

高等农业院校試用教材

材 料 力 学

下 册

北京农业机械化学院編

农机类各专业用

农 业 出 版 社

高等农业院校試用教材

材 料 力 学

下 册

北京农业机械化学院編

(本书錯誤甚多)

农 机 类 各 专 业 用

农 业 出 版 社

高等农业院校試用教材

材料力学

下 册

北京农业机械化学院編

农业出版社出版

北京老錢局一号

(北京市书刊出版业营业許可証出字第106号)

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售

上海市印刷三厂印刷装订

統一书号 15144·300

1961年10月北京制型

1961年10月初版

1962年1月上海第二次印刷

印数 6,271—8,770册

开本 787×1092 毫米

十六分之一

字数 225千字

印张 十又八分之五

定价 (9) 一元

目 录

第十六章 复合抗力	3
§ 16.1 斜弯曲	3
§ 16.2 拉伸或压缩和弯曲的组合	9
§ 16.3 扭转和弯曲的组合	14
§ 16.4 螺旋圆柱形弹簧的计算	20
第十七章 曲梁	24
§ 17.1 曲梁的概念	24
§ 17.2 内力的计算	24
§ 17.3 应力的计算	25
§ 17.4 截面中性轴位置的确定	29
§ 17.5 曲梁的变形计算	34
§ 17.6 曲杆超静定问题	36
第十八章 刚架的分析	38
§ 18.1 概述	38
§ 18.2 刚架的分类及其性质的确定	41
§ 18.3 平面静定刚架的内力分析	44
§ 18.4 平面静定刚架的弹性变形	52
§ 18.5 空间静定刚架	55
§ 18.6 超静定刚架的解法	60
§ 18.7 力法解平面超静定刚架	62
§ 18.8 力法的简化——正对称及反对称	67
§ 18.9 力法解空间超静定刚架的例题	67
第十九章 压杆的稳定性	73
§ 19.1 基本概念	73
§ 19.2 临界压力 P_K 的确定	75
§ 19.3 压杆的约束对于临界压力的影响	77
§ 19.4 欧拉公式的应用范围及临界应力总图的作法	79
§ 19.5 压杆稳定的条件	80
§ 19.6 材料及截面形状的选择	82
§ 19.7 纵横弯曲	86
§ 19.8 作用有力偶及偏心的压杆	90
第二十章 动载荷	92

§ 20.1	基本概念	92
§ 20.2	构件作等加速直线运动时的应力计算	92
§ 20.3	构件作旋转运动时的应力计算	93
§ 20.4	杆件复合运动时的应力计算	95
§ 20.5	振动时的应力计算	98
§ 20.6	构件质量对自由振动频率的影响	102
§ 20.7	冲击时的应力计算	104
§ 20.8	轴向冲击时变截面杆之内力及上面所得结果推出的实用结论	111
§ 20.9	被冲击系统质量的影响	113
§ 20.10	冲击物自身应力之计算	113
§ 20.11	冲击时材料机械性质的研究	115
§ 20.12	各种因数对冲击韧度的影响	116
第二十一章	交变应力下构件的强度计算	117
§ 21.1	基本概念	117
§ 21.2	在交变应力下构件疲劳破坏的现象及其破坏原因的假说	118
§ 21.3	交变应力及其循环特征	120
§ 21.4	对称循环持久极限的确定	122
§ 21.5	影响材料持久极限的主要原因	123
§ 21.6	非对称循环下的持久极限	129
§ 21.7	持久极限图的简化	130
§ 21.8	交变应力下构件的强度校核	132
§ 21.9	构件在弯-扭组合交变应力下的强度计算	137
第二十二章	厚壁圆筒	142
第二十三章	强度计算的允许载荷法	150
§ 23.1	基本概念	150
§ 23.2	允许载荷法计算拉压杆系的问题	151
§ 23.3	关于梁的计算	154
附录		162
表 1	等肢角钢	162
表 2	不等肢角钢	164
表 3	工字钢	166

第十六章 复合抗力

到目前为止，我們所研究过的杆件均为受力后产生简单变形形式的杆件。如产生伸长或縮短的拉杆或压杆；产生扭转变形的轴和产生弯曲变形的梁等。实际上在大多数結構和机器上的零件，在受力后往往要产生两种或两种以上的变形形式；如一般傳动轴，在工作中不但产生扭转变形，而同时也将有弯曲变形；并且有些零件看来外力的作用并不复杂，但是产生的变形形式却很复杂，如图 16.1 所示的車刀刀杆和犁头的犁柱等，在工作过程中，它們将同时产生伸长或縮短、弯曲和扭转等变形。因此，它們的截面上也将产生軸向力、切力、扭矩、弯矩等各种形式的內力。我們对这些內力的組合，称为复合抗力。

