



高等师范院校教师教育系列教材

# 数学教学论

Theory of Mathematics Teaching

●代钦 斯钦孟克 编著

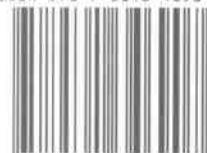
陕西师范大学出版社

责任编辑：颜 红

责任校对：颜 红

装帧设计：雷 青 吉人设计

ISBN 978-7-5613-4690-7



9 787561 346907 >

定价：32.00元

高等师范院校教师教育系列教材

# 数学教学论

主编 代钦 斯钦孟克

副主编 敖特根 沙仁格日勒

编者 敖特根 代钦 姜绍忠 李春兰

李林书 李伟军 其木格

沙仁格日勒 斯钦孟克 张伟

陕西师范大学出版社

图书代号:JC9N0077

图书在版编目(CIP)数据

数学教学论/代钦,斯钦孟克编著. —西安:陕西师范大学出版社,2009.8 (高等师范院校教师教育系列教材)

ISBN 978—7—5613—4690—7

I. 数... II. ①代... ②斯... III. 数学课—教学研究—中学  
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 076194 号

## 数学教学论

代 钦 斯钦孟克 编著

---

责任编辑 颜 红  
责任校对 颜 红  
装帧设计 雷 青 吉人设计  
出版发行 陕西师范大学出版社  
社址 西安市陕西师大 120 信箱(邮政编码:710062)  
网址 <http://www.snupg.com>  
经销 新华书店  
印刷 西安交通大学印刷厂  
开本 787mm×960mm 1/16  
印张 19  
插页 2  
字数 316 千  
版次 2009 年 7 月第 1 版  
印次 2009 年 7 月第 1 次印刷  
书号 ISBN 978—7—5613—4690—7  
定价 32.00 元

---

电 话:(029)85303622(传真) 85307826

E-mail:jcc@snuph.com

内蒙古师范大学教学研究基金资助立项

## 内 容 简 介

全书分为十章。第一章为导论，简要论述了数学教学论的内容及其意义，以及数学教学论的学科特征、研究领域和研究方法。第二章为国内外数学教育史的简要回顾，在国内部分中着重介绍了数学教学法研究和应用的发展情况。第三章至第六章为数学教学论的结构，包括数学课程、数学教学、数学学习和教学评价四个部分。第七章为逻辑基础知识与数学教学，重点介绍了在掌握形式逻辑基本知识的基础上进行概念、命题、推理和证明教学的基本要求和教学策略。第八章为数学教学实践，主要介绍了培养学生数学能力的途径。第九章为数学教育的研究方法和数学教师继续教育的途径和意义。第十章为在数学教育中应用信息技术的教学策略。

## 编写说明

本书主要是为师范院校数学教育专业学生学习教育学专业二学位数学教学论课程而撰写的。本书也可以作为中学数学教师的培训教材使用。在本书的编写过程中，在已有的数学教育学、数学教学法和数学教学论的基础上，博览甄采，锐意创新，注意了教材的科学性、系统性、操作性和创新性。首先，在数学教育史的编写中，改变以往的数学教育史中侧重介绍教育制度的做法，我们从历史的角度考察了数学教学论的发展。其次，根据各章节内容的特点，适当地安排了阅读材料，更进一步丰富了教材的内容。这是以往的同类教材中所没有的。再次，从实用和资料的视角考虑，附录里安排了数学教育史年表。

在本书的写作过程中，许多老师和研究生发扬了良好的合作精神，同心协力，不辞辛苦，付出了很多劳动。

本书编写分工如下：代钦、斯钦孟克承担了全书的设计、统稿和审阅工作；第一章，代钦；第二章，代钦、李春兰；第三章，李伟军、张伟；第四章，代钦；第五章，李春兰；第六章，敖特根；第七章，李林书、沙仁格日勒、其木格；第八章、第九章，代钦、斯钦孟克；第十章，姜绍忠、魏忠华；阅读材料，韩斌、代钦；数学教育史年表，李春兰；教学设计四则，林志伟。

