辅与课本并举,才是明智选择.

真题 360° 全解密

空间向量与立体几何

考点 1 空间线面位置关系与充要条件

【真题 1】(2009·山东卷)已知 α, β 表示两个不同的平面, m 为平面 α 内的一条直线, 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $m \perp \beta$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

分析 根据两个平面垂直的判定与性质, 结合充要条件的概念作判断.

【规范解答】 当 $\alpha \perp \beta$ 时, 平面 α 内的直线 m 不一定和平面 β 垂直, 但当平面 α 内的直线 m 垂直于平面 β 时, 根据两个平面垂直的判定定理, 这两个平面一定垂直, 即 $\alpha \perp \beta$. 故 $\alpha \perp \beta$ 是 $m \perp \beta$ 的必要不充分条件. 故选 B.

360° 全解密

【命题探究】 本题把对空间线面位置关系基础知识的考查和充要关系的知识结合起来, 是一道在知识网络的交汇处设计的难度适中的试题.

【知识链接】 平面垂直的几个结论

当两个平面所成的二面角是直二面角时, 我们称这两个平面互相垂直; 当一个平面经过另一个平面的一条垂线时, 这两个平面互相垂直; 当一个平面平行于另一个平面的一条垂线时, 这两个平面互相垂直. 当两个平面互相垂直时, 在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另一个平面; 当两个平面互相垂直时, 过一个平面内一点和另一个平面垂直的直线在第一个平面内; 两个相交平面同时和第三个平面垂直时, 其交线垂直于第三个平面.

【技巧点拨】 判断充要条件时, 如果要肯定一个结论, 就要对这个结论的成立作出证明; 如果要否定一个结论, 只要找到一个反例即可. 如本题中否定条件的充分性时, 只要在 $\alpha \perp \beta$ 时, 在平面 α 内找到一条直线与平面 β 不垂直即可, 如找平面 α 与平面 β 的交线当做直线 m , 这时直线 m 当然不会与平面 β 垂直, 这样就否定了充分性.

【误点警示】 本题很容易出现判断上的错误. 要注意 $p \Rightarrow q$ 成立时, p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件; $p \Leftrightarrow q$ 成立时, p, q 互为充要条件. 在解决充要关系的判断问题上, 一定要分清次序, 防止出错.

【真题 2】(2009·福建卷) 设 m, n 是平面 α 内的两条不同直线; l_1, l_2 是平面 β 内的两条相交直线, 则 $\alpha \parallel \beta$ 的一个充分而不必要条件是

做笔记 上课时老师讲的各种重要概念、各种问题包含的思想与方法、数学备考 7

易错点以及一些很实用的规律和技巧等, 在认真听讲的同时要做好笔记.

A. $m \parallel \beta$ 且 $l_1 \parallel \alpha$

B. $m \parallel l_1$ 且 $n \parallel l_2$

C. $m \parallel \beta$ 且 $n \parallel \beta$

D. $m \parallel \beta$ 且 $n \parallel l_2$

分析 即由选项中的某一个条件能得到平面 α, β 相互平行, 但由平面 α, β 相互平行不一定能得到选项中的这个条件, 对照选项逐个作出判断即可.

规范解答

选项 A 作条件, 由于这时两个平面中各有一条直线与另一个平面平行, 不能得到 $\alpha \parallel \beta$, 但 $\alpha \parallel \beta$ 却能得到选项 A, 故选项 A 是必要而不充分条件; 选项 B 作条件, 此时 m, n 一定是平面 α 内的两条相交直线 (否则, 则推出直线 $l_1 \parallel l_2$, 与已知矛盾), 这就符合两个平面平行的判定定理的推论“一个平面内如果有两条相交直线分别平行于另一个平面内的两条相交直线, 则这两个平面平行”, 故条件是充分的, 但是在 $\alpha \parallel \beta$ 时, 由于直线 m, n 在平面 α 内的位置不同, 只能得到 m, n 与平面 β 平行, 得不到 $m \parallel l_1, n \parallel l_2$ 的结论, 故条件是不必要的, 故选项 B 中的条件是充分而不必要的; 选项 C 作条件, 由于 m, n 只是平面 α 内的两条不同直线, 这两条直线可能相互平行, 故得不到 $\alpha \parallel \beta$ 的必然结论, 这个条件是不充分的, 但 $\alpha \parallel \beta$ 却能得到选项 C, 故选项 C 是必要而不充分条件; 选项 D 作条件, 由 $n \parallel l_2$ 可得 $n \parallel \beta$, 平面 α 内的直线 m, n 分别与平面 β 平行, 由于 m, n 可能平行, 得不到 $\alpha \parallel \beta$ 的必然结论, 故这个条件是不充分的, 当 $\alpha \parallel \beta$ 时, 只能得到 $m \parallel \beta$ 但得不到 $n \parallel l_2$, 故条件也不是必要的, 故选项 D 中的条件是既不充分也不必要的. 综上, 故选 B.

360° 全解密

【课本探源】 本题是教材上两个平面平行的判定定理的推论, 隐含了一个必然关系“ m, n 为相交直线”, 目的是考查考生对两个平面平行关系及充分必要关系的掌握.

【知识链接】

两个平面平行的判定定理及推论

如果一个平面内有两条相交直线分别平行于另一个平面, 则这两个平面平行; 一个平面内如果有两条相交直线分别平行于另一个平面内的两条相交直线, 则这两个平面平行; 垂直于同一条直线的两个平面互相平行.

【方法探究】 解决这类空间线面位置关系的判断题, 要善于利用常见的立体几何模型 (如长方体模型、空间四边形模型). 作为选择题要善于排除最不可能的选项, 如选项 A、C, 通过简单回顾两个平面平行的判定定理, 首先就可以排除, 选项 D 和选项 C 基本一致, 也可以排除, 就剩下了选项 B. 解答选择题要学会排除法.

【误点警示】 解本题很容易出现把充分而不必要条件判断为必要而不充分条件的错误, 问题的根源是作为选择题, 在题目的叙述上和一般问题中的叙述正好相反. 在一般问题的叙述中往往是给出条件 P, Q 后, 设问 P 是 Q 的什么条件, 其解决方法是看 $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P$ 能不能成立, 确定问题的答案, 但在选择题中却把“ P 是 Q 的什么条件”中的条件 P 放到了选项中, 而把 Q 放在了题干中, 这就容易使考生误以为“ Q 是 P 的什么条件”, 导致错解题目. 考生在解决充要条件的问题时一定要注意题目中

8 数学备考

多做题 学好数学离不开做题, 高三学习更要做题, 不做一定数量

的习题是不可能学好数学的, 但是同时还要注意以下几个问题: (转下)