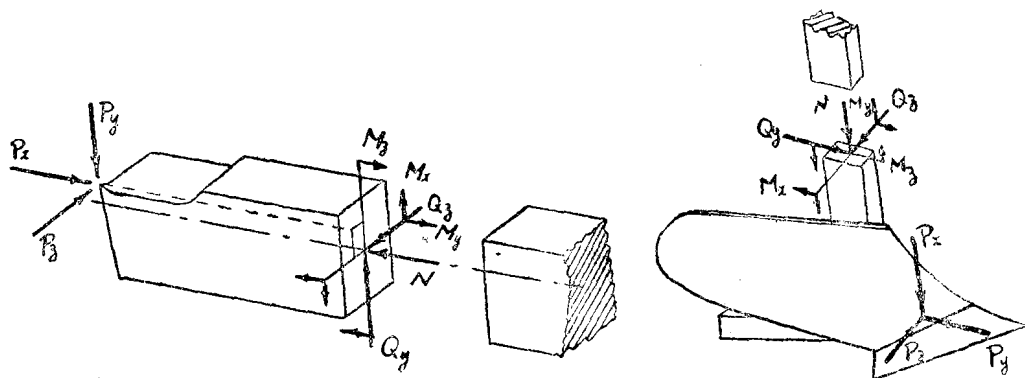


图 16.1

复合抗力是零件一般受力情况的問題。此种問題的强度計算和刚度計算，通常是利用力作用的迭加原理。这一原理的出发点，是假定彈性体在多个外力作用下，各力所引起的变形互不影响各力的作用結果。实验証明，除某些情况外，在变形很小的情况下，这一假定可以在复合抗力的分析中进行广泛应用。这样，我們就可以把产生复杂变形形式的受力杆件，分析为几种单一变形形式的情况，运用前面我們所建立的結論分别进行分析計算，然后加以組合。

下面我們將分別研究几种典型情况的复合抗力問題。

§ 16.1 斜 弯 曲

关于梁的强度計算，我們已經研究了載荷作用在主軸平面內的弯曲問題，其正应力的計算是按照： $\sigma = \frac{M_y \cdot z}{J_y}$ 的关系式进行的。現在若載荷并不通过梁的主軸平面，即梁的变形彈

性綫并不在載荷作用平面內时，我們則沒有理由再来应用前面的結論。对于这种載荷不作用在主軸平面內的弯曲問題，我們称为斜弯曲。

斜弯曲在机器結構中存在相当普遍，如农业机械上应用得很多的角鋼，它們通常均是在斜弯曲的情况下工作的。图 16.2 是 x 个外力通过弯曲中心而与主軸成某一偏角 φ 的斜弯曲实例。

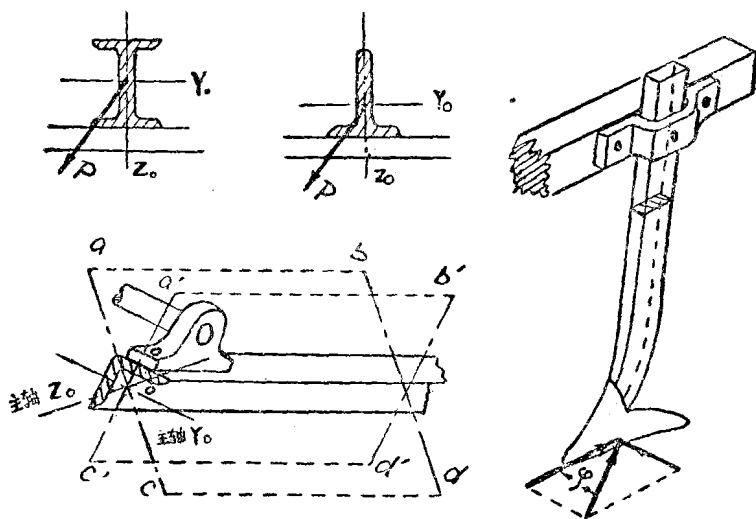


图 16.2

現在我們以矩形截面梁为例，說明斜弯曲問題的分析方法。

图 16.3 为一在自由端受一集中力 P 作用的悬臂梁，設力 P 的方向与主軸 z 之夹角为 φ 。

現在我們將力 P 向主軸 y 和 z 进行分解为 P_y 和 P_z (图 16.3)，即

$$\left. \begin{aligned} P_y &= P \sin \varphi; \\ P_z &= P \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (16.1)$$

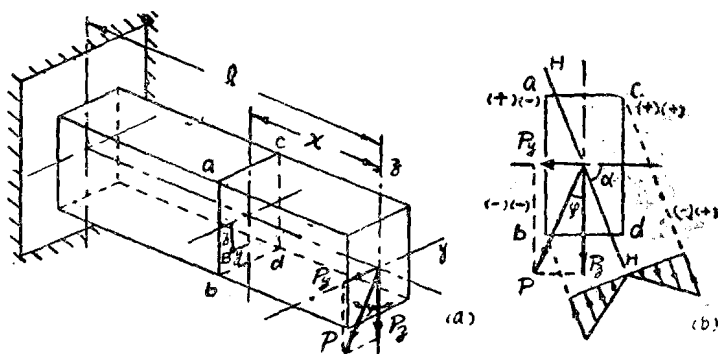


图 16.3

这样,斜弯曲便化成了两个平面弯曲的问题;从而也就提供了应用前面的结论解决斜弯曲问题的条件。根据迭加原理,我们即可以按照两个平面弯曲的情况分别计算出截面上同一点的应力,然后将其代数相加,求得该点的总应力。

现在取距自由端为 x 的任意截面(图16.3),该截面上对主轴 y 和 z 的弯矩分别为:

$$M_y = P_z \cdot x = P \cos \varphi \cdot x;$$

$$M_z = P_y \cdot x = P \sin \varphi \cdot x。$$

若以 M 表示总的弯矩,即 $M = Px$, 则

$$\left. \begin{aligned} M_y &= M \cos \varphi; \\ M_z &= M \sin \varphi。 \end{aligned} \right\} \quad (16.2)$$