本书的出版得到了陕西师范大学出版社、内蒙古师范大学教务处和数学科学学院的全力支持，在文字输入、作图、校对等方面得到了硕士研究生田志坤、邸晓玮同学的大力帮助，在此表示衷心的感谢。由于时间仓促，学疏才浅，书中存在缺点和错误在所难免，恳请同行们不吝赐教。

编 者  
2008 年 10 月

## 目 录

<b>第一章 导论</b>	(001)
第一节 数学教学论的内容及其意义	(001)
第二节 数学教学论的特征、研究领域及其研究方法	(003)
<b>第二章 数学教育的发展</b>	(009)
第一节 中国数学教育史简介	(009)
第二节 外国数学教育史简介	(030)
<b>第三章 数学课程</b>	(058)
第一节 数学课程的概念	(058)
第二节 数学课程内容	(060)
第三节 数学课程编制原则	(062)
第四节 数学课程的类型	(066)
<b>第四章 数学教学</b>	(070)
第一节 数学教学目标	(070)
第二节 数学教学方法	(076)
第三节 数学教学模式	(079)
第四节 数学教学是一项研究工作 ——以日本中小学数学教学研究形态为例	(082)
第五节 数学教学原则	(090)
<b>第五章 数学学习</b>	(103)
第一节 数学学习的概念及其特点	(103)
第二节 皮亚杰的智力发展理论与数学学习	(106)
第三节 吉尔福特的智力结构模型	(112)
第四节 桑代克的“联结说”学习理论和数学学习	(116)
第五节 加涅的“信息加工”学习理论和数学学习	(118)
第六节 第尼斯的数学学习理论	(121)
第七节 奥苏伯尔的有意义学习理论与数学学习	(125)
第八节 布鲁纳论学习	(129)
第九节 斯金纳论教与学	(132)

第六章 数学教育评价与测评	(136)
第一节 数学教育评价	(136)
第二节 学习质量的检查与分析	(143)
第七章 逻辑基础与数学教学	(151)
第一节 数学概念及其教学	(151)
第二节 数学命题及其教学	(159)
第三节 数学中的推理及其教学	(170)
第八章 数学教学实践与数学能力的培养	(188)
第一节 数学解题教学	(188)
第二节 数学建模教学	(195)
第三节 数学审美能力的培养	(201)
第四节 数学基本能力的培养	(207)
第五节 数学课外活动及其设计	(213)
第九章 数学教育研究与教师的继续教育	(222)
第一节 数学教育研究	(222)
第二节 数学教师的继续教育	(234)
第十章 信息技术与数学教育	(242)
第一节 信息技术的发展与数学教育	(243)
第二节 计算机在数学教育中的作用	(245)
第三节 数学教学软件及其应用	(257)
参考文献	(269)
附录 1 中国数学教育史年表	(272)
附录 2 教学设计四则	(283)

# 第一章 导论

数学教学论是研究数学教学规律及其应用的一门学科，是高等师范院校数学教育专业学生的必修课程之一。它是一门理论性、实践性和综合性很强的独立学科，与数学、教育学、心理学、逻辑学等学科密切相关。它的研究领域较广泛，有自己的研究方法。数学教学论对数学教师的职前教育具有重要的意义。

## [学习指导]

1. 掌握数学教学论的含义；
2. 认识数学教学论的意义；
3. 掌握数学教学论的特征、研究领域和研究方法。

## 第一节 数学教学论的内容及其意义

### 一、数学教学论的含义

数学教学是一个实践过程，数学教学论是从数学教学实践中总结、概括并上升为理论的科学体系。数学教学理论来自数学教学实践，反过来又指导数学教学实践，在指导实践过程中不断地发展和完善。数学教学理论与一般教学理论既有联系又有区别，具有特殊与一般的关系。虽然数学教学论的研究已有了长足的发展，但是目前还处于发展阶段。