从图16.3可以看出,如果我们把力 P 的所在象限定为第 I 象限,则由于 M_y 使 II, IV 象限受拉, I, III 象限受压;而由于 M_z 则使 II, III 象限受拉, I, IV 象限受压,今分别以 (+) 表示拉(-)表示压(图16.3b)。这样,若计算第 I 象限某一点 $B(y, z)$ 的应力,则

$$\sigma = \frac{M_y \cdot z}{J_y} + \frac{M_z \cdot y}{J_z},$$

以式(16.2)代入,得

$$\sigma = M \left(\frac{z \cos \varphi}{J_y} + \frac{y \sin \varphi}{J_z} \right)。 \quad (16.3)$$

式(16.3)可用来计算截面 $abcd$ 上任意点的应力,不过应将该点之座标 y 和 z 代以 (+) 或(-)。

我们若检查强度,则需要求出最大应力。按照平面弯曲时的分析方法,最大应力点应当是在截面上距中性轴最远的地方,因此我们首先需要根据 $\sigma = 0$ 的条件确定中性轴的位置。设 y_0 和 z_0 即为中性轴上任意点的座标,代入式16.3令其为0,即

$$\sigma = M \left(\frac{z_0 \cos \varphi}{J_y} + \frac{y_0 \sin \varphi}{J_z} \right) = 0,$$

可得

$$\frac{z_0 \cos \varphi}{J_y} + \frac{y_0 \sin \varphi}{J_z} = 0。 \quad (16.4)$$

显然,式(16.4)为一过原点的直线方程式,我们可用其斜率表示此直线的方位,即

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{z_0}{y_0} = \operatorname{tg} \varphi \frac{J_y}{J_z}。 \quad (16.5)$$

式16.5中之负号,乃表示中性轴上任意点的座标 y_0 或 z_0 , 其中总有一个为负值。这说明中性轴乃是通过原点而位于 II, IV 象限的一条直线(图16.3),角 α 即为中性轴 $H-H$ 和轴 y 的夹角。从式16.5可以看出,当 $J_y = J_z$ 时,即一般情况下, $\alpha = \varphi$, 也就是中性轴并不与载荷方向互相垂直,这就是斜弯曲的一个重要特点。

在中性轴的位置确定以后,我们则可以通过做中性轴的平行线,找到与截面边缘相切,

亦即距中性轴最远的最大应力点(图 16.3 和 16.4), 以该点的坐标数值及符号代入式 16.3 即可求得截面上的最大应力, 从而进行强度检查。不过, 对于一般具有棱角的截面, 由于中性轴之平行线与截面边缘的切点, 往往都是在其棱角处, 所以我们若求最大应力, 只需以棱角处的坐标代入式 16.3 即可, 不必用上述方法找其最大应力点。

另外, 从式 16.3 可以看出距中性轴不同距离的各点的应力, 其变化规律与平面弯曲一样, 仍为线性关系图(16.3 和 16.4), 中性轴仍是应力符号改变的分界线。

以后为了分析应力方便起见, 应力的符号直接从观察该点的变形而定: 拉为正, 压为负。如图 16.3 所示之梁, B 点应力为负值。

关于斜弯曲情况的变形分析, 仍然可以按照两个平面弯曲来进行。其总的变形结果: 即为两个平面弯曲变形的几何和。现在我们仍以图 16.3 所示矩形截面梁为例, 说明斜弯曲的变形分析方法和特点。

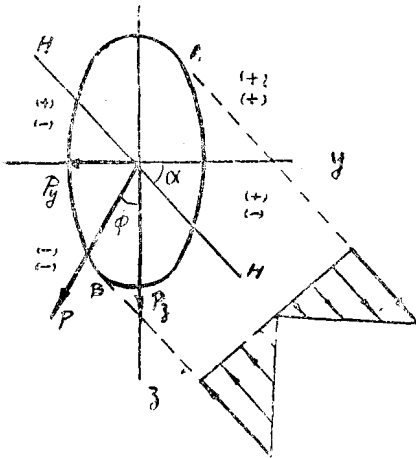


图 16.4

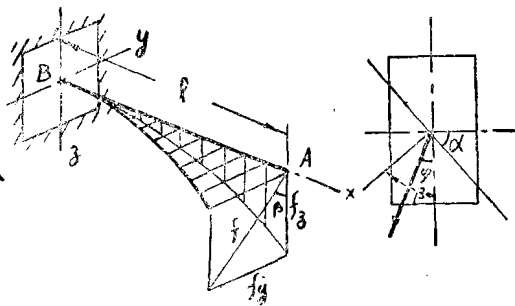


图 16.5

设梁自由端沿主轴 y 和 z 的挠度分别为 f_y 和 f_z (图 16.5), 根据平面弯曲的计算结果, 可得

$$f_y = \frac{P_y l^3}{3EJ_z};$$

$$f_z = \frac{P_z l^3}{3EJ_y}。$$

以式 16.1 代入, 即

$$f_y = \frac{P \sin \varphi \cdot l^3}{3EJ_z};$$

$$f_z = \frac{P \cos \varphi \cdot l^3}{3EJ_y}。$$

現若以 f 表示梁自由端的总撓度, 則

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} \quad (16.6)$$

式 16.6 即为計算斜弯曲撓度的一般表示式。

对于斜弯曲的弯曲方向, 我們可用总撓度 f 与 z 軸的夹角 β 来表示, 不同位置的 f 所組成的平面, 即梁軸变形彈性綫所在的平面, 称为弯曲平面, 从图 16.5 可以看出,

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{f_y}{f_z} = \frac{J_y \sin \varphi}{J_z \cos \varphi} = \operatorname{tg} \varphi \frac{J_y}{J_z}. \quad (16.7)$$

比較式 16.5 和式 16.7, 則其右端完全相同, 即

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$$

这里告訴我們: 弯曲平面和主軸 z 所在平面之夹角 β 与中性軸和主軸 y 的夹角 α 相等, 而皆与載荷方向同 z 軸之夹角 φ 不等。亦即弯曲平面并不在載荷平面內, 这也是斜弯曲情况的一个特点。

現在我們再將式 16.5 和 16.7 研究一下, 假如 $J_y = J_z$ 时, 則

$$\alpha = \beta = \varphi。$$

此时即無論載荷作用在任何方向, 皆为平面弯曲的情况。

另外当 $J_y \gg J_z$ 时, 例如像图 16.6 所示的狹窄矩形截面, 由式 16.7 可以看出, 在角 φ 不大时, 而角 β 則可能达到相当大的数值, 此时梁将发生較大的側向变形(图 16.6)。这一問題对設計者來說必須有充分的認識和估价。下面我們用具体数字計算結果予以說明。

設图 16.6 所示矩形截面的高度 $h = 20\text{cm}$, 寬度 $b = 6\text{cm}$, 則

其慣矩 J_y 和 J_z 求得为

$$J_y = \frac{6 \times 20^3}{12} = 4000 \text{ cm}^4;$$

$$J_z = \frac{20 \times 6^3}{12} = 360 \text{ cm}^4。$$

其比值为

$$\frac{J_y}{J_z} = \frac{4000}{360} \approx 11。$$

若載荷 P 与 z 軸之偏角 $\varphi = 5^\circ$, 則可以求得其弯曲平面的方向:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \varphi \frac{J_y}{J_z} = 0.0875 \times 11 = 0.963。$$

由式 16.7 則側向变形 f_y 为

$$f_y = f_z \operatorname{tg} \beta = 0.963 f_z。$$

此計算結果說明, 虽然載荷仅离 z 軸 5° , 而側向变形 f_y 几乎与 f_z 相等。因此对某些主慣矩值相差較大的截面, 如高工字鋼和槽鋼以及扁鋼等, 在它們为平面弯曲时虽然可以工作

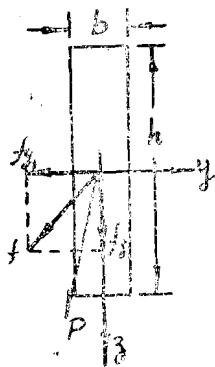


图 16.6

得很好,但在斜弯曲时将变得很不利。所以我们对具有这种截面的杆件,为了防止产生过分的侧向变形,应当加入撑杆或其他联结装置。

〔例〕 16.1 如图 16.7 所示,收割机上支承收割台的角钢外伸梁。收割台对它的作用如图 16.7 所示的一段均布载荷 $q = 1\text{kg/cm}$, 角钢的规格为 $50 \times 50 \times 5\text{mm}$ 的等边角钢,其他尺寸如图注,今计算其最大弯曲正应力(这里暂不考虑弯曲中心问题)。

〔解〕: 如图 16.7 b 将均布载荷 q 分解至主轴 y 和 z 的方向,即化为两个平面弯曲问题计算。

按其结构形式,其最大弯矩必然在截面 B 处,因对称,其 M_y 和 M_z 之值相等,即

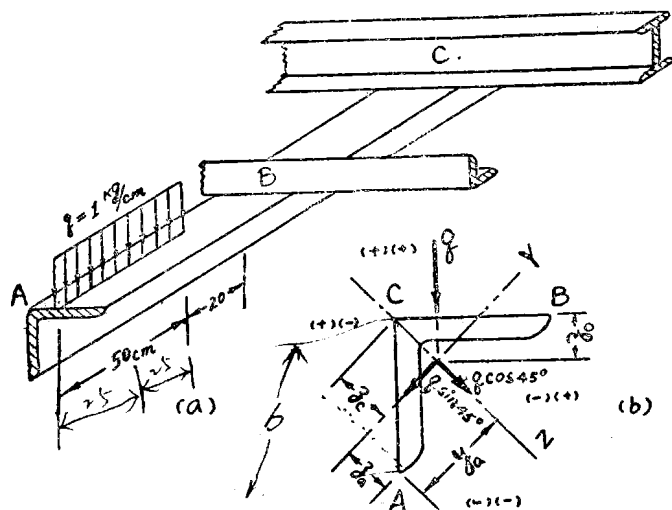


图 16.7

$$M_{y_{\max}} = q \cos 45^\circ \times 50 \times (20 + 25) = 1590 \text{ kg-cm} = M_{z_{\max}}$$

由 M_y 及 M_z 将在各象限引起拉应力和压应力(读者参考图 16.7 b 自行分析), 因截面具有尖角, 其最大应力可能发生在 A 点, 那里应力具有相同的符号, 且该点坐标为最大。而 B 点虽然与 A 点位置相同, 但其应力却具有相反的符号, 故不可能有最大应力。