数学教学论是研究数学教学规律及其应用的一门学科，是高等师范院校数学教育专业学生的必修课程之一。学校教育是根据一定的社会要求和受教育者的发展需要，有目的、有计划、有组织地对受教育者施加影响。教师作为学校教育的重要组成部分，承担着培养和塑造人的重任。因此教师不仅是一种职业也是一种专业，其性质与医生、律师、工程师等相类似，教师必须经过专门的培训，数学教学论正是这样一门对有一定数学专业知识的学生进行数学教师基础知识和基本技能培训的课程。简而言之，开设数学教学论课程的主要目的是为了改进和完善数学教育专业师范生的知识结构，使其初步形成正确的数学教学思想和数学教学观念，具备基本的教学、教育科研能力，为使他们成为合格的数学教师做好准备。

数学教学过程是在学生和教师的双边活动中以课程内容和教学设备为媒介进

行的。同时，数学教学也是学校实现数学教学目标、完成数学教育任务的基本途径。人类经过千百万年的反复实践和理性选择，从前人摸索出来的丰富经验中，筛选出几种最有利于学生身心发展的教学方法，将其保留下来，如学校数学教学、数学课外活动、各种形式的数学竞赛活动等，并发展成为现代学校数学教育中广泛运用的途径。在这些途径中，数学课堂教学是学校数学教育的基本途径，学校数学教育目的的贯彻落实和数学教育任务的完成主要是通过课堂教学途径实现的。在各种途径中，课堂数学教学的知识容量最大，计划性、系统性更强，活动的效果更明显，因而对学生全面发展和个性特长的发挥有更强的作用和意义。

教学论（或教学理论）这个术语，最早在 17 世纪的德国教育家拉克特（1571—1635）和捷克教育家夸美纽斯（1592—1670）的著作中出现，他们把它理解为“教学的艺术”。

在我国，早在两千多年前的《礼记·学记》中，就提出了“教学相长”、“君子之教喻也，道而弗牵，强而弗抑，开而弗达”等思想，这是世界教育史上关于教学论的最早论述。

近代以来，对于“教学论”这个术语，汉语使用过的同义词有“教授学”、“教授法”、“教学法”、“教学原理”、“普通教学法”等。例如，20 世纪 20 年代前出现了多种教授学的论著。

“教学论”这个术语常常与“教学法”发生混淆。一方面，“教学法”这个术语有时就是指“教学论”，讲的是教学的一般原理；另一方面，“教学法”就是指某一学科的教学法，如数学教学法，这与教学论不同。数学教育中出现过“数学教授法”、“数学教学法”、“数学教育学”、“数学教学论”等说法，但是从迄今为止出版的相关论著中发现，明确区分这三个说法是非常困难的。在我们的这本教材中，不去推敲这三个说法的区别，仅从可操作性的角度去处理。本书中“数学教学论”的内容和“数学教学法”的有些内容也不尽相同，在某些方面超越了“数学教学法”。

数学教学理论侧重从教学指导的视角研究数学教学规律及其运用，涉及指导数学教学的基本理论、数学教学的一般原则、数学教学方法以及设置依据等较为理论化的问题的研究；也涉及包括数学教学设计的基本要求、原则、方法和程序，数学教学各环节设计与教案编写，数学课堂教学的优化，数学课外活动的设计和实施，数学教学基本技能以及多媒体技术的使用等以数学教学过程为研究对象的较为具体的问题的探讨；还包括中学数学教学内容概述、数学基本概念和基本理论教学、数学应用教学、数学习题和数学复习教学等以中学数学具体教学内容为研究对象的更为细致的问题的研究和探讨。通过对数学教学理论不同层面的展开，

展示数学教学理论的主要研究成果，介绍国内外先进的教学思想和教学理念，揭示数学教学过程中的主要矛盾和基本规律，示范数学教学的基本模式和常规方法。

## 二、数学教学论的意义

从数学教育目的看，自数学教学出现以来渐次形成的特殊意义有：

(1) 数学教学以有目的、有计划、有组织的数学活动形式进行人类经验的传授，使数学教学活动有着良好的秩序和节奏，从而大大提高了数学教学的效率。各种数学教学规章制度的形成更规范了师生的教学行为，使数学教学活动免除了随意性和零散性，从而使之变成一种专业性很强的特殊活动。