由图 16.7 b 可知:

$$z_c = \frac{z_0}{\cos 45^\circ} = 1.42 \times \sqrt{2} = 2 \text{ cm}, \text{ 则}$$

$$z_A = b \cdot \cos 45^\circ - z_c = 5 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 = 1.54 \text{ cm};$$

$$y_A = b \cdot \cos 45^\circ = 5 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3.54 \text{ cm}.$$

根据 y_A 和 z_A 及 A 点的应力符号, 可直接求得该点的应力为

$$\begin{aligned}\sigma_A &= -\left(\frac{M_y \cdot z_A}{J_y} + \frac{M_z \cdot y_A}{J_z}\right) \\ &= -\left(\frac{1590 \times 1.54}{4.61} + \frac{1590 \times 3.54}{17.8}\right) = -850 \text{ kg/cm}^2.\end{aligned}$$

§ 16.2 拉伸或压缩和弯曲的组合

拉伸或压缩与弯曲的组合,也是常见的构件形式。如图 16.8 所示的犁轭,起重机架等皆属于这种变形形式的零件。下面我们分成两种情况来讨论:一种是拉伸(压缩)和剪切弯曲的组合情况,这种情况的特点是弯矩沿杆长不为常数;另一种则是拉伸(压缩)和纯弯曲的组合情况,此时弯矩沿杆长为常数,我们称此种情况为偏心拉伸(压缩)。不过,不论是前者和后者,我们这里都基于大刚度的条件来讨论;并且忽略剪切的作用。这样我们即只考虑截面上因弯矩和轴向力所产生的正应力,然后将它们分别计算出来进行迭加。

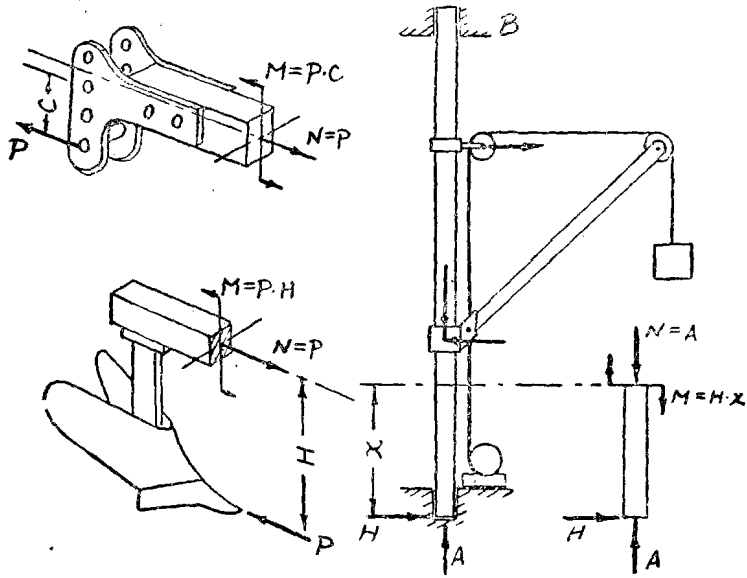


图 16.8

(一) 拉伸(压缩)和剪切弯曲的组合 如图 16.9 所示中耕机前导轮的支架,当导轮受到地面反作用力 P 的作用时,则调其调节手柄将如图(16.9 b)所示的受力情况。此时在 AB 段内将产生轴向力 $N=P_1$ 而 AB 和 BC 段内将产生弯矩,其最大弯矩 $M_{\max} = P_2 l$ 则是在 B 截面处。这样在 AB 段内即受到压缩和弯曲的联合作用。因此其截面上的正应力也将由两部分组成,即:

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = -\frac{N}{F} \pm \frac{M}{W}.$$

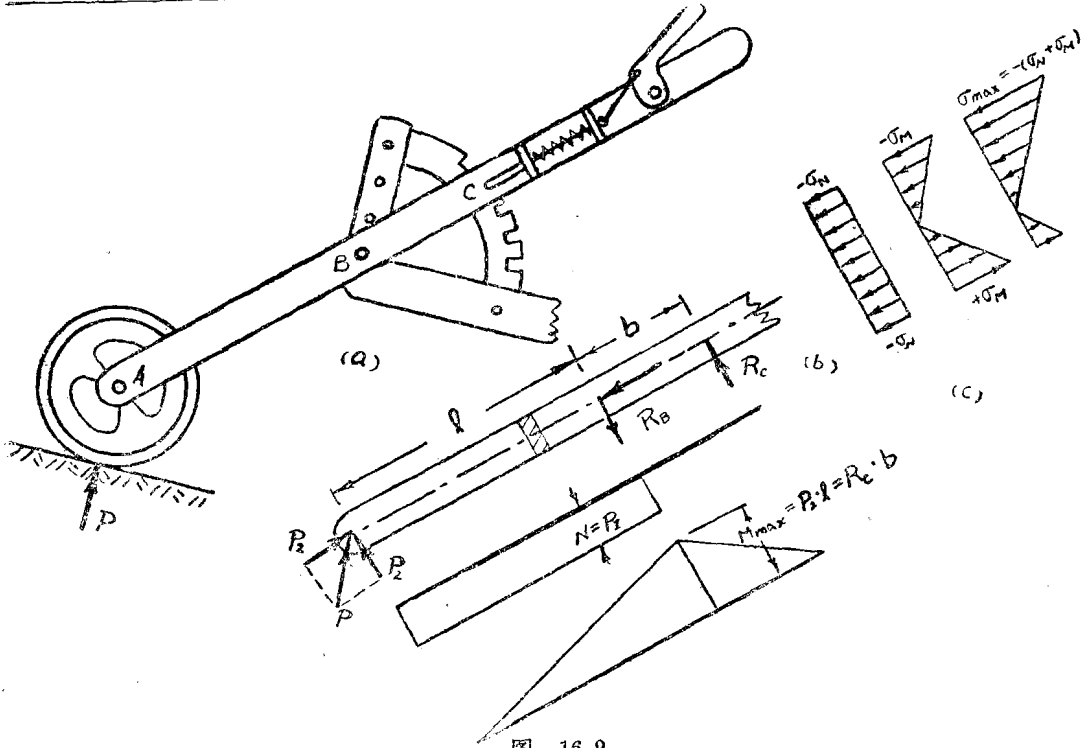


图 16.9

其应力沿截面高度的分布情况如图 16.9c, 最大应力应当是在 B 截面的上边缘处, 因为这里 σ_N 和 σ_M 具有相同的符号(皆为压应力)。

下面我们则以多铰犁的牵引杆(图 16.10a)作为具体计算的实例。

图 16.10 a 表示在拖拉机向右偏转某一角度 φ 进行牵引时, 多铰犁牵引杆的受力情况。

经过分析简化以主拉杆 AC 为分离体(图 16.10 b), 设副拉杆 BD 对主拉杆 AC 之支撑力为 B, 今将力 P 及 B 分别分解到 x 和 y 两个方向, 则

$$P_x = P \cdot \cos \varphi,$$

$$P_y = P \cdot \sin \varphi;$$

$$B_x = B \cdot \cos \theta,$$

$$B_y = B \cdot \sin \theta.$$

对 C 点段矩, 求得

$$B_y = P_y \frac{(a+b)}{b}$$

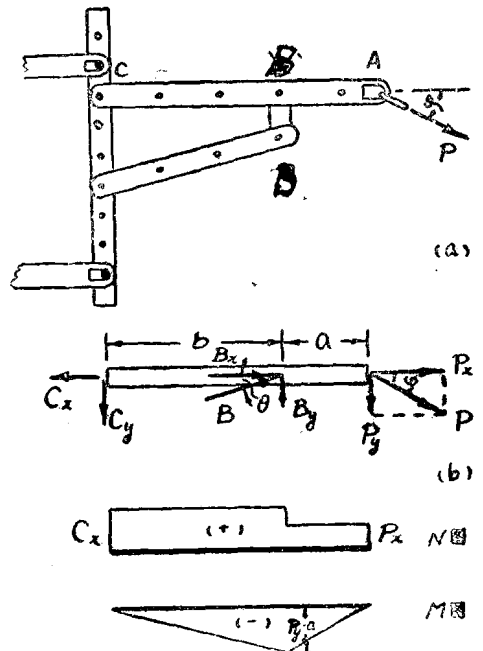


图 16.10

則
$$B_x = B_y \cdot \operatorname{ctg} \theta = P_y \cdot \frac{(a+b)}{b} \operatorname{ctg} \theta。$$

根据軸向力和弯矩沿 AC 杆长的变化情况,可作出軸向力图 (16.10 b 的 N 图) 和弯矩图 (16.10 b 的 M 图)。从图中可以看出 B 截面为危險截面。該截面的軸向力和弯矩分别为

$$N_B = P_x + B_x$$

$$M_B = P_y \cdot a$$

其最大应力则为

$$\sigma_{\max} = \frac{N_B}{F} + \frac{M_B}{W}$$

即
$$\sigma_{\max} = \frac{P_x + B_x}{F} + \frac{P_y \cdot a}{W} = P \left[\frac{\cos \varphi + \sin \varphi \frac{(a+b)}{b} \operatorname{ctg} \theta}{F} + \frac{a \sin \varphi}{W} \right]$$

这里取正号,乃表示最大应力为拉应力。

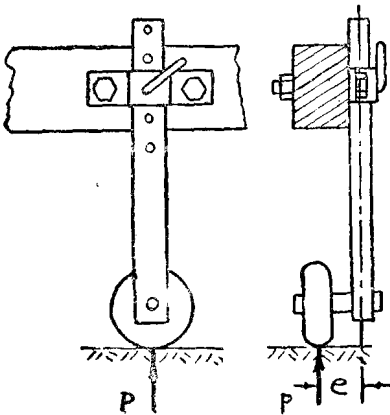


图 16.11

(二) 偏心拉伸或压缩 如图

16.11 所示农业机械的支重輪柱和图 16.8 所示的犁轅, 由于它們的外力作用綫都与杆軸有一偏心距, 則此时杆件的內力将是一軸向力和一常值弯矩, 因此其强度檢查可在杆件的任意截面进行。今以矩形截面杆为例說明偏心拉伸(压缩)的一般分析方法。