(2) 数学教学将传授的内容，经科学的选择，依据知识构成的逻辑顺序和学生获得知识的认知规律编成教材，作为学生认识世界的媒体。这比学生自己选择学习内容，无论从其目标、内容、时间还是效果上来说都要优越得多。

(3) 数学教学又是在教师的引导和精心安排的过程中进行的。它可以避免自学上的困难和反复地尝试错误的过程。而且，教师又总是试图选择最优的方法去完成教育的任务，这就保证了学习者学习上的每一步都能够顺利地进行。

(4) 数学教学所要实现的不仅仅是知识的传授，它要完成的任务始终是全面的，既有知识的获得、智力的发展、能力的培养和提高，又有思想品德的完善、基本技能的形成、个性特长的发展等等。

数学教学的上述作用客观地决定了学校数学教学工作的途径，即有效地进行数学教学活动。要高质量高效率地完成任务，数学教学的一个至关重要方面是必须遵循数学教学规律，处理好间接经验和直接经验相结合的关系、传授知识和提高思想觉悟的关系、传授知识和发展智力的关系以及发挥教师的主导作用与调动学生积极性、自觉性的关系。因此，从教师可持续发展的角度看，将教学理论纳入本科师范生的知识结构中已成为社会发展的迫切需要。同学们应该在数学教学论的学习中努力掌握本课程的基础知识和基本原理，注重培养教育教学的基本技能，深刻领会典型范例，使基本理论学习与具体授课方式的学习相得益彰。学校的数学教育工作也应该遵循以数学教学为主的规律，从而保证数学教育质量，培养出合格的人才。

## 第二节 数学教学论的特征、研究领域及其研究方法

现在，人们把研究数学教学论即数学教育的学问改称为“数学教育学”。虽然数学教育的研究很早就开始了，但是数学教学论作为学问或学科其历史并不

长。关于建立一个新学问应该追求什么，以及根据什么，人们对此提出了各种不同见解。

数学教学论的课题和本质，随着其自身的发展不断地变化和发展。但是现在考察、整理数学教学论应该以数学教育的研究进展为根据。

### 一、数学教学论的特征

数学教学论，顾名思义就是由数学和教学论合并而形成的学科，但实际上它并不是数学和教学论的简单组合，而它的本质应该是“数学教学”和“论”结合而决定的。“论”就是“学问”，因此可以说数学教学论就是数学教学的学问。从这个意义上很容易看到数学教学论这个学科的独立性。

数学教学论并不是从“数学”和“教学论”角度去理解，而是从“数学教学”和“学问”的角度去理解的。换言之，数学教学论是以“数学教学”为研究对象的“学问”。这就明确了数学教学论的研究对象和研究方向。

数学教学论是研究数学教学过程的一门科学。数学这个术语可以表示一种思维活动（数学活动），或者表示这种活动的结果——理论。这在数学教学中有截然不同的表现形式，从而导致不同的数学教学论。一种是研究某种数学理论的数学教学论，而另一种是研究数学思维活动的数学教学论。我们这里研究的数学教学论是后者，它主张数学教学是数学思维活动的教学。

根据数学教学论的含义和研究对象、方法等，我们可以概括出它具有以下特征：

首先，数学教学论作为一门科学，它应该具有实证的特征。

其次，从根本上看，数学教学论是以形成职业技能为目标的，因此数学教学论具有规范性的特征。

再次，数学教学论具有较强的实践性。

最后，数学教学论有自己的理论体系。

由此可见，数学教学论是综合实证性、规范性、实践性和理论性的一门独立的学科。

数学教学论的研究是思想与方法，或者是哲学与技术的整合性研究。在数学教育中，教育方法是实现教育思想的重要因素。再高深的思想也必须借助技术来实现自己，否则就是空洞的。同样地，缺乏思想的技术也是很危险的。所以在数学教学论的研究中必须有机地结合思想和方法。

由以上的简要分析，可以更简要地概括出数学教学论的特征：

(1) 数学教学论是以数学教育为研究对象的学问；

- (2) 数学教学论是通过数学形成人格的学问；  
 (3) 数学教学论是具有实证性和规范性的学问；  
 (4) 数学教学论是理论联系实践的学问；  
 (5) 数学教学论是结合数学教育的思想和方法的学问。

## 二、数学教学论的研究领域

过去从教学目的、内容、方法和评价等视角研究数学教育的问题，但现在随着数学教育的发展和现代科学技术、教育学和心理学等学科的研究进展，数学教学论的研究领域发生了很大变化。例如，从教育领域来划分，可以作如下分类：

- (1) 本质、意义、目的与目标；
- (2) 教学内容；
- (3) 教学方法；
- (4) 测验与评价；
- (5) 课程；
- (6) 教学与学习过程；
- (7) 学习进度、学习效果和能力；
- (8) 教学理论和学说；
- (9) 学习者；
- (10) 教师与教师教育。



从最近发表在《数学教育学报》、《数学通报》以及《数学教学》等期刊上的论文内容中也可以将数学教学论研究的对象总结为以下研究领域：

- (1) 教材论；
- (2) 学习指导方法；
- (3) 评价；
- (4) 课程；
- (5) 教学与学习过程；
- (6) 问题解决；
- (7) 理解、认知和思维；
- (8) 多媒体技术的应用；
- (9) 其他。

以上领域的分类有共同点，那就是这些领域的内容不再局限于目的、内容、方法和评价，而是独立出了许多新领域，例如课程、教与学的过程、理解、认知和思维以及问题解决教学的研究等。这些领域并不是互相独立的，而是相互之间

密不可分的整体的不同方面。

所谓数学教育主要是指中小学数学教学。从这个意义上说，数学教学论就是以数学教学为研究对象的学科。一方面，目的、内容和方法等是把构成教学的要素进行分解的假设性的东西；另一方面，教学结构的研究和课程的研究是非常重要的领域。根据以上两种不同分类方法，我们可以概括出数学教育的研究对象及其研究领域的结构<sup>①</sup>，如图 1-1：