如图 16.12 所示拉杆, 今受到一对不通过杆軸作用的拉力 P 。設力 P

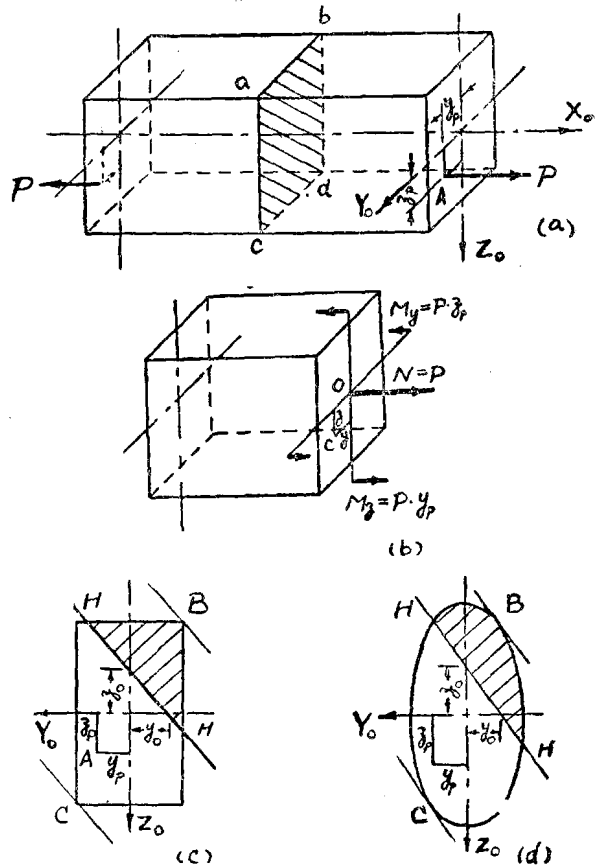


图 16.12

的作用点 A 在截面 y 和 z 轴的座标为 z_p 和 y_p , 根据平衡条件, 把力 P 对截面形心简化, 则截面上的内力将表现为: 对 y 轴和 z 轴的两个力偶 M_y 及 M_z , 和沿杆轴 x 的轴向力 N 。它们的数值分别为:

$$M_y = P \cdot z_p;$$

$$M_z = P \cdot y_p;$$

$$N = P$$

此时截面上任意点的应力, 则将由三个内力分别求得应力的合成。其最大应力, 显然是在三个应力具有相同符号的象限内。今设此象限为第一象限, 即 A 点所在象限 (图 16.12a)。在此象限内任意点 $C(y, z)$ 的应力 σ_c 即为

$$\sigma_c = \frac{P}{F} + \frac{M_y \cdot z}{J_y} + \frac{M_z \cdot y}{J_z};$$

以 $M_y = P \cdot y_p$, $J_y = F \cdot i_y^2$, $J_z = F i_z^2$ 代入上式, 则

$$\sigma_c = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{z_p \cdot z}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y}{i_z^2} \right) \quad (16.8)$$

至于其他象限各点的应力, 只须以该点的座标代入式 16.8 即可求得。因此式 16.8 乃为计算偏心拉伸 (或压缩) 截面上任意点应力的一般公式。

为了寻求最大应力, 往往还需要确定中性轴的位置, 然后找到截面上距中性轴最远的点, 以该点的座标代入式 16.8 计算。

根据中性轴上各点应力为零的特点, 设 z_0 和 y_0 即为中性轴上某点的坐标, 代入式 16.8, 并令 σ 为零, 则得到中性轴的方程式为

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p \cdot z_0}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y_0}{i_z^2} \right) = 0 \\ 1 + \frac{z_p \cdot z_0}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y_0}{i_z^2} &= 0 \end{aligned} \quad (16.9)$$

显然这是一条不过原点的直线方程。也就是说中性轴乃是一条不过截面形心的直线。因此要确定其在坐标轴上的截距。

由式 (16.9);

设

$$z_0 = 0 \quad \text{得} \quad y_0 = -\frac{i_z^2}{y_p}; \quad (16.10)$$

设

$$y_0 = 0 \quad \text{得} \quad z_0 = -\frac{i_y^2}{z_p}. \quad (16.11)$$

这里的负号, 乃表示 y_0 与 y_p , z_0 与 z_p 是在相反的象限内。

今在坐标轴上截取 y_0 和 z_0 , 并连以直线 HH , 即为中性轴 (图 16.12 c 及 d)。中性轴乃是截面上应力符号的分界线。在这里中性轴 HH 以外的阴影部分截面上的应力即为压应力。

作中性轴的平行线,可找到与截面相切的 B 点及 C 点(图 16.12 c 及 d)。该两点即将有最大拉应力和压应力; 将其坐标代入式 16.8 则可求得它们的数值。

在偏心拉伸(或压缩)的强度计算中,我们还应当提到一个关于截面性质的重要概念,即截面核心的概念。

对于某些用来承压但抗拉强度较差的材料(如砖、石、混凝土等)工作时应避免截面上产生拉应力。这样在偏心压缩中,我们就应当考虑如何使截面上只有一种符号的应力,即压应力。为了达到这一目的,可以通过控制加力点的位置来达到。

由式 16.10 及 16.11 可以看出,当 P 的作用点 A 的坐标 y_p 和 z_p 越小时,则中性轴之截矩 y_0 和 z_0 将愈大,也就是中性轴 HH' 将离开截面形心越远。当 y_p 和 z_p 为某一数值时,而中性轴正好与截面的边缘相切,那么此时截面上即将只有一种符号的应力,亦即可以满足上述的要求。根据中性轴与截面边缘各点相切的条件,我们可以确定加力点在截面上相应的位置,由这些加力点所构成的一个区域,即称为截面核心。