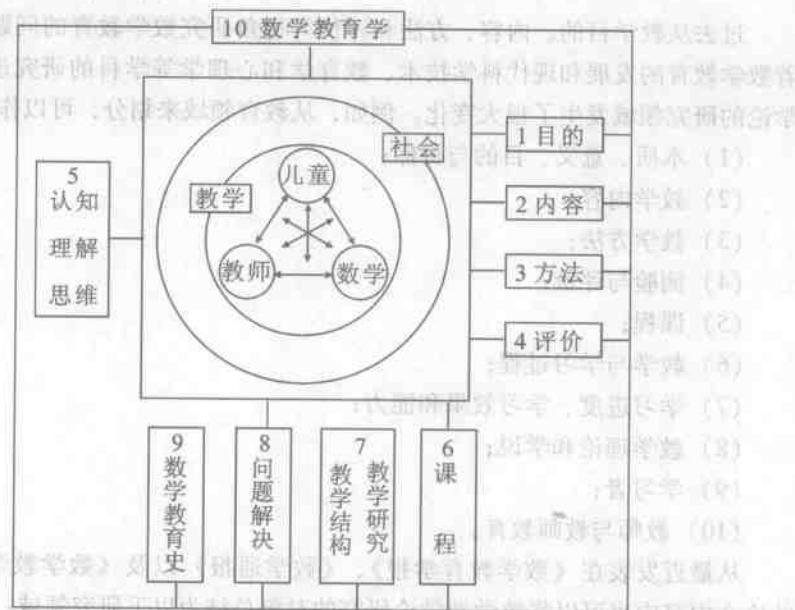


图 1-1 数学教学论的研究对象和研究领域

### 三、数学教学论的研究方法

#### (一) 理论与规范性研究

##### 1. 哲学方法

应用哲学研究的方法是以文献和思考为研究对象来进行研究的方法。一般在阐明教育、人格（人）、数学等的本质与它们之间的关系的研究，以及数学教育目的等研究中使用。

##### 2. 解释方法

以前人所研究的理论、原理等为研究对象，对它们的解释、相互关系、价值

① 数学教育研究会：新数学教育の理论と实际。东京：圣文社，1999。

等方面进行的研究。例如，关于皮亚杰理论在数学教育中的应用、数学教育中关于“理解”的各种模式的研究等方面经常使用解释方法。

#### 3. 历史方法

应用历史学的研究方法，进行数学教育的通史性研究、断代史研究、各国数学教育史的研究、不同问题的研究、人物研究等。

#### 4. 比较教育学方法

应用比较教育学的研究方法，对若干个国家的数学教育进行比较研究，阐明它们的特征、问题与课题等。

#### 5. 记号论方法

灵活应用记号论、表记论、语言论等学科的成果，进行数学教育研究的方法。在数学教育中，表记的研究和表现体系的研究等经常被使用。

### (二) 实践与实证研究

#### 1. 教学实验研究

提出研究假设，并通过教学实验来实证假说的研究。其最典型的方法是确定实验群的班级和一般群的班级来进行教学，进行统计性检验。

#### 2. 教学研究

教学研究以改进教学为目的，将教学过程用摄像机等设备记录下来，并进行分析的研究。它是从教学论的研究、教育技术学的研究、学科内容的研究等各种视角进行的研究。

#### 3. 问卷研究

进行问卷调查，根据分析结果来明确某一事实，论证研究假设等的研究方法。在这种情况下，统计方法和多变量分析方法被广泛使用。学力的调查分析和学生错误解答的分析也包含在其中。

#### 4. 思维过程研究

思维过程研究是把学生发表在问题解决过程中的思维过程用摄像机等设备记录下来进行分析，最后阐明学生思维的教学过程和心理过程等。

### [本章要点概述]

1. 数学教学论是研究数学教学规律及其应用的一门学科，是研究数学教学的一门学问，是高等师范院校数学教育专业学生的必修课程之一。它是一门理论性、实践性和综合性很强的独立学科，与数学、教育学、心理学、逻辑学等学科有着密切联系。

2. 数学教学过程是在学生和教师的双边活动中以数学课程内容和教学设备为

媒介进行的。同时，数学教学也是学校实现数学教学目标、完成数学教育任务的基本途径。

3. 数学教学论的意义是由数学教育教学在中学教育中的地位所决定的。数学教育对学生知识的掌握、思维和思想观念的发展、能力的提高、人格的形成等诸多方面具有重要作用。数学教学论的健康发展及其合理应用直接影响数学教学质量。

4. 数学教学论有以下特征：(1) 数学教学论是以数学教育为研究对象的学问；(2) 数学教学论是通过数学教学形成人格的学问；(3) 数学教学论是具有实证性和规范性的学问；(4) 数学教学论是理论联系实践的学问；(5) 数学教学论是结合数学教育的思想和方法进行研究的学问。

5. 数学教学论的研究领域包括：(1) 数学教学的本质、意义、目的与目标；(2) 教学内容；(3) 教学方法；(4) 测验与评价；(5) 课程；(6) 教学与学习过程；(7) 学习进度、学习效果和能力；(8) 教学理论和学说；(9) 学习者；(10) 教师与教师教育。

6. 数学教学论的研究方法有：（1）理论与规范性研究：①哲学方法；②解释方法；③历史方法；④比较教育学方法；⑤记号论方法。（2）实践与实证研究：①教学实验研究；②教学研究；③问卷研究；④思维过程研究。

### 「思考练习」

1. 什么是数学教学论？
  2. 数学教学论有哪些特征？数学教学论的研究领域如何？
  3. 简单论述数学教学论的意义。