下面我们仍以矩形截面为例,来说明截面核心的确定方法。

如图 16.13 所示矩形截面,当中性轴正好在 HH' 位置与截面相切时,则

$$z_0 = \frac{h}{2}; \quad y_0 = \alpha.$$

再由 $i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{h^3}{12}$ 代入式 16.10 及 16.11 得

$$z_p = -\frac{h^3/12}{h/2} = -\frac{h}{6}; \quad y_p = 0.$$

同理,当中性轴位于 HH'' 位置时,则

$$y_p = -\frac{b^3/12}{b/2} = -\frac{b}{6}; \quad z_p = 0.$$

这样我们即可确定截面核心上的 b 点和 a 点(图 16.13)。

由于截面对称,我们可用同样方法找到截面核心的 c 点和 d 点(图 16.13)。

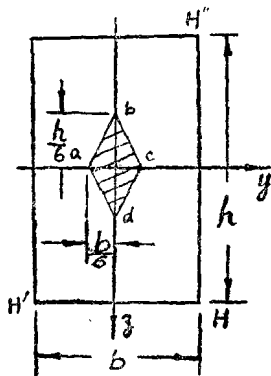


图 16.13

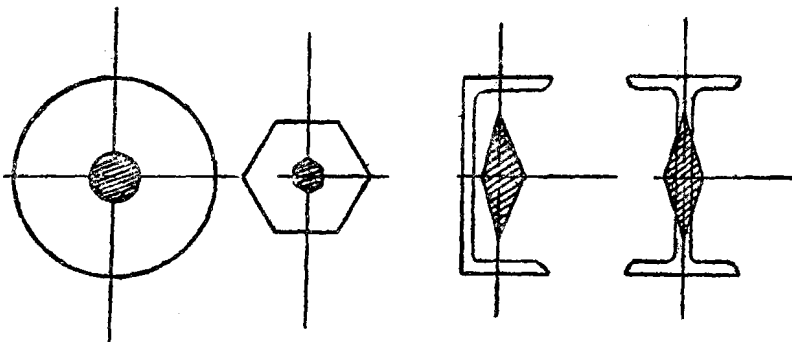


图 16.14

同时如果我们注意到中性轴在矩形的四个角处与截面的相切位置,乃是绕四个角点转动,则相应于截面核心的各点应当沿直线 ab, bc, cd, da 移动,因此对矩形截面来讲,其截面核心将是一个菱形(图16.3)。

其他如圆形、多边形、槽形、工字形等截面核心皆可按上述方法确定,这里不再一一讨论,仅绘其图形供读者参考(图16.14)。

§ 16.3 扭转和弯曲的组合

在第七章和第九章我们分别讨论了扭转和弯曲的强度问题,但是在机器结构中,我们经常遇到的却往往是这两者的组合。例如由皮带轮、链轮或齿轮传动的轴,它们在扭转变形的同时,都还要产生弯曲变形。下面我们就以传动轴为例,说明在这种情况下的强度计算方法。

如图16.15所示由链轮传动的圆截面轴,设链轮B和C之半径分别为 R_1 和 R_2 , 两链轮链条的紧边正好处在互相垂直的位置,其拉力分别为 T_1 和 T_2 (忽略松边拉力)。

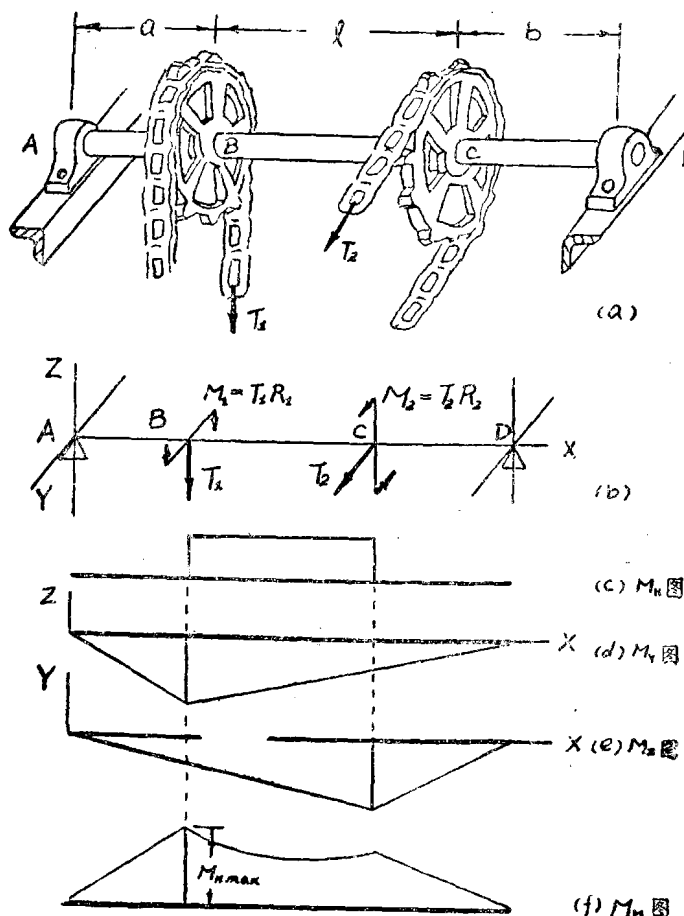


图 16.15